УДК 62.519

Б.Є. Рицар, А.Ю. Швай
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра радіоелектронних пристроїв та систем

АЛГОРИТМ РОЗДІЛЮВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЙНОЇ ДЕКОМПОЗИЦІЇ МЕТОДОМ *q*-РОЗБИТТЯ

© Рицар Б.Є., Швай А.Ю., 2005

Запропоновано алгоритм розділювальної декомпозиції булевих функцій, який грунтується на процедурі q-розбиття мінтермів. Порівняно з відомими алгоритмами відрізняється простотою комп’ютерної реалізації завдяки використанню декомпозиційних клонів.

The separating decomposition algorithm of Boolean functions which is based on q-Partition minterms procedure has been proposed. Easy realisation in the shape of computer program because of using decompositional clone is its advantage.

І. Вступ

Декомпозиція логікових (булевих) функцій *n* змінних є основною оптимізаційною задачею сучасного синтезу цифрових пристроїв. Головною метою цієї задачі є, з одного боку, мінімізація кількості утворених (внаслідок декомпозиції) функцій, кожна з яких має меншу кількість змінних, ніж задана функція, а з іншого боку, – мінімізація кількості власних змінних цих функцій. Найбільший практичний інтерес є до розділювальної декомпозиції, коли аргументи цих функцій є лише їх власні і не належать іншим функціям. Синтез цифрового пристрою, що реалізує функцію, якій властива розділювальної декомпозиція, є переважно оптимальним.

У цій роботі розглядається алгоритм розділювальної функційної декомпозиції на основі методу *q*-розбиття мінтермів [1,2], у якому порівняно з відомими методами, що використовують декомпозиційні карти чи карти Карно [4,5], таблиці істинності чи булеві матриці [6,7], використано декомпозиційні клони. Це дало змогу значно спростити побудову алгоритму, а також реалізацію на цій основі програми функційної декомпозиції.

ІІ. Теоретична частина

Декомпозиція булевих функцій належить до найскладніших проблем синтезу комбінаційних схем [3]. Декомпозицію заданої функції $f(X)$, $X=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ відображає суперпозиція функцій від кількості змінних, меншої за *n*, але більшої 1, за заданим критерієм оптимальності (мінімальної складності реалізації).

Під розділювальною декомпозицією повної функції $f:\{0,1\}^n \to \{0,1\}$ розумітимемо її розклад у вигляді суперпозиції принаймні двох чи трьох функцій, тобто до одного–трьох видів суперпозиції:

$$f(X)=\varphi(\varphi_1(X^{n-q}),X^q)\,,\ q\in\{1,2,...,(n-2)\}\,; \qquad (1)$$

$$f(X)=\varphi(X^{n-q},\varphi_1(X^q))\,,\ q\in\{2,3,...,(n-1)\}\,; \qquad (2)$$

$$f(X)=\varphi(\varphi_1(X^{n-q}),\varphi_2(X^q))\,,\ q\in\{2,3,...,(n-2)\}\,, \qquad (3)$$

де $X^{n-q}\cup X^q=X$; $X^{n-q}\cap X^q=\varnothing$; φ_1 і φ_2 – зв’язувальні функції від змінних $(n-q)$ - і *q*-класу розбиття, φ – залишкова функція [1].

q-Розбиття мінтерма (оператор $\overset{P^q}{\Rightarrow}$) [1] – це вибірка *q* розрядів з *n*-розрядного мінтерма булевої функції *n* змінних (ь1) і перенесення їх справа від символу розбиття |. Для виконання цієї процедури використовується маска $\{l_{\alpha_1}l_{\alpha_2}\cdots l_{\alpha_{n-q}}\,|\,l_{\beta_1}l_{\beta_2}\cdots l_{\beta_q}\}$, утворена *q*-розбиттям кон’юнкції літералів $l_1l_2\cdots l_n$, $l_i\in\{\bar{x}_i,x_i\}$.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

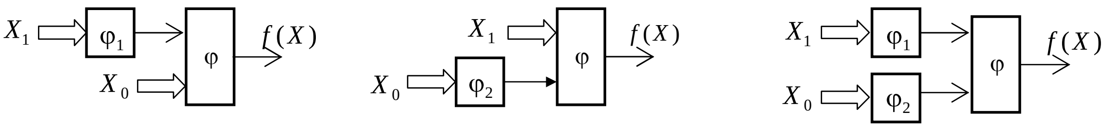

Рис. 1. Розділювальна функційна декомпозиція

Внаслідок *q*-розбиття *k* мінтермів m_i досконалої теоретико-множинної форми (ТМФ) повної функції *f*, а саме: $Y^1 = \{m_1, m_2, ..., m_k\}^1$, для заданої маски $\{l_{\alpha_1} l_{\alpha_2} \cdots l_{\alpha_{n-q}} \mid l_{\beta_1} l_{\beta_2} \cdots l_{\beta_q}\}$ утворюється множина розбитих мінтермів, тобто досконала теоретико-множинна декомпозиційна форма (ТМДФ) вигляду

$$\stackrel{P^q}{\Rightarrow} \{l_{\alpha_1} l_{\alpha_2} \cdots l_{\alpha_{n-q}} \mid l_{\beta_1} l_{\beta_2} \cdots l_{\beta_q}\} = \{m_1^{n-q} \mid m_1^q, m_2^{n-q} \mid m_2^q, ..., m_k^{n-q} \mid m_k^q\}^1, \quad (4)$$

де $m_i^{n-q} \mid m_i^q$ – розбитий мінтерм, а m_i^{n-q} і m_i^q – його субмінтерми $(n-q)$ - і *q*-класу.

Декомпозиційний клон [3] функції *f* – це довільна множина її однакових підфункцій. Як структурована множина декомпозиційний клон складається з трьох множин субмінтермів: з фіксованої N^j, $j \in \{(n-q), q\}$, – множини констант підфункцій функції *f*, та двох нефіксованих N_i^j, $i \in \{1,2\}$, $j \in \{(n-q), q\}$, – множин субмінтермів цих підфункцій для Y^1 або/і Y^0. Наприклад, декомпозиційні клони $(n-q)$-класу мають вигляд

$$\left(N^{n-q} \middle| \begin{matrix} N_1^q, N_2^q \\ \varnothing \end{matrix} \right), \left(N^{n-q} \middle| \begin{matrix} N_2^q \\ N_1^q \end{matrix} \right), \left(N^{n-q} \middle| \begin{matrix} N_1^q \\ N_2^q \end{matrix} \right), \left(N^{n-q} \middle| \begin{matrix} \varnothing \\ N_1^q, N_2^q \end{matrix} \right).$$

Максимальний (декомпозиційний) клон функції *f* – це множина всіх її однакових підфункцій.

Теорема [3]. Булева функція *f*, задана ТМФ, допускає просту розділювальну декомпозицію тоді і тільки тоді, коли хоча б для одного *q*-розбиття мінтермів можна одержати не більше двох максимальних клонів, причому:

1) якщо вони $(n-q)$-класу, то це одноблокова декомпозиція вигляду $\varphi(\varphi_1(X^{n-q}), X^q)$;

2) якщо вони *q*-класу, то це одноблокова декомпозиція вигляду $\varphi(X^{n-q}, \varphi_2(X^q))$;

3) якщо вони комплементарні, то це двоблокова декомпозиція вигляду $\varphi(\varphi_1(X^{n-q}), \varphi_2(X^q))$.

Зв'язувальна φ_i і залишкова φ функції визначаються кодуванням множин субмінтермів максимальних клонів [3]. Процедура кодування (оператор $\stackrel{cod}{\Rightarrow}$) виконується простою заміною множин субмінтермів одного (для випадку 1,2) або обох класів (для випадку 3) значеннями з множини $\{0,1\}$. ТМФ залишкової функції φ одержується конкатенацією (оператор $\stackrel{con}{\Rightarrow}$) закодованих і незакодованих (для випадку 1,2) або закодованих (для випадку 3) розбитих субмінтермів функції *f*.

Проілюструємо описаний метод декомпозиції на прикладі.

Приклад. Виконати однорівневу декомпозицію для маски $\{l_1 l_2 \mid l_3 l_4\}$ повної функції $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, що задана досконалою ТМФ $Y^1 = \{0,3,4,6,8,10,12,15\}^1$.

Розв'язання. Максимальні клони функції для заданої маски одержуються так:

$$\{l_1 l_2 \mid l_3 l_4\} = \{0 \mid 0, 0 \mid 3, 1 \mid 0, 1 \mid 2, 2 \mid 0, 2 \mid 2, 3 \mid 0, 3 \mid 3\}^1 \stackrel{|clo}{\Rightarrow} \left\{ \left(0 \middle| \begin{matrix} 0,3 \\ 1,2 \end{matrix} \right), \left(1 \middle| \begin{matrix} 0,2 \\ 1,3 \end{matrix} \right), \left(2 \middle| \begin{matrix} 0,2 \\ 1,3 \end{matrix} \right), \left(3 \middle| \begin{matrix} 0,3 \\ 1,2 \end{matrix} \right) \right\} = \left\{ \left(0,3 \middle| \begin{matrix} 0,3 \\ 1,2 \end{matrix} \right), \left(1,2 \middle| \begin{matrix} 0,2 \\ 1,3 \end{matrix} \right) \right\}.$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Отже, згідно з теоремою заданій функції властива одноблокова розділювальна декомпозиція вигляду

$$f(X)=\varphi(\varphi_1(X^{n-q}),x_3,x_4)=\varphi(\varphi_1(x_1,x_2),x_3,x_4).$$

Для знаходження зв'язувальної $\varphi_1(X^{n-q})=\varphi_1(x_1,x_2)$ та залишкової $\varphi(\varphi_1,x_3,x_4)$ функцій виконаємо кодування фіксованих множин (двійкових) субмінтермів

$$\{l_1l_2 \mid l_3l_4\} \Rightarrow \left\{\left(00,11\left|\begin{matrix}00,11\\01,10\end{matrix}\right.\right),\left(01,10\left|\begin{matrix}00,10\\01,11\end{matrix}\right.\right)\right\} \overset{cod}{\Rightarrow} \begin{cases} 1.\left\{\left(0\left|\begin{matrix}00,11\\01,10\end{matrix}\right.\right),\left(1\left|\begin{matrix}00,10\\01,11\end{matrix}\right.\right)\right\} \Rightarrow \\ 2.\left\{\left(1\left|\begin{matrix}00,11\\01,10\end{matrix}\right.\right),\left(0\left|\begin{matrix}00,10\\01,11\end{matrix}\right.\right)\right\} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{0\,|\,00,0\,|\,11,1\,|\,00,1\,|\,10\}^1 \overset{con}{\Rightarrow} \{000,011,100,110\}^1$$

$$\Rightarrow \{1\,|\,00,1\,|\,11,0\,|\,00,0\,|\,10\}^1 \overset{con}{\Rightarrow} \{100,111,000,010\}^1,$$

Звідси ТФМ зв'язувальних та залишкових функцій обох розв'язків мають вигляд

1) $\varphi_1^1=\{1,2\}^1$; $\varphi^1=\{0,3,4,6\}^1$;

2) $\varphi_1^1=\{0,3\}^1$; $\varphi^1=\{0,2,4,7\}^1$.

На рис.2 показано одноблокову розділювальну декомпозицію заданої функції *f*.

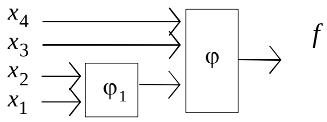

Рис. 2. Декомпозиція заданої функції

III. Опис алгоритму

Розроблений алгоритм призначений для пошуку розділювальної декомпозиції заданої функції для всіх можливих масок розбиття її мінтермів.

Вхідними даними алгоритму декомпозиції є множина мінтермів досконалої ТМФ Y^1. На першому етапі алгоритму формується масив з $s=\sum_{i=1}^{n}C_n^i$ масок *q*-розбиття мінтермів функції *f*. Для маски L_i, $i=1,2,...,s$. Унаслідок процедури *q*-розбиття утворюються розбиті мінтерми досконалої ТМДФ, з яких на наступному етапі формуються декомпозиційні клони. У розробленому алгоритмі формуються декомпозиційні клони $(n-q)$-класу шляхом об'єднання субмінтермів *q*-класу для фіксованих субмінтермів $(n-q)$-класу. За допомогою операції об'єднання однакових декомпозиційних клонів формуються максимальні клони $(n-q)$-класу. Якщо кількість останніх дорівнює 2, то згідно з теоремою для заданого розбиття властива розділювальна декомпозиція. ТМФ зв'язувальної та залишкової функцій отримуються внаслідок кодування відповідних субмінтермів декомпозиційних клонів. Описані процедури повторюються для всіх масок розбиття.

У разі багаторівневої декомпозиції розроблений алгоритм застосовується рекурсивно, де вхідними даними виступають ТМФ зв'язувальних функцій попереднього рівня.

На рис. 3 показано блок-схему алгоритму функційної однорівневої декомпозиції методом *q*-розбиття мінтермів повної булевої функції $f(x_1,x_2,...,x_n)$.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

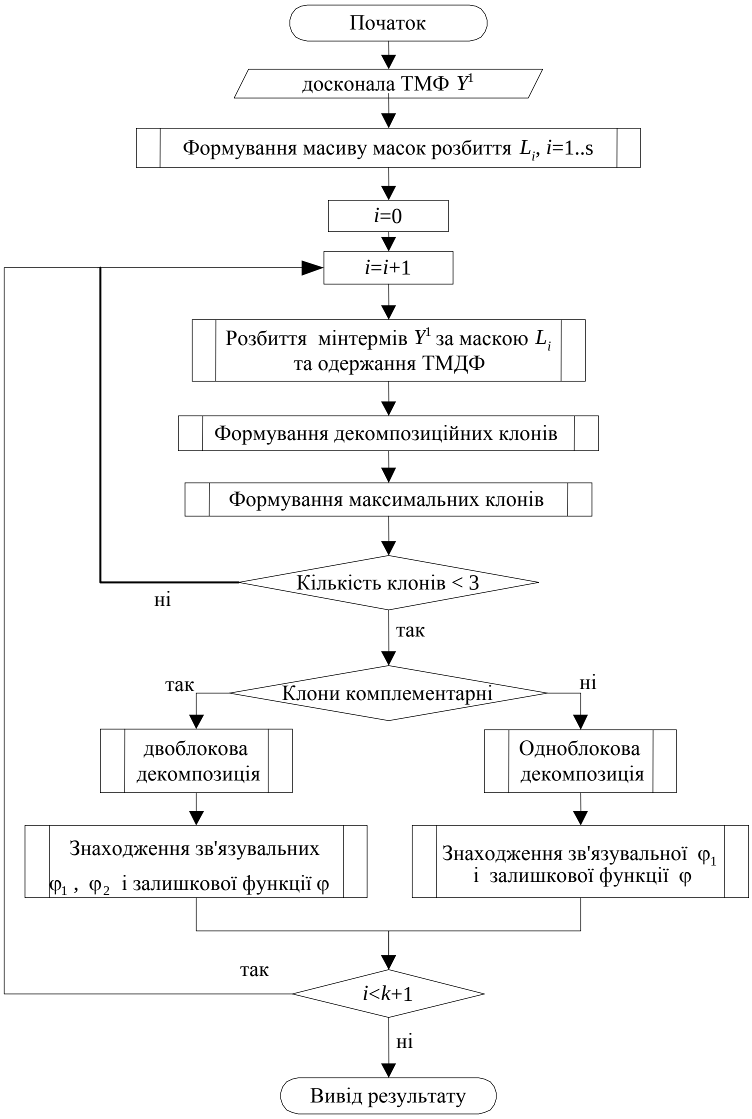

Рис.3. Блок схема алгоритму

IV. Програмна реалізація алгоритму

Програму розроблено в середовищі *Delphi* мовою програмування *Object-Pascal*.

Програма побудована на таких об’єктах:

TTMF – об’єкт для зображення в пам’яті комп’ютера функції у форматі ТМФ;

TSplitMask – об’єкт для формування і зберігання всіх можливих масок розбиття на певному етапі декомпозиції;

TClon – об’єкт для зображення клона в пам’яті комп’ютера; містить значення субмінтермів клона та елементарні операції над ним;

TMaxClons – об’єкт, що включає в себе множину об’єктів TClon, а також операції над ними; містить також процедури отримання декомпозиційних і максимальних клонів з об’єкта TTMF для певної маски TSplitMask, а також процедури визначення типу декомпозиції та значення ТФМ зв’язувальних і залишкових функцій.

Для зображення множин або функцій у форматі ТМФ використано АТД лінійно впорядковану множину, яку реалізовано за допомогою зв'язаних списків.

Взаємодію об’єктів у разі однорівневої декомпозиції показано на рис. 4. Об’єкт TMasClon формує масив клонів TClon з даних об’єктів TTMF і TSplitMask і утворює максимальні клони функції, на основі яких утворються об’єкти TTMF зв’язувальних і залишкових функцій.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

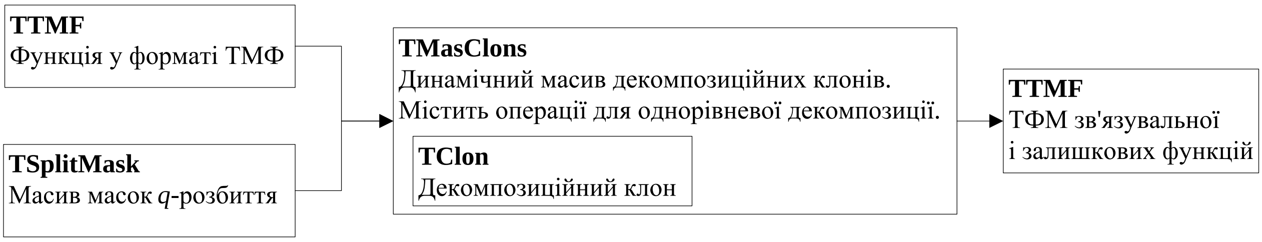

Рис. 4. Блок-схема взаємодії об'єктів

V. Висновок

Порівняно з відомими матричними методами декомпозиції [1–4], розроблений алгоритм з використанням декомпозиційних клонів значно простіший для його програмної реалізації, оскільки дає змогу побудувати об'єктно-орієнтовану модель, де всі основні операції виконуються над об'єктами. Крім того зі збільшенням кількості змінних, обсяг пам'яті комп'ютера, необхідний для побудови згаданих матриць зростає кобінаторно як O(n!), в той час як у запропонованому алгоритмі обсяг використовуваної пам'яті залежить лише від кількості мінтермів, а отже, є порівняно менший.

1. Рицар Б.Є. Декомпозиція булових функцій методом q-розбиття. 2 // Управляющие системы и машины. – №1, 2000. – С. 56–65. 2. Рицар Б.Є. Про декомпозиційні клони булових функцій // Вісник НУ "Львівська політехніка" "Комп'ютерні мережі та системи", №385, 2000. – С. 105–111. 3. Рицар Б.Е. Новый подход к декомпозиции булевых функций методом q-разбиений. 1. Разделительная декомпозиция полных и частичных функций // Кибернетика и системный анализ. – 2001. – №5. – С. 38-62. 4. Бибило П.Н., Енин С.В. Синтез комбинационных схем методами функциональной декомпозиции. – Минск: Наука и техника, 1987. – 190 с. 5. Almaini A.E. Electronic Logic Systems. – Prentice-Hall Internation, Englewood Cliffs, N.J. – 1986. 6. Luba T. Multi-level logic synthesis based on decomposition // Microprocessors and Microsystems. – 1994. – 18. – No 8. – P. 429–437. 7. Brayton R.K., Hachtel G.D., Sangiovanni-Vincentelli A.L. Multilevel logic synthesis // Proc. IEEE. – 1990. – 78. – No 2. – P. 264–300. 8. H. A. Curtis, A new approach to the design of switching circuits, Toronto, N.J.: Princeton, 1962.

УДК 535.36

Р.А. Пеленський
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної та загальної електротехніки

ПОДВІЙНІ ШАРИ МАГНІТНИХ ЗАРЯДІВ ЯК НОСІЇ ІНФОРМАЦІЇ

© Пеленський Р.А., 2006

Досліджено механізми побудови подвійних шарів магнітних зарядів на основі розгляду у взаємозв'язку спінових і магнітних полів, що супроводжують процеси збурення спінового континууму внаслідок розривів суцільного середовища, і створено відповідні математичні моделі.

The mechanisms of forming double layers of magnetic charges was explained on the bases of the consideration of mutual relationship of spin and magnetic fields that accompany the process of the disturbance of spin continuums due to breaches of continuous medium appropriate mathematical models were developed

Вступ

Постановка проблеми. Наука не дає однозначної відповіді на питання аналізу процесів мислення, запам'ятовування та оброблення інформації, кодування наслідкової інформації живим

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua