

## ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПАРАМЕТРИЧНИХ ПІДСИЛЮВАЧІВ У СЕРЕДОВИЩІ МАОРСs

© Шаповалов Ю. І., Мандзій Б. А., Бачик Д. Р., 2015

У пропонованій роботі наведено результати дослідження асимптотичної стійкості одно- та двоконтурного параметричних підсилювачів. Оцінка стійкості у системі функцій МАОРСs оснований на визначенні коренів знаменника параметричної нормальної передавальної функції кола, що має вигляд степеневого полінома від комплексної змінної.

**Ключові слова:** лінійне параметричне коло, частотний символічний метод.

Yu. I. Shapovalov, B. A. Mandziy, D. R. Bachyk  
Lviv Polytechnic National University

## INVESTIGATION OF STABILITY OF PARAMETRIC AMPLIFIERS IN AN ENVIRONMENT MAORCs

© Shapovalov Yu. I., Mandziy B. A., Bachyk D. R., 2015

The paper considers the question of the research of assessment of the stability of linear periodically time-variable circuits by the frequency symbolic method. The function system MAORCs, which is based on the frequency symbolic method, is an effective tool of investigation of linear periodically time-variable circuits and in particular parametric amplifiers. The assessment of circuit stability in the system MAORCs is carried out by the real parts of the denominator roots of a normal parametric transfer function of the inertial part of circuit, which is also defined by the frequency symbolic method in the form of approximation by the Fourier trigonometric polynomials. If the real parts of roots are negative, the circuit is asymptotically stable and is not stable if the real part of at least one of the roots is equal to zero or positive. This criterion of asymptotic stability deservedly gained great importance with the appearance of such an effective method of formation of parametric transfer functions as frequency symbolic method. This paper presents the results of research of asymptotic stability of one- and double-circuit parametric amplifiers. For a single-circuit parametric amplifier with two parametric elements maps of stability for different phase differences of parametric elements were built. When the phase difference is  $0^\circ$  zone of stability is the biggest and when the phase difference  $180^\circ$  zone of stability is the smallest. These two cases are called in literature a synchronous and asynchronous modes and it is shown that energies brought into the circuit by change of capacitance and inductance in the first case are deducted, and in the second case are attached. This fact has received full confirmation in experiments carried out in the system MAORCs. In this paper it is shown that the formation of parametric transfer function by the frequency symbolic method and determining the roots of the denominator in which parameters of the circuit set in symbolic form nowadays is the most effective tool of assessment of the asymptotic stability of electronic devices which are represented by linear periodically time-variable circuits. This approach allows you to build the trajectories of roots and maps of stability under multiple change of numerical values of symbolic parameters of circuit. The results of computer experiments presented in this paper made it possible to draw the following conclusions:

– complete coincidence of the results between programs MAOPCs and Micro-Cap proves the adequacy of transfer functions formed by frequency symbolic method and high accuracy of assessment of stability through the roots of the polynomial;

– the frequency symbolic method allows you to effectively assess stability and to form trajectories of roots or map of stability of circuit by the change of its random parameters that it is sufficiently comfortable at stability control in tasks of statistical character and optimization of parametric devices;

– computer experiments have shown that the formation of parametric transfer function by the frequency symbolic method and determining the roots of its denominator nowadays is the most effective tool of assessment of the asymptotic stability of electronic devices which are represented by linear periodically time-variable circuits.

**Key words:** linear periodically time-variable circuits, frequency symbolic method, stability.

### Вступ

Як показала практика, система функцій MAOPCs [1–3] є ефективним засобом дослідження лінійних параметричних кіл і, зокрема, параметричних підсилювачів. У пропонуваній роботі наведено результати дослідження на предмет асимптотичної стійкості одно- та двоконтурного параметричних підсилювачів, схема та параметри яких наведені на рис. 1 та рис. 5, відповідно. Оцінка стійкості у системі функцій MAOPCs основана на визначенні коренів знаменника  $\Delta(s)$  параметричної нормальної передавальної функції інерційної частини кола, що має вигляд степеневого полінома від комплексної змінної  $s$  [4, 5]. Якщо дійсні частини цих коренів від’ємні, то коло стійке асимптотично, і не стійке, якщо дійсна частина хоча би одного з коренів дорівнює нулю чи додатна. Цей критерій асимптотичної стійкості заслужено набув важливого значення після появи такого ефективного методу формування символьних передавальних функцій, як частотний символьний метод (ЧС-метод) [4, 5], який дає змогу вибрані параметри кола задавати символами.

У статті подані результати комп’ютерних експериментів, проведених у середовищі MAOPCs, кожний з яких перевірений за допомогою програми Micro-Cap. Перевірка довела повний збіг результатів за обома програмами.

На думку авторів, у роботі переконливо продемонстровано, що формування параметричної передавальної функції ЧС-методом та визначення коренів її знаменника  $D(s)$ , у якому параметри елементів кола задають у символьному вигляді, сьогодні є найефективнішим засобом оцінки асимптотичної стійкості параметричних кіл. Такий підхід дає змогу будувати траєкторії руху коренів знаменника  $D(s)$  та карти стійкості за значень символьних параметрів.

### Дослідження стійкості одноконтурного параметричного підсилювача з рис. 1

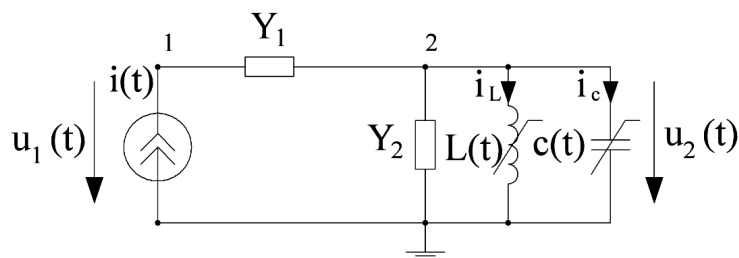


Рис. 1. Одноконтурний параметричний підсилювач з двома параметричними елементами

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega_c \cdot t + j), c(t) = c_0 \cdot (1 + m_c \cdot \cos(W \cdot t + j_c)), c_0 = 10 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}, Y_2 = 0.0004 \text{ См}$$

$$L(t) = L_0 \cdot (1 + m_L \cdot \cos(W \cdot t + j_L)), L_0 = 0.2533 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, Y_1 = 0.25 \text{ См}, W = 4 \cdot \pi \cdot 10^8 \text{ рад/с.}$$

Результати експериментів зведено у два рисунки – рис. 2 та рис. 3. На рис. 2 наведено області стійкості (накладені одна на одну різними відтінками сірого) та нестійкості (білий фон) у полі зміни глибин модуляції  $m_c$  та  $m_L$  обох параметричних елементів  $c(t)$  та  $L(t)$  від 0 до 0.7, відповідно. Різні відтінки сірого відповідають різним різницям початкових фаз  $j_c$  та  $j_L$ :  $j_c - j_L = 0^\circ, 30^\circ, 32^\circ, 36^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ . Як бачимо, за  $j_c - j_L = 0^\circ$  зона стійкості найбільша, за  $j_c - j_L = 180^\circ$  – найменша. Ці два випадки у [6, 7] названі синхронним та асинхронним режимами, і показано, що енергії, які вносяться у коло зміною ємності  $c(t)$  та індуктивності  $L(t)$ , у першому випадку віднімаються, а у другому додаються. Цей факт, як бачимо, отримав повне підтвердження на рис. 2. Проміжні значення різниць фаз на рис. 2 показують, як саме області стійкості/нестійкості кола змінюються з плавним переходом від одного режиму до іншого.

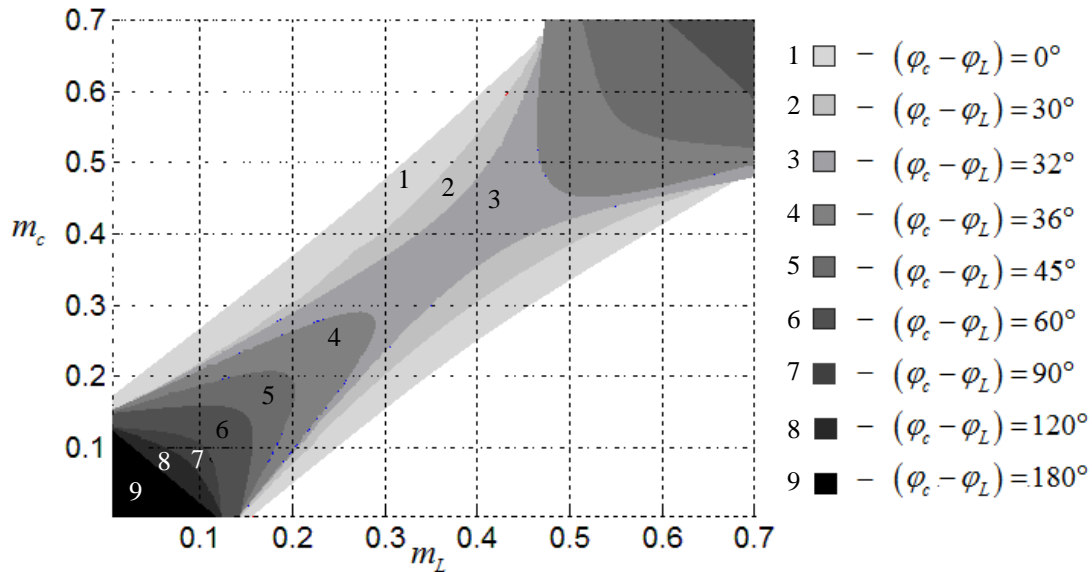


Рис. 2. Области стійкості одноконтурного параметричного підсилювача за різного співвідношення фаз ( $j_c - j_L$ )

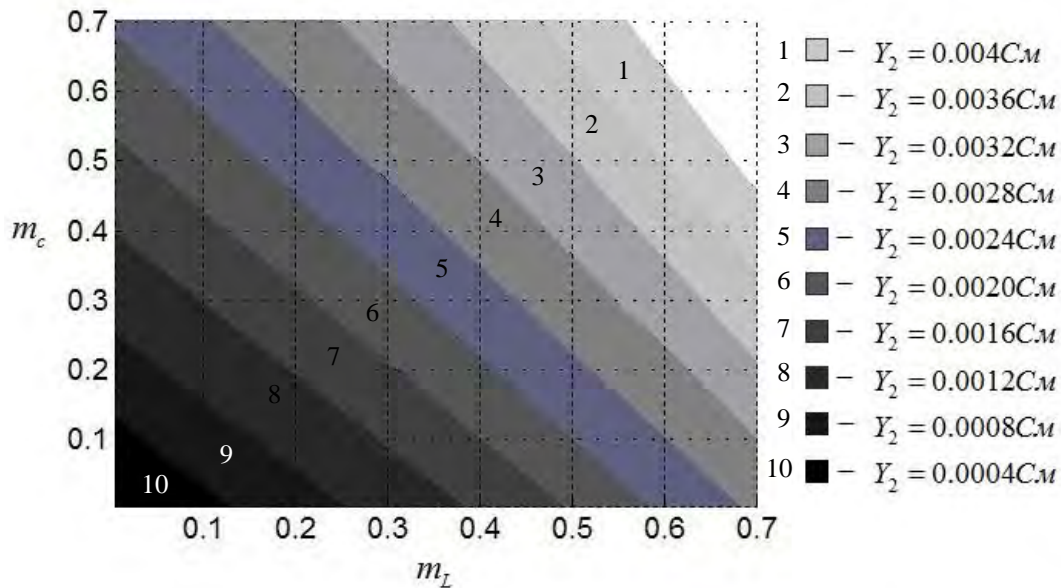


Рис. 3. Области стійкості підсилювача з рис. 1 за  $k = 6, j_c - j_L = 180^\circ$  та різних значень  $Y_2$

Як бачимо, зі зростанням різниці фаз область стійкості звужується, якщо  $j_c - j_L = 36^\circ$ , вона розривається на дві частини, а при  $j_c - j_L = 180^\circ$  залишається тільки у лівому нижньому куті рисунка. Очевидно, що за подальшого зростання різниці фаз від  $180^\circ$  до  $360^\circ$  (чи  $0^\circ$ ) картина стійкості/нестійкості змінювалась би у протилежному порядку.

На рис. 3 наведені області стійкості/нестійкості за фіксованої різниці фаз  $j_c - j_L = 180^\circ$ , але за зміни параметра провідності  $Y_2$  від наведеного на рис. 1 значення  $0.0004 \text{ См}$  у бік його збільшення до значення  $Y_2 = 0.004 \text{ См}$ . При цьому область стійкості збільшується від невеликої області у нижньому лівому куті рис. 3 на майже всю його площу, залишаючи нестійкою тільки невелику область білого фону в правому верхньому його куті. Цей факт теж зрозумілий, оскільки зростання провідності означає зменшення добротності контура підсилювача.

#### Дослідження стійкості двоконтурного параметричного підсилювача з рис. 4

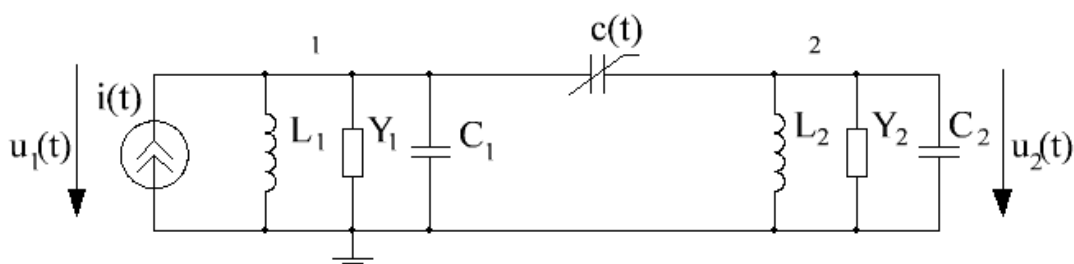


Рис. 4. Двоконтурний параметричний підсилювач

$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega_c \cdot t + j)$ ,  $c(t) = c_0 \cdot (1 + m \cdot \cos(W \cdot t))$ ,  $c_0 = 1 \text{ нФ}$ ,  $j = p/4$ ,  $W = 2 \cdot p \cdot 298.573 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$ ,  $I_m = 0.1 \text{ мА}$ ,  
 $s = j\omega_c$ ,  $\omega_c = 2 \cdot p \cdot 10^8 \text{ рад/с}$ ,  $Y_1 = Y_2 = 0.0001 \text{ См}$ ,  $C_1 = C_2 = 68 \text{ нФ}$ ,  $L_1 = 36.70795 \text{ нГн}$ ,  $L_2 = 9.312609 \text{ нГн}$ .

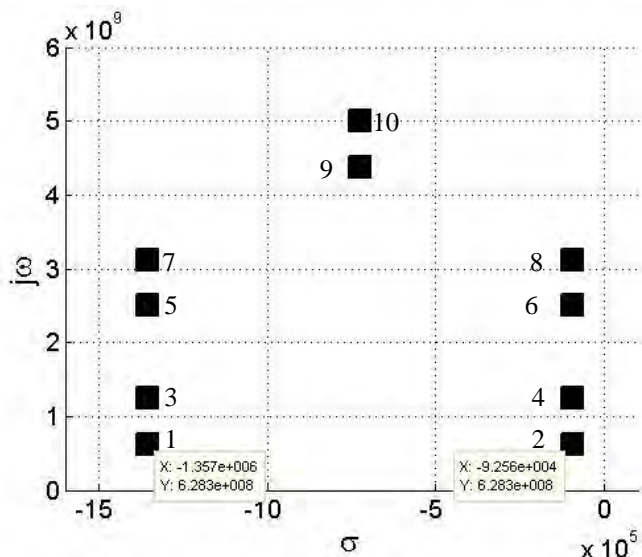


Рис. 5. Корені полінома  $\Delta(s)$  схеми підсилювача з рис. 4 за кількості гармонічних складових у нормальній передавальній функції  $k = 2$  та  $m = 0.2$

На рис. 5 показано корені  $s_i = \sigma_i + j\omega_i$  полінома  $D(s)$  з урахуванням у нормальній передавальній функції кола двох гармонічних складових  $k = 2$  [4], що забезпечує у цьому випадку вимоги точності. При цьому ступінь  $p$  полінома  $D(s)$  кола, враховуючи 4-й порядок диференціального рівняння ( $n = 4$ ), що описує коло, буде  $p = n(2k + 1) = 20$  [4]. На рис. 5 показано тільки 10 коренів, оскільки не показані спряжені корені розташовуються симетрично нижче від осі  $\sigma$ , відповідно. Оскільки дійсні частини усіх коренів з рис. 5 від'ємні, то коло за таких значень параметрів стійке. На рис. 6 зображено траєкторії руху коренів полінома  $D(s)$  з рис. 5 за зміни

глибини модуляції  $m$  параметричної ємності  $c(t)$  у межах  $m=0.2:0.01:0.25$ . Корені 2, 4, 6, 8, маючи однакові дійсні частини, при цьому рухаються у сторону осі  $j\omega$  і між значеннями  $m=0.2292$  та  $m=0.2293$  її перетинають. Отже, за  $m=0.2292$  коло ще стійке, а за  $m=0.2293$  – вже нестійке.

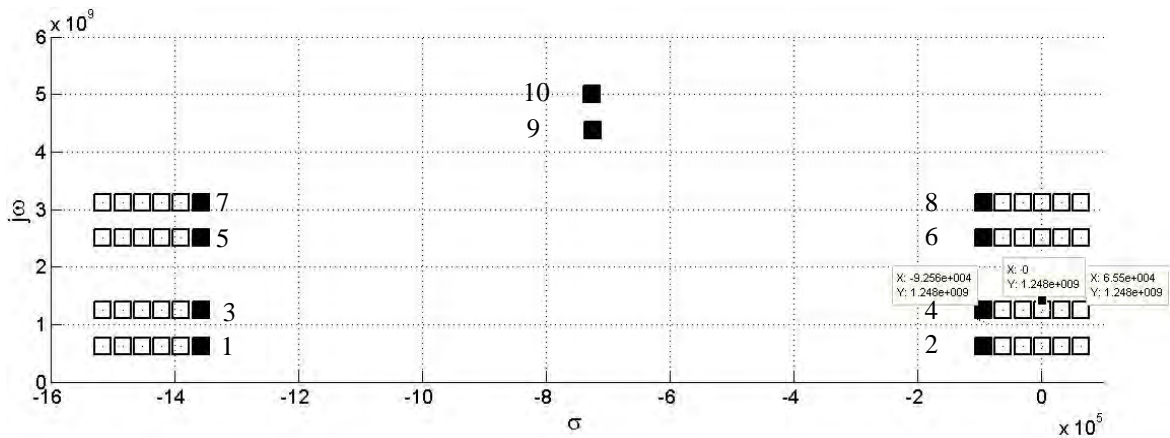


Рис. 6. Корені полінома  $\Delta(s)$  схеми підсилювача з рис. 4 при зміні  $m=0.2:0.01:0.25$ . Чорним кольором позначені корені для  $m=0.2$

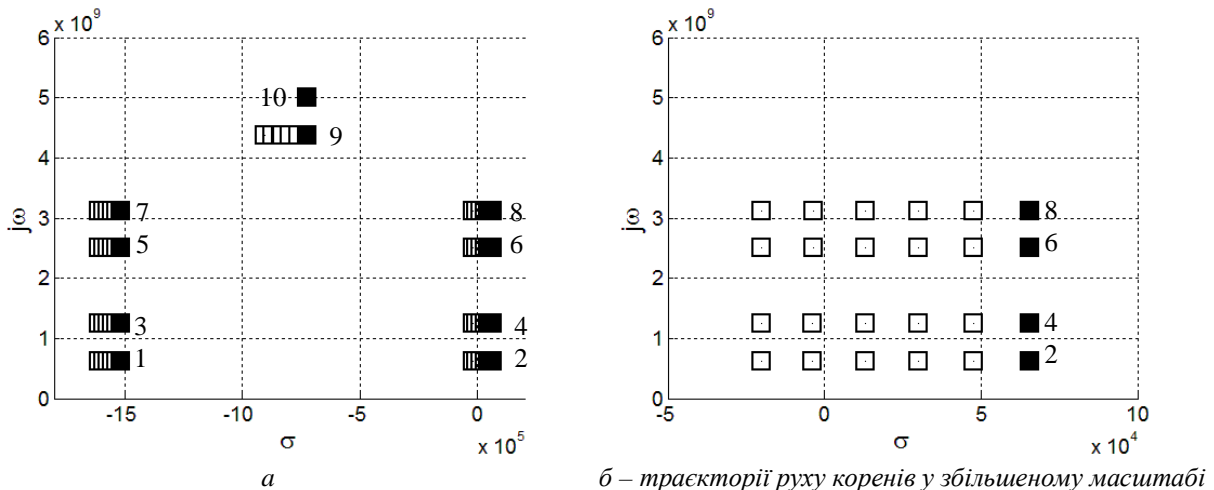


Рис. 7. Корені полінома  $\Delta(s)$  схеми підсилювача з рис. 4 при  $m=0.25$  та зміні  $Y_1=1 \cdot 10^{-4}:0.05 \cdot 10^{-4}:1.25 \cdot 10^{-4}$ . Чорним кольором позначені корені для  $Y_1=1 \cdot 10^{-4}$

На рис. 7 показано рух коренів у протилежному напрямку. Для цього початкові значення коренів взяті для  $m=0.25$  (кінцева точка траєкторій коренів з рис. 6), яке зафіксували, почавши збільшувати  $Y_1$ . При цьому добротність сигнального контура зменшується та між значеннями  $Y_1=1.15 \cdot 10^{-4}$  і  $Y_1=1.2 \cdot 10^{-4}$  підсилювач знову стає стійким.

На рис. 8 показана карта стійкості двоконтурного підсилювача за зміни провідності  $Y_1$  та  $Y_2$  (добротності) сигнального та холостого контурів, відповідно. Символами  $\bullet$  та  $\times$  позначені стійкий та нестійкий стани кола, відповідно. Прямокутником на рис. 8 виділено область, що відповідає (знизу вверху) значенням коренів 2, 4, 6, 8 з рис. 7.

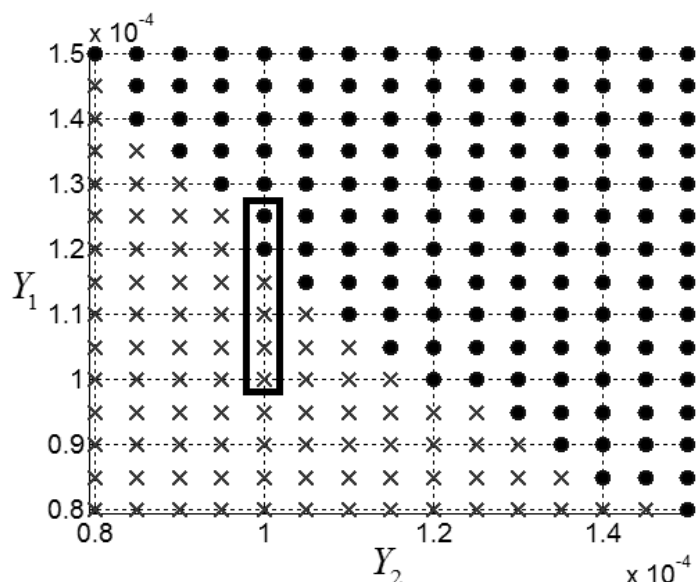


Рис. 8. Карта стійкості підсилювача з рис. 4 за  $t = 0.25$  та зміни  $Y_1 = 8 \cdot 10^{-5} : 0.5 \cdot 10^{-5} : 15 \cdot 10^{-5}$ ,  $Y_2 = 8 \cdot 10^{-5} : 0.5 \cdot 10^{-5} : 15 \cdot 10^{-5}$ . Чорним прямокутником виділено фрагмент, що відповідає траєкторіям руху коренів з рис 7, б

### Висновки

Наведені результати комп'ютерних експериментів дають змогу зробити такі висновки:

1. Повний збіг результатів програм MAOPCs та Micro-Cap доводить адекватність передавальних функцій, сформованих за ЧС-методом, та високу точність оцінки стійкості через корені полінома  $\Delta(s)$ .

2. ЧС-метод дає змогу ефективно оцінювати стійкість та формувати траєкторії коренів чи карти стійкості кола за зміни довільних параметрів кола, що зручно для контролю стійкості у задачах статистичного характеру та оптимізації параметричних пристроїв [3].

3. Комп'ютерні експерименти підтвердили, що формування параметричної передавальної функції ЧС-методом та визначення коренів її знаменника  $D(s)$  сьогодні є ефективним засобом оцінки асимптотичної стійкості радіоелектронних пристроїв, що представляються лінійними параметричними колами.

1. Шаповалов Ю. І. Система MAOPCs для багатоваріантного аналізу та оптимізації лінійних параметричних кіл у середовищі MATLAB / Ю. І. Шаповалов, Д. Р. Бачик, С. В. Маньковський // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Радіоелектроніка та телекомунікації". – 2013. – № 766. – С. 28–34. 2. Бачик Д. Р. Засоби комп'ютерного схемотехнічного моделювання параметричних радіотехнічних вузлів на основі частотного символічного методу: автореф. дис. на здобуття наукового ступеня канд. техн. наук: спец. 05.12.17. "Радіотехнічні та телевізійні системи" / Бачик Дарія Романівна; Нац. ун-т "Львівська політехніка". – Львів, 2014. – 20 с. 3. Шаповалов Ю. І. Багатоваріантний аналіз та оптимізація лінійних параметричних кіл у програмному середовищі MAOPCs / Ю. І. Шаповалов, Б. А. Мандзій, Д. Р. Бачик // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2015. – № 60. – С. 34–44. 4. Шаповалов Ю. І. Символьний аналіз лінійних електричних кіл у частотній області. Постійні та змінні параметри: монографія / Ю. І. Шаповалов. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. – 324 с. 5. Sharovalov Yu., Mandziy V. Frequency symbolic analysis of linear periodically time-varying circuits with many parametric elements // Przegląd Elektrotechniczny, vol.90, no 5, pp. 64–66, 2014. 6. Бирюк Н. Д. Физическое толкование параметрического резонанса, энергетический подход / Н. Д. Бирюк, Ю. Б. Нечаев, В. Н. Финько // Вестник ВГУ. – Серия: Физика, математика. – 2005. – № 1. – С. 20–25. 7. Бирюк Н. Д. Основы теории параметрических радиоцепей: монографія / Н. Д. Бирюк, В. В. Юргелас. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012. – 346 с.