

## Висновки

Магнітні монополі мають право на існування в приповерхневих шарах тонких плівок, і разом з магнітними зарядами, захопленими на поверхневі магнітні рівні, утворюють подвійні магнітні шари зарядів, які ймовірно слугують магнітними носіями інформації. Якщо розгорнути в площину мембрани людського організму, отримуємо десятки тисяч квадратних метрів площі. Ще більшою є площа подвійних шарів магнітних зарядів, тобто, вони інформаційно є незрівнянно потужнішими, ніж рукотворні технічні магнітні носії інформації.

Отримано симетричні рівняння електродинаміки плівкових середовищ, що одночасно враховують два типи джерел магнітного поля (у вигляді магнітних монополів і кільцевих струмів).

1. Бинги В.И., Чернавский А.С. Стохастический резонанс магнитосом, закрепленных в цитоскелете // *Биофизика*. – 2005. Т.50. – Вып.4. – С.684–688. 2. Tsymbal E.Y., Pettifor D.G. Perspectives of Gigant Magnetoresistance. *Solid State Physics*, ed. by Ehrenreich H. and Spaepen F. 2001. – V.56. – P.113–237. 3. Атья М., Хитчин Н. Геометрия и динамика магнитных монополей. – М.: Мир, 1991. – 148 с. 4. Монополь Дирака. – М.: Мир, 1970. – 332 с. 5. Введенский В.Л., Ожогин В.И. Сверхчувствительная магнитометрия и биомагнетизм. – М.: Наука, 1986. – 200 с. 6. Хайкин М.С. Магнитные поверхностные уровни // *УФН*. – 1968. Т. 96. – С. 409. 7. Биогенный магнетит и магниторецепция. Новое о биомагнетизме / Ред. Дж. Киртвинк, Д. Джонс, Б. Мак-Фадден. – М.: Мир, 1989. Т.1. – 352 с.; Т.2. – 523 с. 8. Бондаренко Е.Г., Рыжевнин В.И. Регистрация неэлектромагнитных компонентов биополя человека // *Парапсихология и психофизика*. – 1999. – №2. – С. 61–63. 9. Pelenskyj R. Contradirectional Fields. *Materials of the XIII International Symposium of Theoretical Electrical Engineering*, July 4-7, 2005, Lviv, Ukraine. – P. 71–72. 10. Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. – М., 1967. – С.4–64. 11. Скулачев В.П. Энергетика биологических мембран. – М.: Наука, 1989. – 564 с. 12. Вайнберг С. Свет как элементарная частица // *УФН*. – 1976. Т. 120. – Вып.4. 13. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. – М.: Наука, 1994. – 464 с.

УДК 004.942, 004.852

П.О. Кравець

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра інформаційних систем та мереж

## ІГРОВА ЗАДАЧА ПЕРЕСЛІДУВАННЯ АКТИВНОГО ОБ’ЄКТА В ДИСКРЕТНОМУ ПРОСТОРИ

© Кравець П.О., 2006

Розв’язано ігрову задачу переслідування активного об’єкта в умовах невизначеності. Розроблено ігрову модель, рекурентні методи та алгоритм розв’язування задачі. На основі комп’ютерного моделювання досліджено вплив дисперсії завад та характеристик дискретного простору на середню кількість пошукових кроків. Результати роботи можна використати для побудови адаптивних систем керування, стохастичної оптимізації та ідентифікації систем, прийняття рішень в умовах невизначеності.

The game task of pursuit of active object in conditions of uncertainty is solved. Game model, recurrence methods and algorithm of a task solving are developed. On the basis of computer modeling the influence of noise dispersion and characteristics of discrete space on average quantity of search steps is investigated. The results can be used for construction of adaptive control systems, stochastic optimization and identification of systems, decisions making in conditions of uncertainty.

### Вступ

У теорії розподілених активних та мультиагентних систем є актуальним визначення такої поведінки їх складових елементів, яка забезпечує досягнення оптимальних режимів роботи системи

загалом [1 – 5]. Вважається, що елементи активних систем взаємодіють між собою через стохастичне середовище з апріорі невідомими характеристиками. Складові активних систем наділені базовими елементами “інтелекту”, які дозволяють їм виконувати власну мету функціонування. Для цього вони мають пам’ять, необхідну для збереження даних про зовнішнє середовище та операційний блок опрацювання цих даних для селективного вибору дискретних керуючих дій, які у середньому мінімізують програш кожного елемента. У результаті розподілена система виходить на один із колективних оптимальних розв’язків, який тією чи іншою мірою задовольняє критерії вигідності, справедливості та стійкості [6].

Для опису та дослідження активних систем зручно використати термінологію та апарат теорії стохастичних ігор [6 – 11]. Тому надалі елементи активних систем називатимемо гравцями, а їх керуючі дії – стратегіями. Для реалізації своїх планів гравці можуть об’єднуватися у коаліції. Гравці та їх коаліції можуть мати узгоджені або антагоністичні цілі.

Ігрова задача переслідування є тестовою для вивчення властивостей систем штучного інтелекту. Сучасні дослідження проблеми переслідування переважно полягають у побудові методів позиційних ігор з евристичними правилами поведінки гравців [3, 4, 12, 13]. Збіжність таких ігор вивчається у кожному конкретному випадку за допомогою комп’ютерних імітаційних моделей. Недостатньо висвітленими у літературі залишаються питання побудови та дослідження збіжності адаптивних ігрових методів, які за відсутності повної інформації про середовище забезпечували б досягнення стратегічної мети гри під час самонавчання.

Виконаємо розв’язування ігрової задачі з двома антагоністичними коаліціями гравців, котрі керують переміщенням двох активних об’єктів. Вважатимемо, що кожен гравець коаліції задає позицію об’єкта по одному із координатних напрямків в обмеженому багатовимірному просторі. Тоді перша коаліція гравців визначає координати переслідувача, а друга – координати переслідуваного об’єкта. Обидва об’єкти для утруднення визначення їх координат ставлять завади так, що вимірювана відстань між ними є випадковою величиною з апріорі невідомими стохастичними характеристиками. Мета переслідувача полягає у досягненні переслідуваного об’єкта, а мета останнього – у максимальному віддаленні від переслідувача.

### Мета роботи

Метою роботи є побудова ігрової моделі та адаптивних методів розв’язування задачі переслідування активного об’єкта в умовах невизначеності. Для досягнення мети необхідно розв’язати такі задачі: 1) виконати формалізовану постановку задачі переслідування – визначити набори вхідних та вихідних даних, задати мету розв’язування задачі; 2) побудувати структурно-функціональну модель ігрової задачі; 3) вибрати або побудувати методи розв’язування задачі; 4) розробити алгоритм розв’язування задачі; 5) виконати комп’ютерну реалізацію алгоритму; 6) проаналізувати результати комп’ютерної реалізації для вироблення рекомендацій щодо ефективного практичного використання ігрових методів.

### Формулювання задачі

Нехай в  $m$ -вимірному дискретному просторі  $X \subset R_+^m$  задано два активних об’єкти координатами  $x \in X$  та  $y \in X$ . Простір  $X$  визначається декартовим добутком  $X = \otimes_i X^i$  дискретних координат  $X^i = \{x^i(j) \mid j = \overline{1, N_i}\}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , де  $N_i$  – кількість значень координат або ширина дискретного простору по  $i$ -му виміру.

Задачею об’єкта  $x$  є перехоплення об’єкта  $y$ , а задачею об’єкта  $y$  є розташування на максимальній відстані від об’єкта  $x$ . В загальному перехоплення полягає у наближенні об’єкта  $x$  до об’єкта  $y$  на задану відстань  $r \geq 0$ :

$$\|x - y\| \leq r.$$

Переміщення об’єктів у межах визначеного простору здійснюється двома незалежними коаліціями гравців. Кількість гравців кожної коаліції дорівнює кількості координатних напрямків

пошукового простору. Гравці мають по  $N_i$  чистих стратегій, які є значеннями дискретних координат об'єкта по  $i$ -му координатному напрямку.

Вибір чистих стратегій здійснюється у дискретні моменти часу  $n = 1, 2, \dots$  незалежно як між коаліціями гравців, так і між гравцями однієї коаліції. Гравці з коаліції  $x$  вибирають координату  $x^i \in X^i$  з імовірностями  $p^i = (p_n^i(j) | j = \overline{1, N_i})$ , а гравці з коаліції  $y$  вибирають координату  $y^i \in X^i$  з імовірностями  $q^i = (q_n^i(j) | j = \overline{1, N_i})$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Вектори  $p_n^i, q_n^i \in S_\varepsilon^{N_i}$  визначають змішані стратегії гравців і приймають значення на одиничному  $\varepsilon$ -симплексі  $S_\varepsilon^{N_i}$ :

$$S_\varepsilon^{N_i} = \left\{ p^i \mid p^i \in S^{N_i}; p^i(j) \geq \varepsilon \ (j = \overline{1, 2, \dots, N_i}) \right\}, \ \varepsilon \in (0, \min_i N_i^{-1}).$$

Після завершення процедури вибору чистих стратегій кожен гравець вимірює поточну відстань до переслідуваного об'єкта по контрольованому ним координатному напрямку:

$$\xi_n^i = |x^i - y^i| + \mu, \quad (1)$$

де  $\mu$  – випадкова величина завади. Значення та стохастичні характеристики завади ап'орі не відомі для гравців. Для моделювання прийемо, що завада є розподілена за нормальним законом  $\mu \sim N(0, d)$  з нульовим математичним сподіванням та дисперсією  $d < \infty$ . Випадкова величина  $\xi_n^i$  має постійне математичне сподівання  $M\{\xi_n^i(x^i, y^i)\} = v^i(x^i, y^i) = const$  та обмежений другий момент  $M\{[\xi_n^i(x^i, y^i)]^2\} = \sigma_i^2(x^i, y^i) < \infty$ .

Значення  $\xi_n^i$  є поточними втратами  $i$ -го гравця з коаліції  $x$  та поточним виграшем  $i$ -го гравця з коаліції  $y$ .

Ефективність гри визначається усередненою по моментах часу  $n$  відстанню між об'єктами

$$\Phi_n^i(\{x_n, y_n\}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \xi_t^i. \quad (2)$$

Метою гравців з коаліції  $x$  є мінімізація середньої відстані (2)

$$\overline{\lim} \Phi_n^i \rightarrow \min,$$

а метою гравців з коаліції  $y$  – максимізація цієї відстані

$$\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \Phi_n^i \rightarrow \max.$$

Сформульована задача є грою двох коаліцій гравців з нульовою сумою, оскільки сумарний програш однієї коаліції дорівнює сумарному виграшу другої. У межах кожної коаліції інтереси гравців є однаковими, а між коаліціями – антагоністичними.

Розв'язком антагоністичної гри з нульовою сумою є сідлова точка [6, 14], яка описується умовою

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \Phi_n^i(\{x_n^i, \tilde{y}_n\}) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \Phi_n^i(\{x_n, y_n\}) \leq \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \Phi_n^i(\{\tilde{x}_n, y_n^i\}), \quad (3)$$

де  $\Phi_n^i(\{x_n^i, \tilde{y}_n\})$  – значення функції середніх втрат  $i$ -го гравця з коаліції  $y$ , отримане при заміні стратегії  $y_n^i \in X^i$  на стратегію  $\tilde{y}_n^i \in X^i$ ;  $\Phi_n^i(\{\tilde{x}_n, y_n^i\})$  – значення функції середніх виграшів  $i$ -го гравця з коаліції  $x$ , отримане при заміні стратегії  $x_n^i \in X^i$  на стратегію  $\tilde{x}_n^i \in X^i$ .

Виконання умови (3) забезпечується динамікою векторів змішаних стратегій  $p_n^i$  та  $q_n^i$ , елементи яких є умовними імовірностями вибору чистих стратегій

$$p_n^i(j) = P \left\{ x_n^i = x^i(j) \mid \xi_t^i, x_t^i, t = \overline{1, n-1} \right\},$$

$$q_n^i(j) = P \left\{ y_n^i = y^i(j) \mid \xi_t^i, y_t^i, t = \overline{1, n-1} \right\}.$$

Зміна цих векторів у часі повинна враховувати значення поточної відстані між двома об'єктами. Нехай у момент часу  $n$  гравець коаліції  $x$  вибрав стратегію  $x_n^i = x^i(j)$ , а гравець коаліції  $y$  – стратегію  $y_n^i = y^i(j)$ ,  $j = \overline{1, N_i}$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Це відповідає вибору координат об'єктів у межах заданого простору. Значення вимірюваної відстані  $\xi_n^i$  по  $i$ -му координатному напрямку є поточним програшем  $i$ -го гравця з коаліції  $x$  та виграшем  $i$ -го гравця з коаліції  $y$ . Тому імовірність  $p_n^i(j)$  вибору чистої стратегії  $x^i(j)$  повинна зменшитися, а імовірність вибору  $q_n^i(j)$  чистої стратегії  $y^i(j)$  – зрости пропорційно до величини  $\xi_n^i$ . Інші елементи векторів змінюються так, щоб задовольнити умови  $p_n^i, q_n^i \in S_\varepsilon^{N_i}$ .

З урахуванням цього побудуємо динамічні рекурентні методи розв'язування ігрової задачі в умовах невизначеності. Для цього визначимо функції середніх виграшів гравців коаліції  $x$ :

$$V_x^i(p^i, q^i) = \sum_{x^i, y^i \in X^i} v^i(x^i, y^i) p^i(x^i) q^i(y^i), \quad (4)$$

де  $i = \overline{1, m}$ . Для гри з нульовою сумою середні виграші гравців з коаліції  $y$  дорівнюють

$$V_y^i(p^i, q^i) = -V_x^i(p^i, q^i).$$

Сідлова точка матричної гри з функціями середніх виграшів (4) визначається так:

$$V_x^i(p^{i*}, \tilde{q}^i) \leq V_x^i(p^{i*}, q^{i*}) \leq V_x^i(\tilde{p}^i, q^{i*}), \quad (5)$$

де  $p^{i*}, q^{i*} \in S_\varepsilon^{N_i}$  – оптимальні, а  $\tilde{p}^i, \tilde{q}^i \in S_\varepsilon^{N_i}$  – довільні змішані стратегії гравців.

У зв'язку із полілінійним виглядом функцій середніх виграшів (4) сідлова точка, що визначається умовою (5), є нестійкою. Для забезпечення стійкості розв'язку ігрової задачі виконаємо регуляризацию функцій середніх виграшів

$$V_x^i(\delta) = V_x^i(p^i, q^i) + \frac{\delta}{2} \|p^i\|, \quad (6)$$

$$V_y^i(\delta) = V_y^i(p^i, q^i) - \frac{\delta}{2} \|q^i\|,$$

яка при достатньо великих значеннях  $\delta \geq 0$  забезпечує значну увігнутість функції  $V_x^i(\delta)$  та опуклість функції  $V_y^i(\delta)$ . При  $\delta \rightarrow 0$  функції (6) прямують до свого первісного нерегуляризованого варіанта.

### Ігрові методи розв'язування задачі

Рекурентні методи розв'язування ігрової задачі переслідування об'єктів можна отримати на основі методу стохастичної апроксимації [15], застосованого до:

- 1) градієнта регуляризованих функцій середніх виграшів (6);
- 2) умови доповняльної нежорсткості [16], побудованої для регуляризованих функцій середніх виграшів (6).

#### Градiєнтний регуляризований метод.

Градiєнти регуляризованих функцій матимуть вигляд

$$\nabla_{p^i} V_x^i(\delta) = \nabla_{p^i} V_x^i(p^i, q^i) + \delta p^i,$$

$$\nabla_{q^i} V_y^i(\delta) = \nabla_{q^i} V_y^i(p^i, q^i) - \delta q^i.$$

Враховуючи, що  $\nabla_{p^i} V_x^i = M \left\{ \frac{\xi_n^i - \delta_n e^\top(x_n^i) p_n^i}{e^\top(x_n^i) p_n^i} e(x_n^i) \mid p_n^i = p^i \right\}$ , на основі методу стохастичної

апроксимації отримаємо такий рекурентний метод:

$$\begin{aligned} p_{n+1}^i &= \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i} \left\{ p_n^i - \gamma_n \frac{\xi_n^i + \delta_n e^\delta(x_n^i) p_n^i}{e^\top(x_n^i) p_n^i} e(x_n^i) \right\}, \\ q_{n+1}^i &= \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i} \left\{ q_n^i + \gamma_n \frac{\xi_n^i - \delta_n e^\delta(y_n^i) q_n^i}{e^\top(y_n^i) q_n^i} e(y_n^i) \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $\pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i}$  – функція ортогонального проектування вектора на одиничний  $\varepsilon$ -симплекс;  $\gamma_n, \varepsilon_n, \delta_n$  – параметри методу;  $e(x_n^i)$  – одиничний вектор-індикатор вибору варіанта  $x_n^i = x^i \in X^i$ .

Проектування вектора  $h \in R^{N_i}$  на одиничний  $\varepsilon$ -симплекс полягає у розв'язуванні задачі квадратичного програмування

$$\|h_n^i - p_n^i\|^2 \rightarrow \min_{p_n^i}$$

з обмеженнями  $\sum_{j=1}^{N_i} p_n^i(j) = 1$ ,  $p_n^i(j) \geq \varepsilon_n$ .

У класі монотонно спадних послідовностей вигляду

$$\gamma_n = \gamma_0 n^{-\alpha}, \quad \varepsilon_n = \varepsilon_0 n^{-\beta}, \quad \delta_n = \delta_0 n^{-\kappa}, \quad (8)$$

де  $\gamma_0, \delta_0, \alpha, \beta, \kappa > 0$ ,  $\varepsilon_0 \in (0, N_i^{-1})$ , порядок швидкості збіжності градієнтного методу (7) у знакопостійних середовищах становить  $n^{-\theta}$ , де параметр  $\theta = \min(\kappa, 1 + \beta - \alpha, \alpha - \beta)$  для значень  $\alpha \in (0, 1]$ ,  $0 < \beta < \alpha$ ,  $\kappa > 0$ , які визначають умови збіжності у середньоквадратичному. Результат отримано на основі оцінювання послідовностей випадкових величин [17], які генеруються роботою ігрового методу (7).

Максимальний порядок швидкості збіжності ігрового методу (7) у знакопостійних середовищах дорівнює:  $\theta_{\max} = 0.5$  і досягається при  $\alpha - \beta = 0.5$ ,  $\kappa \geq 0.5$ . Можливість досягнення максимального порядку визначається належним підбором початкових значень параметрів методів  $\gamma_0$  та  $\varepsilon_0$ .

#### Регуляризований метод доповняльної нежорсткості.

Відомо [6, 14], що для гри з нульовою сумою сідлова точка є одночасно і точкою рівноваги за Нешем у змішаних стратегіях. Точка рівноваги за Нешем описується умовами:

$$\begin{aligned} V_x^i(p^i, q^i) - V_x^i(\tilde{p}^i, q^i) &\leq 0 \quad \text{– для гравців з коаліції } x; \\ V_y^i(p^i, q^i) - V_y^i(p^i, \tilde{q}^i) &\geq 0 \quad \text{– для гравців з коаліції } y. \end{aligned}$$

Для змішаних стратегій у точках Неша виконується умова доповняльної нежорсткості

$$\text{diag}(p^i) [V_x^i e^{N_i} - \nabla_{p^i} V_x^i] = 0, \quad (9)$$

$$\text{diag}(q^i) [V_y^i e^{N_i} - \nabla_{q^i} V_y^i] = 0,$$

де  $\text{diag}(p^i)$  – діагональна матриця порядку  $N_i$ , що складається з елементів вектора  $p^i$ ;  $e^{N_i}$  – вектор, що складається з  $N_i$  одиниць.

Умова (9) означає таке. Оптимальним розв'язком гри буде набір змішаних стратегій  $p^{i*}, q^{i*}$ , визначених на непорожніх спектрах чистих стратегій [16]  $\tilde{X}^i = \{j \mid p^{i*}(j) > 0\} \subseteq X^i$ , які задовольняють систему рівнянь  $\nabla V^i(j) = V^i \quad \forall j \in \tilde{X}^i$ . Якщо ж  $\exists k \in X^i$  таке, що  $\nabla V^i(k) \neq V^i$ , то  $k \notin \tilde{X}$  та  $p^{i*}(k) = 0$  або  $q^{i*}(k) = 0$ .

З урахуванням регуляризації (6), умови довняльної нежорсткості (9) та того, що

$$\text{diag}(p^i)(V^i e^{N_i} - \nabla_{p^i} V^i) = M\{(\xi_n^i - \delta_n e^{\delta}(x_n^i) p_n^i)[p_n^i - e(x_n^i)] \mid p_n^i = p^i\},$$

на основі методу стохастичної апроксимації отримаємо такий рекурентний метод:

$$\begin{aligned} p_{n+1}^i &= \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i} \left\{ p_n^i - \gamma_n \left( \xi_n^i + \delta_n e^{\delta}(x_n^i) p_n^i \right) \left[ e(x_n^i) - p_n^i \right] \right\}, \\ q_{n+1}^i &= \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i} \left\{ q_n^i + \gamma_n \left( \xi_n^i - \delta_n e^{\tau}(y_n^i) q_n^i \right) \left[ e(y_n^i) - q_n^i \right] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Середньоквадратичний порядок швидкості збіжності ігрового методу (10) становить  $n^{-\theta}$ , де  $\theta = \min(\kappa, 1 + \beta - \alpha)$  для значень параметрів  $\alpha \in (0, 1]$ ,  $\beta > 0$ ,  $\kappa > 0$ . В основу дослідження покладено рекурентне оцінювання згенерованих методом (10) послідовностей випадкових величин.

Максимальний порядок швидкості збіжності методу (10) у знакопостійних середовищах дорівнює  $\theta_{\max} = 1$  і досягається при  $\alpha = 1$ ,  $\beta \geq 1$ ,  $\kappa \geq 1$ .

### Алгоритм розв'язування задачі

Ігровий алгоритм переслідування активного об'єкта складається з таких кроків.

*Крок 1. Ініціалізація методу.* Задати кількість гравців  $m$ , початкові значення параметрів ігрового методу  $\gamma_0; \alpha; \varepsilon_0; \beta; \delta_0; \kappa$ , які задовольняють умови асимптотичної збіжності, початкові значення векторів змішаних стратегій  $p_0^i(j) = 1/N_i$ ;  $j = \overline{1, N_i}$ ;  $i = \overline{1, m}$ , параметри розподілу завад  $\mu$ . Задати момент часу  $n = 1$ .

*Крок 2. Вибір чистих стратегій гравців коаліції  $x$  та визначення координат об'єкта-переслідувача.* Для кожного гравця  $i = \overline{1, m}$  з коаліції  $x$  згенерувати випадкове число  $\omega$ , розподілене за рівномірним законом на відрізьку  $[0, 1)$ , та визначити номер  $k$  чистої стратегії з виконання умови

$$\min_k \sum_{j=1}^k p_n^i(j) \geq \omega, \quad k = \overline{1, N_i}.$$

За номером чистої стратегії визначити  $i$ -ту координату об'єкта-переслідувача:

$$x_n^i = x^i(k).$$

*Крок 3. Вибір чистих стратегій гравців коаліції  $y$  та визначення координат переслідуваного об'єкта.* Для кожного гравця  $i = \overline{1, m}$  з коаліції  $y$  згенерувати випадкове число  $\omega$ , розподілене за рівномірним законом на відрізьку  $[0, 1)$ , та визначити номер  $k$  чистої стратегії з виконання умови

$$\min_k \sum_{j=1}^k q_n^i(j) \geq \omega, \quad k = \overline{1, N_i}.$$

За номером чистої стратегії визначити  $i$ -ту координату об'єкта-переслідувача:

$$y_n^i = y^i(k).$$

*Крок 4. Визначення поточної відстані між об'єктами.* Поточна відстань між об'єктами по  $i$ -му координатному напрямку визначається згідно із (1). Інтенсивність завад  $\mu$  визначається

нормальним законом розподілу з нульовим математичним сподіванням  $m_\mu = 0$  та дисперсією  $d_\mu$ .

*Крок 5. Зміна регульованих параметрів алгоритму.* Обчислити значення параметрів  $\gamma_n = \gamma_0 n^{-\alpha}$ ,  $\varepsilon_n = \varepsilon_0 n^{-\beta}$ ,  $\delta_n = \delta_0 n^{-\kappa}$  у момент часу  $n$ .

*Крок 6. Перерахунок елементів векторів змішаних стратегій.* Обчислення нових векторів змішаних стратегій здійснюється по одному із рекурентних перетворень (7) або (10), після чого виконується їх проектування на одиничний  $\varepsilon$ -симплекс.

*Крок 7. Перевірка умови завершення гри.* Момент завершення визначається однією з таких умов:

- 1) коли відстань між об'єктами є меншою від заданої величини або дорівнює їй

$$\sqrt{\sum_{i=1}^m (\xi_n^i)^2} \leq r, \text{ де } r \geq 0; \quad (11)$$

- 2) при незначній зміні векторів змішаних стратегій за два послідовних моменти часу, тобто коли

$$m^{-1} \sum_{i=1}^m \left( \|p_{n+1}^i - p_n^i\| + \|q_{n+1}^i - q_n^i\| \right) < \varepsilon, \varepsilon > 0; \quad (12)$$

Якщо умова не виконана, то задати  $n = n + 1$  і перейти на крок 2, інакше – на крок 8.

*Крок 8. Завершення гри.* Виведення координат об'єктів та відстані між ними.

### Результати комп'ютерного експерименту

Виконаємо дослідження ігрового методу (10) при різних значеннях граничної відстані зближення, дисперсії завод та розмірності дискретного пошукового простору.

Дискретний пошуковий простір визначається кількістю координатних напрямків (вимірів)  $m$  та шириною  $N_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ), яка задається значеннями координат об'єкта по  $i$ -му напрямку. Прийmemo, що  $N_i = N$  для всіх  $i = \overline{1, m}$ .

Ефективність роботи ігрового методу визначається моментом завершення гри  $n_{out}$  (11), який є випадковою величиною, що залежить від послідовності реалізацій подій стохастичної гри. Достовірність результатів комп'ютерного експерименту забезпечується усередненням моментів завершення стохастичної гри по  $k_{exp} = 100$  реалізаціях алгоритму

$$\bar{n} = k_{exp}^{-1} \sum_{j=1}^{k_{exp}} n_{out}(j). \quad (13)$$

Дослідження ефективності адаптивного ігрового методу (10) виконаємо для значень параметрів  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 1$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\gamma_0 = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 0.999N^{-1}$ ,  $\delta_0 = 1$ . Завершення роботи ігрового методу визначається умовою (11) при різних значеннях  $r$ . Гра закінчується, якщо об'єкти зближаються на задану відстань.

Вплив дисперсії завод на кількість кроків ігрового методу, необхідних для перехоплення переслідуваного об'єкта у тривимірному просторі з  $N = 10$  дискретними значеннями по кожному координатному напрямку, зображено у вигляді графіків на рис. 1. Графіки отримано при різних значеннях мінімально необхідної відстані зближення об'єктів.

Збільшення дисперсії заводи призводить до зростання кількості кроків, необхідних для завершення гри. Кут нахилу графіка лінійної середньоквадратичної апроксимації визначає порядок швидкості зростання. При збільшенні мінімально необхідної відстані зближення об'єктів кількість кроків гри, навпаки, зменшується. Результати дослідження ігрового методу переслідування активного об'єкта при зростанні розмірності дискретного простору  $m$  зображено на рис. 2 та рис. 3. На рис. 2 показано графіки залежності моментів завершення гри від кількості вимірів пошукового простору. Кожен гравець контролює один із координатних напрямків і має  $N = 10$  чистих стратегій.

Обмін інформацією між гравцями відсутній. На рис. 2, а зображено графіки середньої кількості кроків гри при різних значеннях відстані зближення об'єктів та відсутності заводів ( $d = 0$ ), а на рис. 2, б – при зміні дисперсії випадкових заводів та точному суміщенні позицій об'єктів ( $r = 0$ ).

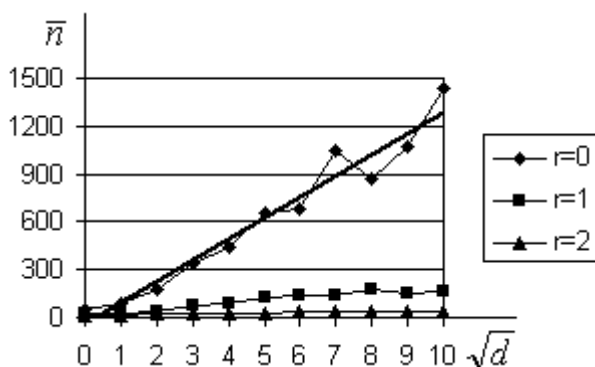
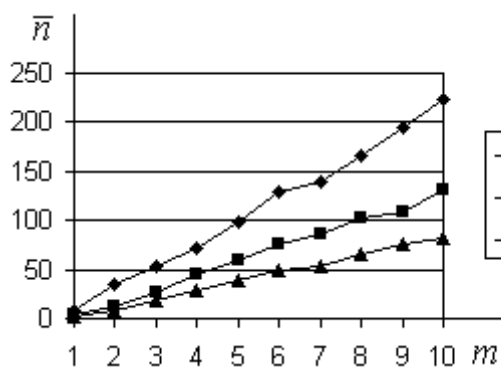
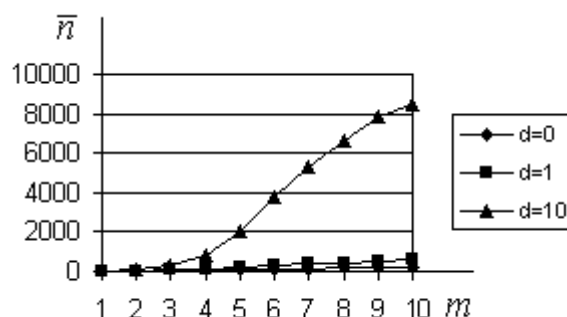


Рис. 1. Залежність середньої кількості кроків гри від дисперсії заводів та відстані досягнення об'єкта



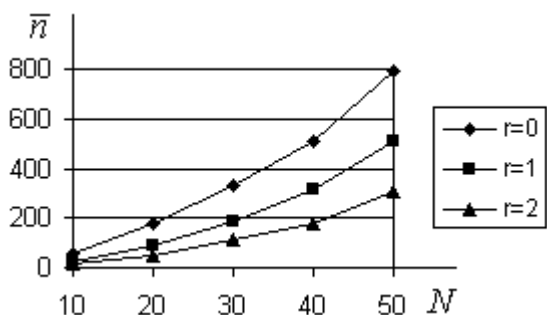
а) вплив відстані досягнення об'єкта



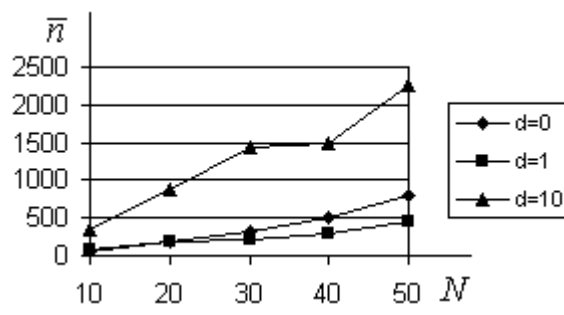
б) вплив дисперсії заводів

Рис. 2. Залежність середньої кількості кроків гри від кількості вимірів пошукового простору

Залежності кількості кроків завершення гри від ширини тривимірного пошукового простору  $N$  (кількості чистих стратегій гравців) зображено на рис. 3. Графіки рис. 3, а отримано при різних значеннях відстані, необхідної для перехоплення переслідуваного об'єкта, а графіки рис. 3, б – при різних значеннях дисперсії заводів.



а) вплив відстані досягнення об'єкта



б) вплив дисперсії заводів

Рис. 3. Залежність середньої кількості кроків гри від ширини пошукового простору



З рис. 2 та рис. 3 видно, що зростання розмірності пошукового простору та інтенсивності завади призводять до віддалення моменту завершення гри по осі часу. Зростання відстані перехоплення об'єкта наближає момент завершення гри.

Розмірність дискретного пошукового простору визначає загальну кількість комбінованих стратегій гри. Розмірність гри  $N^m$  є показниковою функцією кількості вимірів  $m$  та степеневою функцією ширини  $N$  пошукового простору. У зв'язку з цим більший вплив на час розв'язування ігрової задачі має кількість вимірів, ніж ширина пошукового простору. Аналіз залежностей, зображених на рис. 2 та рис. 3, показує, що досліджуваний адаптивний ігровий метод у десятки разів є ефективнішим від методу рівноімовірного пошуку, який для перехоплення динамічного об'єкта зі стохастичним переміщенням у середньому потребує  $N^m$  кроків.

Під час гри об'єкт-переслідувач навчається відслідковувати у деталях траєкторію переслідуваного об'єкта, що видно із рис. 6. Чорним кольором виділено траєкторію переслідувача, а білим – утікача. Дані отримано для умови зупинення гри  $n_{out} = 10^4$  кроків. Для згладжування траєкторій переміщення об'єктів виконано усереднення їх поточних координат

$$\bar{x}_n^i = n^{-1} \sum_{t=1}^n x_t^i, \quad i = \overline{1, m}.$$

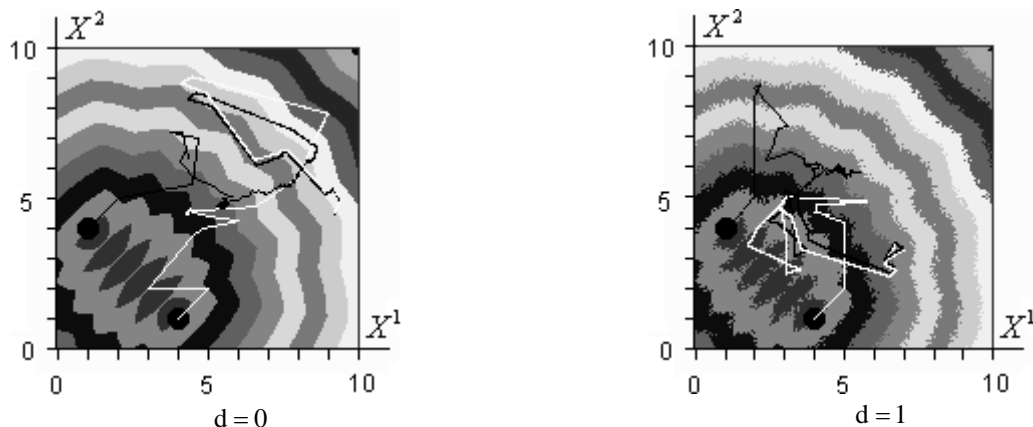


Рис. 6. Траєкторії переміщення об'єктів у задачі переслідування

Відповідні траєкторіям характеристики динаміки ігрового методу зображено у логарифмічному масштабі на рис. 7. Графік 1 демонструє зміну функції середніх втрат під час розв'язування пошукової задачі, а графіки 2 – зміну норми векторів змішаних стратегій гравців. Зростання норми векторів змішаних стратегій від початкових однакових значень елементів (імовірностей вибору чистих стратегій) свідчить про перебіг навчання ігрового методу.

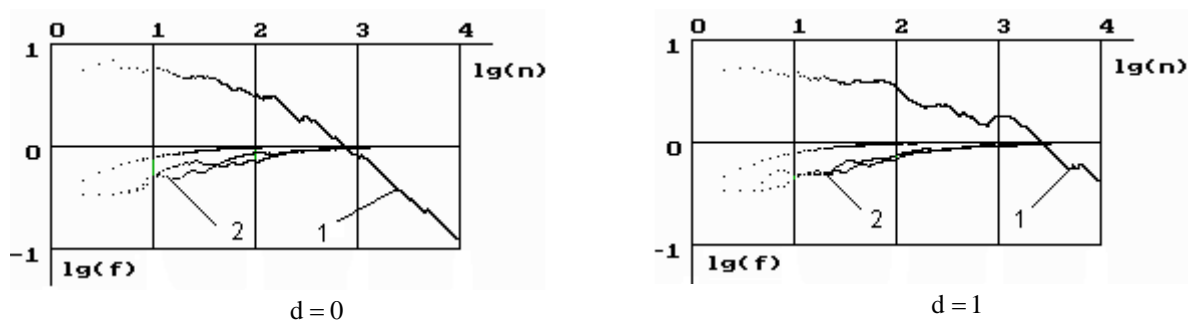


Рис. 7. Зміна характеристик ігрового методу (10) у часі при  $\alpha = 0.1$

Можливість перехоплення об'єкта визначається параметрами ігрового методу. Так, при зростанні параметра  $\alpha$  об'єкти розміщуються на постійній середній відстані і перехоплення об'єкта є малоімовірним. Відповідні графіки характеристик ігрового методу (10), отримані при  $\alpha = 0.9$ , зображено на рис. 8. Графіки функцій середніх втрат (2), отримані при значеннях дисперсії  $d = 0$  та  $d = 1$ , змінюються щодо лінії, паралельної до осі моментів часу. Це свідчить про те, що об'єкти у середньому розташовані на постійній відстані один від одного.

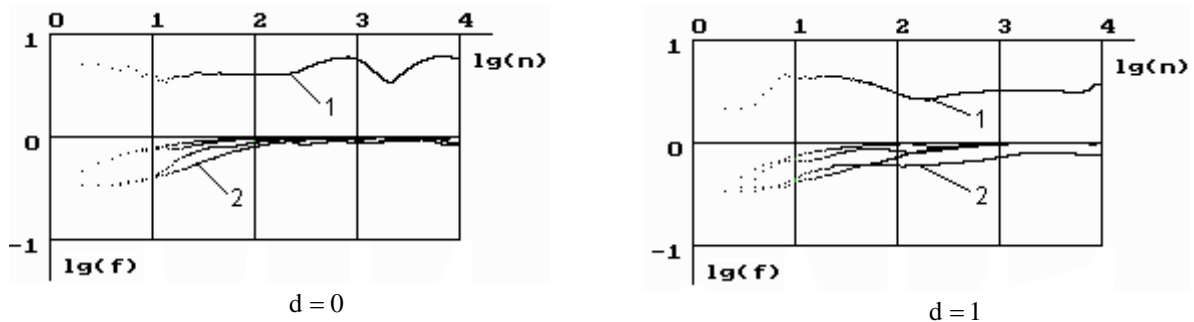


Рис. 8. Зміна характеристик ігрового методу (10) у часі при  $\alpha = 0.9$

Внаслідок навчання об'єкти набувають однакових стохастичних характеристик переміщення, що видно із рис. 9, де зображено один із варіантів дискретного розподілу їх координат у двовимірному просторі при  $d = 0$ .

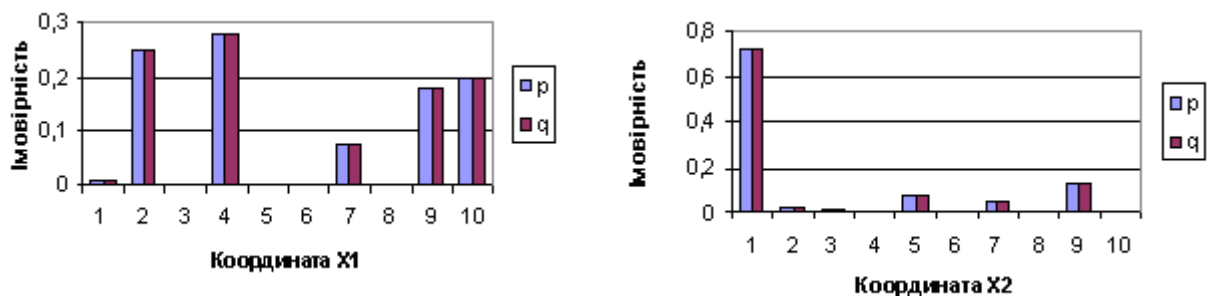


Рис. 9. Навчений дискретний розподіл координат об'єктів

У разі зростання кількості вимірів пошукового простору однакові для обох об'єктів розподіли формуватимуться по кожній координатній осі при  $d = 0$ . В умовах дії завдань при  $d > 0$  ігрові методи формують близькі розподіли координат об'єктів.

### Висновки

Результати розв'язування ігрової задачі переслідування активного об'єкта можна використати для дослідження роботи адаптивних систем керування, стохастичної оптимізації та ідентифікації систем, прийняття рішень в умовах невизначеності.

Регуляризовані ігрові методи забезпечують стійкість розв'язків задачі переслідування одного активного об'єкта іншим.

Зростання величини дисперсії завдання призводить до збільшення кількості кроків, необхідних для перехоплення об'єкта. Закон розподілу завдання не вносить суттєвого впливу на збіжність ігрових методів.

Ігрові методи мають надзвичайно цікаву властивість – здатність до колективної самоорганізації. Навіть для повністю незалежних втрат (втрати гравців залежать тільки від їх власних

стратегій) та в умовах повної відсутності обміну інформацією гравці колективними зусиллями забезпечують розв'язування задачі перехоплення активного об'єкта. Властивість самоорганізації забезпечується статистичним навчанням активних елементів у середовищі з апіорі невідомими характеристиками.

Невирішеними залишаються питання ефективності ігрових методів переслідування при корельованих втратах гравців, нестационарних завадах та при обміні інформацією між гравцями.

1. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. Серия "Информатизация России на пороге XXI века". – М.: СИНТЕГ, 1999. 2. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. Серия "Информатизация России на пороге XXI века". – М.: СИНТЕГ, 1999. 3. Gerhard Weiss and Sandip Sen, editors. *Adaptation and Learning in Multiagent Systems*. Springer Verlag, Berlin, 1996. 4. Stone P. *Layered Learning in Multiagent Systems*. MIT Press, 2000. 5. Stone P. *Layered Learning in Multiagent Systems*. MIT Press, 2000. 6. Wooldridge M. *An Introduction to Multiagent Systems*. John Wiley & Sons (Chichester, England), 2002. 7. Воробьев Н.Н. Основы теории игр: Бескоалиционные игры. – М.: Наука, 1984. 8. Fudenberg D., Levine D.K. *The Theory of Learning in Games*. MIT Press, 1998. 9. Кравець П.О. Рекурентні ігрові алгоритми з обміном інформацією // Інформаційні системи та мережі: Вісник ДУ "Львівська політехніка". – 1999. – № 383. – С. 112–128. 10. Кравець П.О. Регуляризований ігровий метод керування випадковими процесами в умовах невизначеності // Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології: Вісник НУ "Львівська політехніка". – 2002. – № 468. – С. 101 – 109. 11. Кравець П.О. Самоорганізація гри активних елементів в умовах дії колективних оцінок // Искусственный интеллект: Міжнародний науково-теоретичний журнал Інституту проблем штучного інтелекту. – Донецьк. – 2004 – № 4. – С. 358 – 367. 12. Korf R. E. A Simple Solution to Pursuit Games // *Proceedings of the Eleventh International Workshop on Distributed Artificial Intelligence*, Glen Arbor, Michigan, February 1992, pp. 183–194. 13. Stephens L. M., Merx M. The Effect of Agent Control Strategy on the Performance of a DAI Pursuit Problem // *Proceedings of the Tenth International Workshop on Distributed Artificial Intelligence*, Bandera, Texas, October 1990, pp. 263–292. 14. Назин А.В., Позняк А.С. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы. – М.: Наука, 1986. 15. Вазан М. Стохастическая аппроксимация. – М.: Мир, 1972. 16. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. – М.: Мир, 1985. 17. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая оптимизация и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1972.

УДК 621.3

Я.М. Матвійчук, В.К. Паучок

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань  
Тернопільська академія народного господарства

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ МАКРОМОДЕЛЮВАННЯ ГЕО-ГЕЛІОГЕННИХ ВЕЛИЧИН

© Матвійчук Я.М., Паучок В.К., 2006

**Описано макромодельний підхід, що дасть змогу адекватно описати динамічний вплив сонячного вітру на земну сейсміку та приповерхневий інфразвук.**

**The macromodel approach permitting adequately to describe dynamic influencing of a solar wind on earth seismicity and near-surface infrasound is described.**

### Вступ

Живі організми та технічні вироби зазнають невпинного фізичного впливу малих коливань фізичних полів Землі й Сонця. Наслідки цього впливу, як біологічні, наприклад, – магніто-