електродинаміка. – 1998. – № 2. – С. 60–66. 6. Прихно В.Л., Ефимов Ю.П. Оценивание режимов электроэнергетических систем на основе телеметрической информации // Моделирование электроэнергетических систем в АСДУ на основе микропроцессорной техники. – К., 1994. – С. 92–116. 7. Лысяк Г.Н., Стряпан В.Н., Данилюк А.В. Математическое моделирование установившихся режимов электрических систем переменно-постоянного тока: Навч. посібник. – К., 1990. – 104 с. 8. Методы оптимизации режимов энергосистем / В.М. Горнштейн, Б.П. Мирошниченко, А.В. Пономарев и др.; Под ред. В.М. Горнштейна. – М., 1981. – 336с.

УДК 621.3

Р.В. Дишовий
Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ЕМА

МАГНІТНІ ПАРАМЕТРИ БЕЗГІСТЕРЕЗИСНИХ ІЗОТРОПНИХ НЕЛІНІЙНИХ МАГНІТНИХ СЕРЕДОВИЩ У ДОВІЛЬНІЙ ОРТОГОНАЛЬНІЙ КРИВОЛІНІЙНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

Наведено рівняння для визначення магнітних параметрів нелінійних ізотропних безгістерезисних магнітних ділянок в будь-якій ортогональній системі координат.

The formulas for definition of magnetic parameters of nonlinear isotropic nonhystereses magnetic region in any orthogonal space axes are introduced.

Під час розрахунку та аналізу магнітного поля у суцільному середовищі користуються магнітною характеристикою останнього, якою є залежність

$$\overline{B} = \overline{B}(\overline{H}) \tag{1}$$

або

$$\overline{H} = \overline{H}(\overline{B}), \tag{2}$$

де $\overline{B}$ та $\overline{H}$ – відповідно вектори магнітної індукції та напруженості магнітного поля. Для безгістерезисних магнітних середовищ функції (1) та (2) є однозначними, неперервними та диференційовними.

Як показано в [1] приріст $d\overline{B}$ вектора індукції при нескінченно малому прирості $d\overline{H}$ вектора напруженості можна визначити як

$$d\overline{B} = \mu d\overline{H}. \tag{3}$$

Аналогічно можна записати, що

$$d\overline{H} = \nu d\overline{B}. \tag{4}$$

Тут μ та ν – параметри магнітної характеристики (магнітні параметри) суцільного середовища, які в [1] означені як повна похідна відповідно векторної функції (1) або векторної функції (2). За своїм математичним змістом ці параметри є тензорами другого рангу.

Якщо в ізотропному феромагнітному середовищі декартова система координат $O\rho\tau\theta$ відповідає головним осям тензора μ або тензора ν (у цій системі координат вектори $\overline{H}$ та $\overline{B}$ збігаються з віссю $O\rho$), то в ній тензори μ та ν мають вигляд

$$\mu = \begin{Bmatrix} \mu_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\tau & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\tau \end{Bmatrix}, \qquad \nu = \begin{Bmatrix} \nu_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \nu_\tau & 0 \\ 0 & 0 & \nu_\tau \end{Bmatrix}, \tag{5а,б}$$

де $\mu_\rho = \dfrac{dB}{dH}$ та $\nu_\rho = \dfrac{dH}{dB}$ – відповідно радіальна диференціальна магнітна проникність та радіальний диференціальний магнітний опір середовища; $\mu_\tau = \dfrac{B}{H}$ та $\nu_\tau = \dfrac{H}{B}$ – відповідно тангенціальна диференціальна магнітна проникність та тангенціальний диференціальний магнітний опір середовища.

В [1] подано вивід елементів тензорів μ та ν у довільній декартовій системі координат Oxyz, початок якої, як і початок системи координат $O\rho\tau\theta$, знаходиться в даній точці простору за умови, що відомі кути між вектором $\overline{H}$ (вектором $\overline{B}$) та осями Ox, Oy та Oz.

У довільній ортогональній криволінійній системі координат $Oq_1q_2q_3$ у загальному вигляді тензори μ та ν можна записати як

$$\mu = \frac{d\overline{B}}{d\overline{H}} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial B_{q1}}{\partial H_{q1}} & \dfrac{\partial B_{q1}}{\partial H_{q2}} & \dfrac{\partial B_{q1}}{\partial H_{q3}} \\ \dfrac{\partial B_{q2}}{\partial H_{q1}} & \dfrac{\partial B_{q2}}{\partial H_{q2}} & \dfrac{\partial B_{q2}}{\partial H_{q3}} \\ \dfrac{\partial B_{q3}}{\partial H_{q1}} & \dfrac{\partial B_{q3}}{\partial H_{q2}} & \dfrac{\partial B_{q3}}{\partial H_{q3}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mu_{q1q1} & \mu_{q1q2} & \mu_{q1q3} \\ \mu_{q2q1} & \mu_{q2q2} & \mu_{q2q3} \\ \mu_{q3q1} & \mu_{q3q2} & \mu_{q3q3} \end{Bmatrix}; \tag{6}$$

$$\nu = \frac{d\overline{H}}{d\overline{B}} = \begin{Bmatrix} \nu_{q1q1} & \nu_{q1q2} & \nu_{q1q3} \\ \nu_{q2q1} & \nu_{q2q2} & \nu_{q2q3} \\ \nu_{q3q1} & \nu_{q3q2} & \nu_{q3q3} \end{Bmatrix}. \tag{7}$$

Визначимо елементи матриць, якими зображуються тензори μ та ν у випадку, коли початки систем координат $Oq_1q_2q_3$ та $O\rho\tau\theta$ знаходяться в даній точці простору. Вивід продемонструємо на прикладі тензора μ.

Назвемо базис, утворений координатними ортами $\overline{e}_1$, $\overline{e}_2$ та $\overline{e}_3$ відповідно по координатних лініях Oq_1, Oq_2 та Oq_3 системи координат $Oq_1q_2q_3$, новим базисом, а базис, утворений ортами $\overline{\rho}, \overline{\tau}$ та $\overline{\theta}$ системи координат $O\rho\tau\theta$ – старим базисом.

Будь-який вектор $d\overline{H}$ можна розкласти як по старому, так і по новому базису:

$$d\overline{H} = dH_\rho\overline{\rho} + dH_\tau\overline{\tau} + dH_\theta\overline{\theta} = dH_{q1}\overline{e}_1 + dH_{q2}\overline{e}_2 + dH_{q3}\overline{e}_3 . \tag{8}$$

Кожен з нових базисних векторів можна розкласти по старих базисних векторах:

$$\begin{aligned} \overline{e}_1 &= \cos\eta_{q1}\overline{\rho} + \cos\eta_{\tau 1}\overline{\tau} + \cos\eta_{\theta 1}\overline{\theta}; \\ \overline{e}_2 &= \cos\eta_{q2}\overline{\rho} + \cos\eta_{\tau 2}\overline{\tau} + \cos\eta_{\theta 2}\overline{\theta}; \\ \overline{e}_3 &= \cos\eta_{q3}\overline{\rho} + \cos\eta_{\tau 3}\overline{\tau} + \cos\eta_{\theta 3}\overline{\theta}, \end{aligned} \tag{9}$$

де $\cos\eta_{ki} = \dfrac{1}{l_i}\dfrac{\partial k}{\partial q_i}$ $(k = \rho, \tau, \theta; \quad i = 1,2,3)$ – спрямовуючі косинуси вектора $\bar{e}_i$. Тут l_i – коефіцієнти Ламе, які визначають за формулою

$$l_i = \sqrt{\sum_{k=\rho,\tau,\theta} \left(\frac{\partial k}{\partial q_i}\right)^2} \qquad (i = 1,2,3). \tag{10}$$

Для скорочення подальших записів введемо позначення:

$$a_{ki} = \cos\eta_{ki} \qquad (k = \rho, \tau, \theta; \quad i = 1,2,3). \tag{11}$$

Після підстановки (9) у (8) та прирівнювання коефіцієнтів при однакових базисних векторах $\bar{\rho}, \bar{\tau}, \bar{\theta}$ з врахуванням (11) одержимо

$$\begin{Bmatrix} dH_\rho \\ dH_\tau \\ dH_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{\rho 1} & a_{\rho 2} & a_{\rho 3} \\ a_{\tau 1} & a_{\tau 2} & a_{\tau 3} \\ a_{\theta 1} & a_{\theta 2} & a_{\theta 3} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} dH_{q1} \\ dH_{q2} \\ dH_{q3} \end{Bmatrix}, \tag{12}$$

де

$$A = \begin{Bmatrix} a_{\rho 1} & a_{\rho 2} & a_{\rho 3} \\ a_{\tau 1} & a_{\tau 2} & a_{\tau 3} \\ a_{\theta 1} & a_{\theta 2} & a_{\theta 3} \end{Bmatrix} \tag{13}$$

– матриця переходу від нових координат q_1, q_2, q_3 до старих координат ρ, τ, θ.

Згідно з правилами перетворення матриці відображення при заміні базису залежність приросту $d\bar{B}$ вектора індукції від нескінченно малого приросту $d\bar{H}$ вектора напруженості у новій системі координат можна записати як

$$d\bar{B} = A^{-1}\mu_{\rho\tau\theta} A d\bar{H} = \mu d\bar{H}, \tag{14}$$

де

$$\mu = A^{-1}\mu_{\rho\tau\theta} A. \tag{15}$$

Тут $\mu_{\rho\tau\theta}$ – матриця, яка знаходиться у правій частині рівності (3).

Матриця, обернена до матриці A, має вигляд:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{Bmatrix} a_{\tau 2}a_{\theta 3} - a_{\tau 3}a_{\theta 2} & -(a_{\rho 2}a_{\theta 3} - a_{\rho 3}a_{\theta 2}) & a_{\rho 2}a_{\tau 3} - a_{\rho 3}a_{\tau 2} \\ -(a_{\tau 1}a_{\theta 3} - a_{\tau 3}a_{\theta 1}) & a_{\rho 1}a_{\theta 3} - a_{\rho 3}a_{\theta 1} & -(a_{\rho 1}a_{\tau 3} - a_{\rho 3}a_{\tau 1}) \\ a_{\tau 1}a_{\theta 2} - a_{\tau 2}a_{\theta 1} & -(a_{\rho 1}a_{\theta 2} - a_{\rho 2}a_{\theta 1}) & a_{\rho 1}a_{\tau 2} - a_{\rho 2}a_{\tau 1} \end{Bmatrix}, \tag{16}$$

де

$$\Delta = a_{\rho 1}(a_{\tau 2}a_{\theta 3} - a_{\tau 3}a_{\theta 2}) - a_{\rho 2}(a_{\tau 1}a_{\theta 3} - a_{\tau 3}a_{\theta 1}) + a_{\rho 3}(a_{\tau 1}a_{\theta 2} - a_{\tau 2}a_{\theta 1}) \tag{17}$$

– детермінант матриці A.

Підставивши (3), (13) та (16) у (15), одержимо вигляд тензора μ у згаданій вище криволінійній системі координат:

$$\mu=\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \begin{matrix}\mu_\rho a_{\rho1}(a_{\tau2}a_{\theta3}-a_{\tau3}a_{\theta2})+\\ +\mu_\tau[a_{\rho2}(a_{\tau3}a_{\theta1}-\\ -a_{\tau1}a_{\theta3})+a_{\rho3}\times\\ \times(a_{\tau1}a_{\theta2}-a_{\tau2}a_{\theta1})\end{matrix} & \begin{matrix}(\mu_\rho-\mu_\tau)a_{\rho2}\times\\ \times(a_{\tau2}a_{\theta3}-a_{\tau3}a_{\theta2})\end{matrix} & \begin{matrix}(\mu_\rho-\mu_\tau)a_{\rho3}\times\\ \times(a_{\tau2}a_{\theta3}-a_{\tau3}a_{\theta2})\end{matrix}\\ \begin{matrix}(\mu_\rho-\mu_\tau)a_{\rho1}\times\\ \times(a_{\tau3}a_{\theta1}-a_{\tau1}a_{\theta3})\end{matrix} & \begin{matrix}\mu_\rho a_{\rho2}(a_{\tau3}a_{\theta1}-a_{\tau1}a_{\theta3})+\\ +\mu_\tau[a_{\rho3}(a_{\tau1}a_{\theta2}-\\ -a_{\tau2}a_{\theta1})+a_{\rho1}\times\\ \times(a_{\tau2}a_{\theta3}-a_{\tau3}a_{\theta2})\end{matrix} & \begin{matrix}(\mu_\rho-\mu_\tau)a_{\rho3}\times\\ \times(a_{\tau3}a_{\theta1}-a_{\tau1}a_{\theta3})\end{matrix}\\ \begin{matrix}(\mu_\rho-\mu_\tau)a_{\rho1}\times\\ \times(a_{\tau1}a_{\theta2}-a_{\tau2}a_{\theta1})\end{matrix} & \begin{matrix}(\mu_\rho-\mu_\tau)a_{\rho2}\times\\ \times(a_{\tau1}a_{\theta2}-a_{\tau2}a_{\theta1})\end{matrix} & \begin{matrix}\mu_\rho a_{\rho3}(a_{\tau1}a_{\theta2}-a_{\tau2}a_{\theta1})+\\ +\mu_\tau[a_{\rho1}(a_{\tau2}a_{\theta3}-\\ -a_{\tau3}a_{\theta2})+a_{\rho2}\times\\ \times(a_{\tau3}a_{\theta1}-a_{\tau1}a_{\theta3})\end{matrix} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Вигляд тензора ν у цій системі координат одержимо шляхом заміни в матриці (18) μ_ρ на ν_ρ, а μ_τ – на ν_τ.

Коректність одержаного результату перевіримо на такому прикладі.

Нехай ортогональна криволінійна система координат $Oq_1q_2q_3$ збігається з декартовою системою координат Oρτθ так, що вісь Oq_1 збігається з віссю Oρ, а вісь Oq_2 – з віссю Oτ. У цьому випадку коефіцієнти Ламе

$$l_i = 1 \quad (i = 1,2,3), \tag{19}$$

а серед дев'яти спрямовуючих косинусів $\cos\eta_{ki}\,(k=\rho,\tau,\theta; i=1,2,3)$.

$$\cos\eta_{\rho1}=\cos\eta_{\tau2}=\cos\eta_{\theta3}=1, \tag{20}$$

а

$$\cos\eta_{\rho2}=\cos\eta_{\rho3}=\cos\eta_{\tau1}=\cos\eta_{\tau3}=\cos\eta_{\theta1}=\cos\eta_{\theta2}=0. \tag{21}$$

Підставивши (20) та (21) з врахуванням (11) у (18), одержимо вигляд тензора μ у його головних осях.

До цього ж висновку можна прийти й іншим шляхом. Оскільки з врахуванням (19), (20) та (21) матриця A та обернена до неї матриця A^{-1} одиничні, то з рівняння (15) випливає, що μ має вигляд (5а).

На основі (18) легко одержати вигляд тензора μ (тензора ν) у ортогональній криволінійній системі координат Oq_1q_2 на площині, тобто у випадку, коли розглядається плоскопаралельне магнітне поле. Будемо розгядати цю систему координат як частину ортогональної криволінійної системи координат $Oq_1q_2q_3$, координатний орт якої $\bar{e}_3$ збігається з ортом $\bar{\theta}$ декартової системи координат Oρτθ.

З врахуванням наведеного можемо записати, що

$$\eta_{\rho3}=\eta_{\tau3}=\eta_{\theta1}=\eta_{\theta2}=\pi/2, \tag{22}$$

а

$$\eta_{\theta3}=0, \tag{23}$$

звідки з врахуванням (11)

$$a_{\rho 3} = a_{\tau 3} = a_{\theta 1} = a_{\theta 2} = 0; a_{\theta 3} = 1. \qquad (24)$$

Оскільки в системі координат Oq_1q_2 тензор μ має вигляд квадратної матриці другого порядку, то, враховуючи (24), з елементів $\mu_{q1q1}, \mu_{q1q2}, \mu_{q2q1}, \mu_{q2q2}$ матриці (18) одержимо

$$\mu = \begin{Bmatrix} \mu_{q1q1} & \mu_{q1q2} \\ \mu_{q2q1} & \mu_{q2q2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta_1} \begin{Bmatrix} \mu_\rho a_{\rho 1} a_{\tau 2} - \mu_\tau a_{\rho 2} a_{\tau 1} & (\mu_\rho - \mu_\tau) a_{\rho 2} a_{\tau 2} \\ -(\mu_\rho - \mu_\tau) a_{\rho 1} a_{\tau 1} & -\mu_\rho a_{\rho 2} a_{\tau 1} + \mu_\tau a_{\rho 1} a_{\tau 3} \end{Bmatrix}, \qquad (25)$$

де

$$\Delta_1 = a_{\rho 1} a_{\tau 2} a_{\theta 3} - a_{\rho 2} a_{\tau 1} a_{\theta 3}. \qquad (26)$$

1. Фільц Р.В. До теорії електромагнітного поля в нелінійних середовищах // Питання теорії та регулювання електричних машин. – Львів, 1967. – Вип. 15. – С. 22–29. 2. Бермант А.Ф. Отображения. Криволинейные координаты. Преобразования. Формулы Грина. – М., 1958. – 306 с.

УДК 631.365

Ю.М. Жовнір, В.Г. Турковський
Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ЕППМС

КОМУТАЦІЙНІ ПРОЦЕСИ В СИСТЕМІ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ДУГОВОЇ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЇ ПЕЧІ З УСТАНОВКОЮ СТАБІЛІЗАЦІЇ РЕЖИМУ

Представлені результати дослідження процесів увімкнення на неробочий хід та вимкнення установки стабілізації режиму дугової сталеплавильної печі на базі індуктивно-ємнісного перетворювача джерела напруги в джерело струму.

Introduce is results of research the proceses of switch on singl idling and switch off stabilisation installation of mode the arc furnace steel-melting on basic iductive-capacitance converter voltage source in the current source

За традиційної схеми електропостачання дугових сталеплавильних печей (ДСП) змінного струму внаслідок різкозмінного характеру їх навантаження виникають коливання струмів фаз, які зумовлюють зменшення корисної потужності, що вводиться в піч, збільшуються втрати електроенергії в елементах системи електропостачання (СЕП), а також тривалість плавки й відповідно теплові втрати. Крім того, коливання струмів печі зумовлюють появу коливань напруги мережі, які можуть перевищувати допустимі рівні й в свою чергу негативно впливати на ефективність паралельно працюючих електроприймачів, зокрема інших ДСП.

Одним з перспективних заходів комплексного вирішення проблем енергоощадності та електромагнітної сумісності електропостачання ДСП є застосування установки стабілізації режиму (УСР) на базі індуктивно-ємнісного перетворювача джерела напруги в джерело струму, яка вмикається між джерелом живлення й власне пічною електроустановкою [1, 2, 3]. Як