ТЕОРІЯ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ КІЛ ТА СИГНАЛІВ

УДК 621.372.061

Ю.І. Шаповалов, А.Є. Гуляйгродський
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра радіоелектронних пристроїв та систем

МЕТОД ФОРМУВАННЯ РІВНЯНЬ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КІЛ

Розглянуто метод формування математичної моделі лінійного параметричного кола у вигляді лінійного диференціального рівняння зі змінними у часі коефіцієнтами, що зв'язує вхідний сигнал та відгук на нього.

Considers the method of forming the mathematical model of the linear parametric circuit in the form of a linear differential equation with the coefficients variable in time which couples the input signal and the response to it.

Постановка проблеми

Лінійні електронні кола описуються лінійними диференціальними рівняннями, які для випадку постійних параметрів, як правило, перетвореннями Лапласа приводяться до алгебраїчної форми. Для випадку лінійних електронних кіл зі змінними параметрами (параметричних кіл) перетворення Лапласа застосувати не можемо. Однак в [1] визначено функцію передачі параметричного кола, у [2] доведено можливість, а у [3, 4] розроблено методи символьного аналізу лінійних параметричних кіл у частотній області.

Для аналізу лінійних параметричних кіл у частотній області все ж таки необхідно попередньо побудувати диференціальне рівняння, що зв'язує вхідний сигнал з відгуком на нього. Ця робота розглядає розвиток методу формування диференціального рівняння зі змінними коефіцієнтами заданого лінійного параметричного кола та реалізацію цього методу у середовищі MathCAD.

Шлях аналізу

Будуємо лінійне диференціальне рівняння заданого параметричного кола у вигляді

$$a_n(t)\cdot x_2^{(n)}(t)+...+a_1(t)\cdot x_2'+a_0(t)\cdot x_2\ (t)=b_m(t)\cdot x_1^{(m)}(t)+...+b_1(t)\cdot x_1'+b_0(t)\cdot x_1\ (t), \qquad (1,a)$$

де $x_1(t)$, $x_2(t)$ – вхідний та вихідний сигнали; $a_i(t)$, $b_j(t)$ – функції часу.

Часто користуються скороченою формою запису виразу (1,a) у вигляді

$$(a_n\cdot p^n+...+a_1\cdot p+a_0)\cdot x_2=(b_m\cdot p^m+...+b_1\cdot p+b_0)\cdot x_1,\quad \text{де } p=d/dt. \qquad (1,b)$$

Метод формування рівняння (1) зводиться по суті до пошуку коефіцієнтів a_i, b_j, і це відбувається в такий спосіб. Нехай у колі лише один параметричний елемент:

1. Шляхом видалення з заданого кола параметричного елемента отримаємо постійну частину кола (рис. 1), для якого можемо застосувати відомі методи формування рівнянь у частотній області.

Нехай постійна частина кола (рис. 1) описана рівняннями [5]:

$$\Delta\cdot u_1=\Delta_{11}\cdot i_1-\Delta_{(m+n)1}\cdot i; \qquad (2)$$

$$\Delta\cdot u=\Delta_{1(m+n)}\cdot i_1-\Delta_{(m+n)(m+n)}\cdot i, \qquad (3)$$

де $\Delta, \Delta_{11}, \Delta_{(m+n)1}, \Delta_{1(m+n)}, \Delta_{(m+n)(m+n)}$ – визначник матриці провідності постійної частини кола та її алгебраїчні доповнення у вигляді поліномів від комплексної змінної p або їм еквівалентні [5]:

$$\Delta_{11,(m+n)(m+n)} \cdot i_1 = \Delta_{(m+n)(m+n)} \cdot u_1 - \Delta_{(m+n)1} \cdot u ; \tag{4}$$

$$\Delta_{11,(m+n)(m+n)} \cdot i = \Delta_{1(m+n)} \cdot u_1 - \Delta_{11} \cdot u . \tag{5}$$

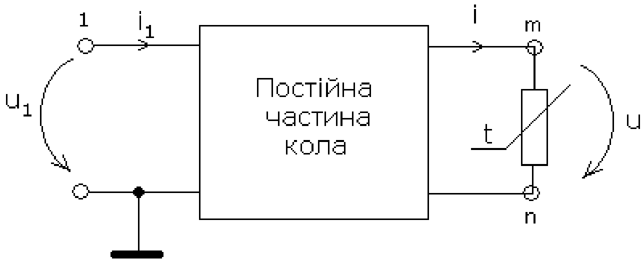

Рис. 1. Лінійне параметричне коло
з одним параметричним елементом

2. У рівняннях (2)–(5) можливі від'ємні степені комплексної змінної p. Усуваємо їх, домножуючи ліву і праву частини кожного рівняння (2)-(5) на максимальний від'ємний степінь p у ньому.

3. У цьому пункті й далі вважаємо, що p– оператор d/dt, а вирази (2)–(5) – це диференціальні рівняння стосовно змінних у часі напруг та струмів u_1, i_1, u, i. Доповнюючи диференціальні рівняння (2)–(5) компонентним рівнянням параметричного елемента, отримаємо усе необхідне для формування заданого рівняння (1).

З (2)–(5) зрозуміло, що парою змінних (x_1,x_2) у (1) може бути будь-яка пара з таких пар:

$$(u_1,u), (u_1,i), (i_1,u), (i_1,i). \tag{6}$$

Як правило, пара змінних вибирається із заданих умов проведення дослідження і аналізу параметричного кола або є наперед задана.

Нехай необхідно побудувати (1) стосовно змінних (i_1,u), а параметричним елементом є ємність $C(t)$, для якої

$$i = C \cdot u' + C' \cdot u . \tag{7}$$

Підставляючи (7) у (3), отримаємо

$$\Delta u = \Delta_{1(m+n)} \cdot i_1 - \Delta_{(m+n)(m+n)} \cdot (C \cdot u' + C' \cdot u) . \tag{8}$$

У виразі (8) присутні похідні не тільки від змінних, але й від їх суми та добутків з часовими функціями. Правила розкриття дужок у цьому випадку такі.

Так, для виразу

$$a_n \cdot x^{(n)} + ... + a_1 \cdot x' + a_0 \cdot x \ \ = (a_n \cdot p^n + ... + a_1 \cdot p' + + a_0) \cdot x = A(p) \cdot x = A(x) \tag{9}$$

справедливі властивості:

$$\text{а)}\ A(x+y) = A(x) + A(y) ; \tag{10}$$

$$\text{б)}\ A(x \cdot y) = \overset{*}{A}(x) \cdot y = \overset{*}{A}(y) \cdot x , \tag{11}$$

де

$$\overset{*}{A}(x) = A(x) + \frac{\partial A(x)}{\partial p} p + ... + \frac{1}{k!} \cdot \frac{\partial^k A(x)}{\partial p^k} p^k ; \tag{12}$$

$$\overset{*}{A}(y) = A(y) + \frac{\partial A(y)}{\partial p} p + ... + \frac{1}{k!} \cdot \frac{\partial^k A(y)}{\partial p^k} p^k \tag{13}$$

та наслідок з властивості (11)

$$\text{в)}\ A(x\cdot y') = \overset{*}{A}(x)\cdot p\cdot y = \overset{*}{A}(y')\cdot x\,. \tag{14}$$

Враховуючи (10) та (14), вираз (8) приводимо до вигляду

$$\Delta u = \Delta_{1(m+n)}\cdot i_1 - \Delta_{(m+n)(m+n)}\cdot (C\cdot u') - \Delta_{(m+n)(m+n)}\,;$$

$$(C'\cdot u) = \Delta_{1(m+n)}\cdot i_1 - \overset{*}{\Delta}_{(m+n)(m+n)}\cdot (C)\cdot p\cdot u - \overset{*}{\Delta}_{(m+n)(m+n)}\cdot (C')\cdot u$$

або

$$[\Delta + \overset{*}{\Delta}_{(m+n)(m+n)}\cdot C\cdot p + \overset{*}{\Delta}_{(m+n)(m+n)}\cdot C']\cdot u = \Delta_{1(m+n)}\cdot i_1\,. \tag{15}$$

Вираз (15) і є шуканим виразом виду (1).

Зауважимо, що розглянутий метод може бути застосований і для випадку, коли у колі є більше ніж один параметричний елемент.

Приклад 1. Сформувати розглянутим методом рівняння параметричного підсилювача (рис. 2) для пари змінних *(u_1,u)* за допомогою ППП MathCAD.

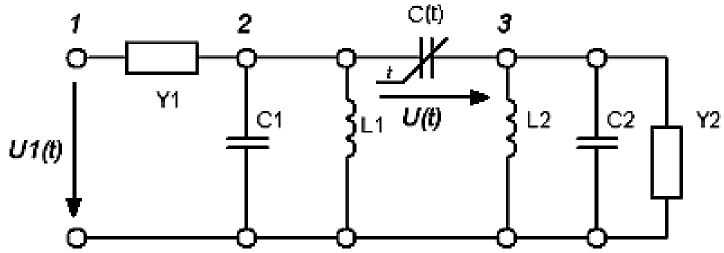

Рис. 2. Двоконтурний параметричний підсилювач 1

Диференціальне рівняння підсилювача будується у вигляді

$$M\cdot u(t) = N\cdot u_1(t)\,.$$

1. Формуємо матрицю провідності схеми, присвоюючи відповідні значення елементам матриці: ORIGIN:=1

$$Y = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{pmatrix}$$

$A_{1,1} := y1$ $\quad$ $A_{1,2} := -y1$ $\quad$ $A_{1,3} := 0$;

$A_{2,1} := -y1$ $\quad$ $A_{2,2} := \dfrac{1}{L1\cdot p} + y1 + C1\cdot p$ $\quad$ $A_{2,3} := 0$;

$A_{3,1} := 0$ $\quad$ $A_{3,2} := 0$ $\quad$ $A_{3,3} := \dfrac{1}{L2\cdot p} + y2 + C2\cdot p$.

2. Знаходимо визначник матриці Δ_{11}:

$\Delta_{11} := \left|\begin{pmatrix} A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,2} & A_{3,3} \end{pmatrix}\right|$; $\quad$ $\Delta_{11} \to (\dfrac{1}{L1\cdot p} + y1 + C1\cdot p)\cdot(\dfrac{1}{L2\cdot p} + y2 + C2\cdot p)$.

3. Знаходимо $\Delta_{1(2+3)}$:

$\Delta_{1(2+3)} := \left|\begin{pmatrix} A_{2,1} & A_{2,2} + A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} + A_{3,3} \end{pmatrix}\right|\cdot(-1)$; $\quad$ $\Delta_{1(2+3)} \to y1\cdot(\dfrac{1}{L2\cdot p} + y2 + C2\cdot p)$.

4. Знаходимо $\Delta_{11,(2+3)(2+3)}$:

$\Delta_{11,(2+3)(2+3)} := A_{2,2} + A_{2,3} + A_{3,2} + A_{3,3}$; $\quad$ $\Delta_{11,(2+3)(2+3)} \to \dfrac{1}{L1\cdot p} + \dfrac{1}{L2\cdot p} + y1 + y2 + C1\cdot p + C2\cdot p$.

5. Позбудемось p у від'ємному степені, для цього домножимо Δ_{11}, $\Delta_{1(2+3)}$, $\Delta_{11,(2+3)(2+3)}$ на p^2: $k := p^2$.

Одержимо такі рівняння:

а) $\Delta_{11} := \Delta_{11} \cdot k$;

$\Delta_{11} \to (1/L1 + y1 \cdot p + C1 \cdot p^2) \cdot (1/L2 + y2 \cdot p + C2 \cdot p^2)$;

б) $\Delta_{1(2+3)} := \Delta_{1(2+3)} \cdot k$;

$\Delta_{1(2+3)} := p^2 \cdot y1 \cdot (1/L2 \cdot p + y2 + C2 \cdot p)$;

в) $\Delta_{11,(2+3)(2+3)} := \Delta_{11,(2+3)(2+3)} \cdot k$;

$\Delta_{11,(2+3)(2+3)} \to (1/L1 + 1/L2) \cdot p + (y1 + y2) \cdot p^2 + (C1 + C2) \cdot p^3$.

За p=d/dt матимемо:

$\Delta_{11,(2+3)(2+3)} := p \cdot \Delta_{11,(2+3)(2+3)}$;

$\Delta_{11,(2+3)(2+3)} colect, p \to (1/L1 + 1/L2) \cdot p^2 + (y1 + y2) \cdot p^2 + (C1 + C2) \cdot p^4$

$$\Delta_{11,(2+3)(2+3)} \begin{array}{l} |\, colect, p \\ |\, substitute\ , p^5 = \dfrac{d^5}{dt^5}(C(t) \cdot u(t)),\ p^4 = \dfrac{d^4}{dt^4}(C(t) \cdot u(t)), \\ |\ p^3 = \dfrac{d^3}{dt^3}(C(t) \cdot u(t)),\ p^2 = \dfrac{d^2}{dt^2}(C(t) \cdot u(t)), \\ |\ p = \dfrac{d}{dt}(C(t) \cdot u(t)) \\ |\, substitute\ , \dfrac{d^5}{dt^5}u(t) = p^5, \dfrac{d^4}{dt^4}u(t) = p^4, \dfrac{d^3}{dt^3}u(t) = p^3, \\ |\ \dfrac{d^2}{dt^2}u(t) = p^2, \dfrac{d}{dt}u(t) = p, u(t) = 1 \\ |\, collect, p \end{array} \to$$

$$\to (C2 + C1) \cdot C \cdot p^4 + ((y2 + y1) \cdot C + 4 \cdot (C2 + C1) \cdot \frac{d}{dt}C) \cdot p^3 + (3 \cdot (y2 + 1) \cdot \frac{d}{dt}C + (\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2}) \cdot C + 6 \cdot (C2 + C1) \cdot \frac{d^2}{dt^2}C) \cdot p^2 + (3 \cdot (y2 + y1) \cdot \frac{d^2}{dt^2}C + 2 \cdot (\frac{1}{L2} + \frac{1}{L1}) \cdot \frac{d}{dt}C + 4 \cdot (C2 + C1) \cdot \frac{d^3}{dt^3}C) \cdot p + ((C1 + C2) \cdot \frac{d^4}{dt^4}C + (y1 + y2) \cdot \frac{d^3}{dt^3}C + (\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2}) \cdot \frac{d^2}{dt^2}C)$$

Результат: $M := \Delta_{11},_{(2+3)(2+3)} + \Delta_{11}$

$$Mcollect, p \to ((C2 + C1) \cdot C + C1 \cdot C2) \cdot p^4 + ((y2 + y1) \cdot C + 4 \cdot (C2 + C1) \cdot \frac{d}{dt}C + y1 \cdot C2 + y2 \cdot C1) \cdot p^3 + (3 \cdot (y2 + y1) \cdot \frac{d}{dt}C + (\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2}) \cdot C + 6 \cdot (C2 + C1) \cdot \frac{d^2}{dt^2}C + \frac{C2}{L1} + \frac{C1}{L2} + y1 \cdot y2 +) \cdot p^2 + (3 \cdot (y2 + y1) \cdot \frac{d^2}{dt^2}C + 2 \cdot (\frac{1}{L2} + \frac{1}{L1}) \cdot \frac{d}{dt}C + 4 \cdot (C2 + C1) \cdot \frac{d^3}{dt^3}C + \frac{y2}{L1} + \frac{y1}{L2}) \cdot p + ((C1 + C2) \cdot \frac{d^4}{dt^4}C + (y1 + y2) \cdot \frac{d^3}{dt^3}C + (\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2}) \cdot \frac{d^2}{dt^2}C + \frac{1}{L1 \cdot L2})$$

$N := \Delta_{1(2+3)}$ $\qquad$ $N \to (y1/L2) \cdot p + y1 \cdot y2 \cdot p^2 + C2 \cdot p^3$.

Можемо переконатись, що результат збігається з результатом, знайденим вручну і опублікованим у [4].

Приклад 2. Сформувати розглянутим методом рівняння параметричного підсилювача (рис. 2) для пари змінних *(i_1,u)* за допомогою ППП MathCAD.

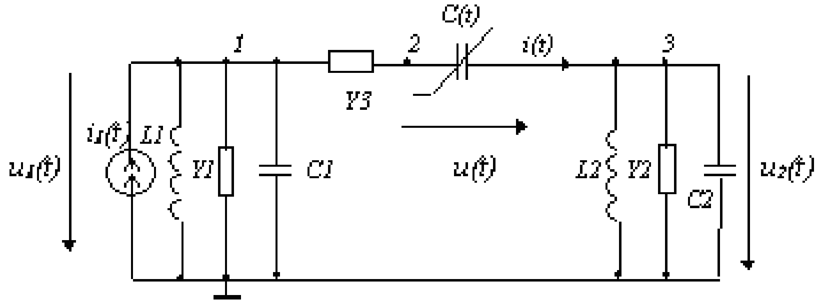

Рис. 3. Двоконтурний параметричний підсилювач 2

Диференціальне рівняння підсилювача будується у вигляді

$$M \cdot u(t) = N \cdot i_1(t)\ .$$

1. Формуємо матрицю провідності схеми, присвоюючи відповідні значення елементам матриці: ORIGIN:=1

$$Y = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{pmatrix}$$

$A_{1,1} := 1/(L1 \cdot p) + y1 + C1 \cdot p + y3$ $\quad A_{1,2} := -y3$ $\quad A_{1,3} := 0$;

$A_{2,1} := -y3$ $\quad A_{2,2} := y3$ $\quad A_{2,3} := 0$;

$A_{3,1} := 0$ $\quad A_{3,2} := 0$ $\quad A_{3,3} := 1/(L2 \cdot p) + y2 + C2 \cdot p$;

2. Знаходимо визначник матриці Δ:

$$\Delta := \left| \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{pmatrix} \right|; \qquad \Delta \to y3 \cdot (1 + y2 \cdot L2 \cdot p + C2 \cdot p^2 \cdot L2) \cdot 1 + y1 \cdot L1 \cdot p + C1 \cdot L1 \cdot p^2 / (L1 \cdot L2 \cdot p^2)\ .$$

3. Знаходимо $\Delta_{1(2+3)}$:

$$\Delta_{1(2+3)} := \left| \begin{pmatrix} A_{2,1} & A_{2,2} + A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} + A_{3,3} \end{pmatrix} \right| \cdot (-1); \qquad \Delta_{1(2+3)} \to y3 \cdot (1/(L2 \cdot p) + y2 + C2 \cdot p)\ .$$

4. Знаходимо $\Delta_{(2+3)(2+3)}$:

$$\Delta_{(2+3)(2+3)} := \left| \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,3} + A_{1,2} \\ A_{3,1} + A_{2,1} & A_{3,3} + A_{2,2} + A_{2,3} + A_{3,2} \end{pmatrix} \right|$$

$$\Delta_{(2+3)(2+3)} \to (1 + y2 \cdot L2 \cdot p + C2 \cdot p^2 \cdot L2 + y3 \cdot L2 \cdot p + y1 \cdot L1 \cdot p + y1 \cdot L1 \cdot p^2 \cdot y2 \cdot L2 + y1 \cdot L1 \cdot p^3 \cdot C2 \cdot L2 +$$
$$y1 \cdot L1 \cdot p^2 \cdot y3 \cdot L2 + C1 \cdot L1 \cdot p^2 + C1 \cdot p^3 \cdot L1 \cdot y2 \cdot L2 + C1 \cdot p^4 \cdot L1 \cdot C2 \cdot L2 + C1 \cdot p^3 \cdot L1 \cdot y3 \cdot L2 + y3 \cdot L1 \cdot p +$$
$$y3 \cdot L1 \cdot p^2 \cdot y2 \cdot L2 + + y3 \cdot L1 \cdot p^3 \cdot C2 \cdot L2) / (L1 \cdot L2 \cdot p^2).$$

5. Позбудемось p у від'ємному степені, для цього домножимо Δ, $\Delta_{1(2+3)}$, $\Delta_{(2+3)(2+3)}$ на p^2: $k := p^2$.

Одержимо такі рівняння:

а) $\Delta := \Delta \cdot k$;

$$\Delta \to y3 \cdot (1 + y2 \cdot L2 \cdot p + C2 \cdot p^2 \cdot L2) \cdot (1 + + y1 \cdot L1 \cdot p + C1 \cdot L1 \cdot p^2) / (L1 \cdot L2);$$

б) $\Delta_{1(2+3)} := \Delta_{1(2+3)} \cdot k$;

$$\Delta_{1(2+3)} := p^2 \cdot y3 \cdot (1/L2 \cdot p + y2 + C2 \cdot p);$$

в) $\Delta_{(2+3)(2+3)} := \Delta_{(2+3)(2+3)} \cdot k$;

$$\Delta_{(2+3)(2+3)} \to (1+y2\cdot L2\cdot p+C2\cdot p^2\cdot L2+y3\cdot L2\cdot p+y1\cdot L1\cdot p+y1\cdot L1\cdot p^2\cdot y2\cdot L2+y1\cdot L1\cdot p^3\cdot C2\cdot L2+ y1\cdot L1\cdot p^2\cdot y3\cdot L2+C1\cdot L1\cdot p^2+C1\cdot p^3\cdot L1\cdot y2\cdot L2+C1\cdot p^4\cdot L1\cdot C2\cdot L2+C1\cdot p^3\cdot L1\cdot y3\cdot L2+y3\cdot L1\cdot p+ y3\cdot L1\cdot p^2\cdot y2\cdot L2+y3\cdot L1\cdot p^3\cdot C2\cdot L2)/L1\cdot L2.$$

За p=d/dt матимемо:

$\Delta_{(2+3)(2+3)} := p\cdot\Delta_{(2+3)(2+3)}$;

$$\Delta_{(2+3)(2+3)} colect, p \to C1\cdot C2\cdot p^5 + +(y1\cdot C2+y3\cdot C2+C1\cdot y3+C1\cdot y2)\cdot p^4+(C2/L1+C1/L2+ y1\cdot y2++y1\cdot y3+y2\cdot y3)\cdot p^3+(y2/L1+y3/L1+y1/L2+y3/L2)\cdot p^2+(1/L1L2)\cdot p;$$

$$\begin{array}{l} \quad |\, colect, p \\ \quad |\, substitute,\ p^5=\frac{d^5}{dt^5}(C(t)\cdot u(t)),\ p^4=\frac{d^4}{dt^4}(C(t)\cdot u(t)), \\ \quad |\, p^3=\frac{d^3}{dt^3}(C(t)\cdot u(t)),\ p^2=\frac{d^2}{dt^2}(C(t)\cdot u(t)), \\ \Delta_{(2+3)(2+3)}\ |\, p=\frac{d}{dt}(C(t)\cdot u(t)) \qquad\qquad\qquad \to \\ \quad |\, substitute,\ \frac{d^5}{dt^5}u(t)=p^5, \frac{d^4}{dt^4}u(t)=p^4, \frac{d^3}{dt^3}u(t)=p^3, \\ \quad |\, \frac{d^2}{dt^2}u(t)=p^2, \frac{d}{dt}u(t)=p, u(t)=1 \\ \quad |\, collect, p \end{array}$$

$$\to C1\cdot C2\cdot C(t)\cdot p^5+[(y1\cdot C2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot C(t)+5\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d}{dt}C(t)]\cdot p^4+[(\frac{C2}{L1}+y1\cdot y2+ y1\cdot y3+y2\cdot y3+\frac{C1}{L2})\cdot C(t)+4\cdot(y1\cdot C2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot\frac{d}{dt}C(t)+10\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d^2}{d^2t}C(t)]\cdot p^3+[(\frac{y2}{L1}+ \frac{y3}{L1}+\frac{y1}{L2}+\frac{y3}{L2})\cdot C(t)+3\cdot(\frac{C2}{L1}+y1\cdot y2+y1\cdot y3+y2\cdot y3+\frac{C1}{L2})\cdot\frac{d}{dt}C(t)+6\cdot(y1\cdot y2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot\frac{d^2}{dt^2}C(t)+10\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d^3}{dt^3}C(t)]\cdot p^2+\ [3\cdot(\frac{C2}{L1}+y1\cdot y2+y1\cdot y3+y2\cdot y3+\frac{C1}{L2})\cdot\frac{d^2}{dt^2}C(t)+ 2\cdot(\frac{y2}{L1}+\frac{y3}{L1}+\frac{y1}{L2}+\frac{y3}{L2})\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}C(t)+4\cdot(y1\cdot C2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot\frac{d^3}{dt^3}C(t)+5\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d^4}{dt^4}C(t)+ \frac{1}{L1\cdot L2}\cdot C(t)]\cdot p+[C1\cdot C2\cdot\frac{d^5}{dt^5}C(t)+\frac{1}{L1\cdot L2}\cdot\frac{d}{dt}C(t)+(\frac{y2}{L1}+\frac{y3}{L1}+\frac{y1}{L2}+\frac{y3}{L2})\cdot\frac{d^2}{dt^2}C(t)+(\frac{C2}{L1}+\frac{C1}{L2}+ y1\cdot y2+y1\cdot y3+y2\cdot y3)\cdot\frac{d^3}{dt^3}C(t)+(y1\cdot C2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\frac{d^4}{dt^4}C(t)].$$

Результат: $M := \Delta_{(2+3)(2+3)} + \Delta$;

$$Mcollect, p \to C1\cdot C2\cdot C(t)\cdot p^5+[y3\cdot C1\cdot C2+(y1\cdot C2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot C(t)+5\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d}{dt}C(t)+ y3\cdot C1\cdot C2]\cdot p^4+[y2\cdot y3\cdot C1+y1\cdot y3\cdot C1+(\frac{C2}{L1}+y1\cdot y2+y1\cdot y3+y2\cdot y3+\frac{C1}{L2})\cdot C(t)+4\cdot(y1\cdot C2+y3\cdot C2+ y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot\frac{d}{dt}C(t)+10\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d^2}{dt^2}C(t)]\cdot p^3+[(\frac{y2}{L1}+\frac{y3}{L1}+\frac{y1}{L2}+\frac{y3}{L2}\cdot C(t)+3\cdot(\frac{C2}{L1}+y1\cdot y2+$$

$$y1\cdot y3+y2\cdot y3+\frac{C1}{L2})\cdot\frac{d^2}{d^2t}C(t)+6\cdot(y1\cdot y2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot\frac{d}{dt}C(t)+10\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d^3}{dt^3}C(t)+$$

$$\frac{C1}{L2}\cdot y3+y1\cdot y2\cdot y3+\frac{C2}{L1}\cdot y3]\cdot p^2+[\frac{1}{L2}\cdot y1\cdot y3+\frac{1}{L1}\cdot y3\cdot y2+3\cdot(\frac{C2}{L1}+y1\cdot y2+y1\cdot y3+y2\cdot y3+\frac{C1}{L2})\cdot$$

$$\frac{d^2}{dt^2}C(t)+5\cdot C1\cdot C2\cdot\frac{d^4}{dt^4}C(t)+2\cdot(\frac{y2}{L1}+\frac{y3}{L1}+\frac{y1}{L2}+\frac{y3}{L2})\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}C(t)+4\cdot(y1\cdot C2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\cdot$$

$$\frac{d^3}{dt^3}C(t)+\frac{1}{L1\cdot L2}\cdot C(t)]\cdot p+[\frac{1}{L1L2}\cdot y3+C1\cdot C2\cdot\frac{d^5}{dt^5}C(t)+\frac{1}{L1\cdot L2}\cdot\frac{d}{dt}C(t)+(\frac{y2}{L1}+\frac{y3}{L1}+\frac{y1}{L2}+\frac{y3}{L2})\cdot\frac{d^2}{dt^2}C(t)+$$

$$(\frac{C2}{L1}+\frac{C1}{L2}+y1\cdot y2+y1\cdot y3+y2\cdot y3)\cdot\frac{d^3}{dt^3}C(t)+(y1\cdot C2+y3\cdot C2+y3\cdot C1+y2\cdot C1)\frac{d^4}{dt^4}C(t)];$$

$$N:=\Delta_{1(2+3)}$$

$$N\to[1/L2\cdot p+y2+C2\cdot p]\cdot y3\cdot p^2.$$

Можемо переконатись, що результат збігається з результатом, знайденим вручну і опублікованим у [3].

Висновок

Розглянутий метод разом з методом розв’язування рівнянь виду (15) [3, 4] за заміни параметричного елемента на джерело сигналу з величиною, що дорівнює величині знайденого відгуку за теоремою підстановки [6], перетворює задане параметричне коло на коло зі сталими параметрами й двома сигналами (один – незалежний, а інший – залежний від першого). До такого кола можемо застосовувати добре розроблені методи аналізу кіл зі сталими параметрами. Це й робить розглянутий метод перспективним у використанні для аналізу параметричних кіл.

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М., 1977. 2. Zadeh L. A. Frequency Analysis of Variable Networks. – Proc. of the IRE. – Vol.39. – 1950. 3. Шаповалов Ю., Шмотолоха І. Аналіз параметричних підсилювачів частотним символьним методом // Вісник ДУ “Львівська політехніка” “Радіоелектроніка та телекомунікації”. – 2000. – №399. 4. Шаповалов Ю. Моделювання лінійних параметричних кіл частотним символьним методом // Вісник ДУ “Львівська політехніка” “Радіоелектроніка та телекомунікації”. – 1998. – №343. – С. 126–132. 5. Сигорский В.П., Петренко А.И. Основы анализа электронных схем. – К., 1971. 6. Дезоер Ч.А., Ку Э.С. Основы теории цепей / Пер. с англ. – М., 1976.