УДК 621.81

І.Б. Гевко, О.Я. Гурик
Тернопільський технічний університет ім. І. Пулюя,
кафедра технології машинобудування

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ В ГВИНТОВОМУ ЗМІШУВАЧІ

Розроблено математичну модель динаміки двомасової системи шнекового транспортера. Аналітично описано максимальний динамічний момент. Дано практичні рекомендації для оптимізації конструкції транспортера.

The mathematic model of the bulk brittle matherial mixing is presented. Differential equations of the mass movement are made and solved. Analytical dependencies for finding the dynamic moments on the resistance moment, engine moment, regidity and toughtness are found.

Plactical recommendations as to the mixing loading in the intermediate and stable operating regimes are presented.

У практиці транспортування сипких вантажів за допомогою шнекового транспортера часто спостерігаються випадки його пуску в завантаженому стані, після попередньої зупинки без вивантаження вмісту, наприклад, у дозаторах чи навантажувачах зерна, піску, інших матеріалів. Явища, які виникають у цьому випадку, суттєво відрізняються від пуску порожнього шнекового транспортера.

Розглянемо пуск завантажувального транспортера. Для цього запишемо спрощену дискретну математичну модель транспортера, що складається із двох зведених мас, які моделюють масові характеристики привідного вузла і транспортера. Зведення мас здійснимо за допомогою енергетичного методу, тобто рівності енергії коливань розподіленої та дискретної моделі. Врахуємо вплив сил тертя, ввівши у модель в’язкість та момент опору, прикладений до другої маси, який містить суму всіх сил опору рухові, які виникають під час транспортування вантажу. Розрахункова модель зображена на рис. 1

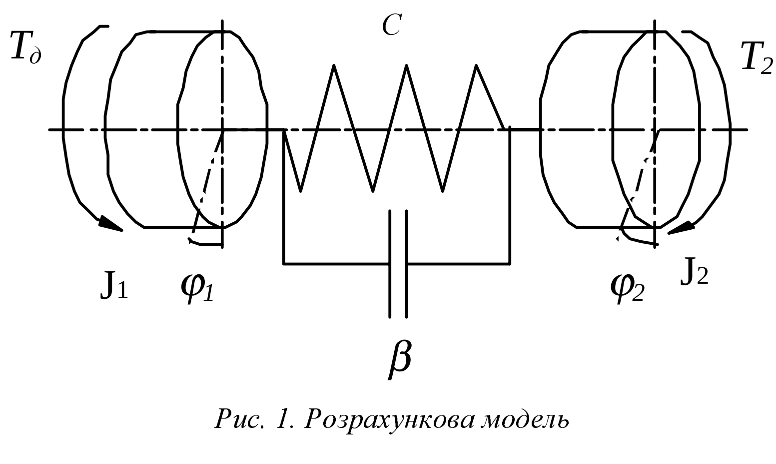

Рис. 1. Розрахункова модель

Диференціальні рівняння руху кожної з мас можна записати у формі закону Ньютона [1]:

$$\begin{aligned} J_1\ddot{\varphi}_1 &= T_\partial - c(\varphi_1 - \varphi_2) - \beta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2); \\ J_2\ddot{\varphi}_2 &= -T_2 + c(\varphi_1 - \varphi_2) + \beta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2). \end{aligned} \tag{1}$$

У системі (1) позначено: J_1, J_2 – моменти інерції відповідно привідної та шнекової частин з вантажем; φ_1, φ_2 – кути повороту відповідних мас; c – крутна жорсткість системи; β – в'язкість системи; T_∂ – момент двигуна; T_2 – момент опору, прикладений до другої маси.

Динамічні навантаження, що виникають у пружній ланці, описуються залежністю (закон Гука):

$$T = c(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{2}$$

Отже, необхідно визначити із системи (1) значення різниці кутів. Приймемо $\phi = \varphi_1 - \varphi_2$ і зведемо систему (1) шляхом віднімання другого рівняння від першого, попередньо поділивши кожне з них на свою масу, до одного диференціального рівняння відносно змінної ϕ:

$$\ddot{\phi} + \beta\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right)\dot{\phi} + c\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right)\phi = \frac{T_\partial}{J_1} + \frac{T_2}{J_2}\,. \tag{3}$$

Розв'язок диференціального рівняння (3) знаходимо через корені відповідного характеристичного рівняння

$$k^2 + \beta\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right)k + c\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right) = 0. \tag{4}$$

Корені рівняння (4) як правило матимуть комплексний характер, при від'ємному значенні дискримінанту

$$k_{1,2} = r \pm i\gamma\,, \tag{5}$$

але при великих значеннях в'язкості можуть стати дійсними (при додатному дискримінанті):

$$k_{1,2} = r \pm \gamma\,, \tag{6}$$

де $r = \dfrac{-\beta(J_1 + J_2)}{2J_1 J_2}$ – коефіцієнт затухання; $\gamma = \sqrt{\left|\left(\dfrac{\beta(J_1 + J_2)}{2J_1 J_2}\right)^2 - \dfrac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}\right|}$ – частота власних коливань.

У першому випадку (5) динамічні навантаження матимуть коливний характер, у другому (6) – неколивний.

Розв'язання диференціального рівняння (3) складається із загального розв'язку однорідного диференціального рівняння та часткового розв'язку неоднорідного рівняння. Для випадку комплексних коренів

$$\phi = (A_1 \sin\gamma t + B_1 \cos\gamma t)e^{rt} + D\,. \tag{7}$$

Сталі коефіцієнти A_1, B_1 визначаються із початкових умов,

$$D = \frac{J_1 J_2\left(\dfrac{T_\partial}{J_1} + \dfrac{T_2}{J_2}\right)}{c(J_1 + J_2)}$$

– частковий розв'язок неоднорідного рівняння.

У випадку дійсних коренів розв’язок набуде дещо іншого вигляду

$$\phi = A_2 e^{k_1 t} + B_2 e^{k_2 t} + D, \tag{8}$$

причому корені $k_{1,2}$ матимуть від’ємне значення, що вказує на затухання динамічних складників зусилля.

Сталі коефіцієнти A_2, B_2, аналогічно попередньому випадку, визначаються із початкових умов.

Для практики цікавішим є коливний процес, коли затухання мале і навантаження порівняно більші, ніж у другому випадку. Тому надалі розглядатимемо лише розв’язок (7).

Початкові умови у випадку пуску навантаженого транспортера матимуть вигляд

$$\varphi_1(0) = 0; \;\; \varphi_2(0) = -\frac{T_2}{c}; \;\; \dot{\varphi}_1(0) = 0; \;\; \dot{\varphi}_2(0) = 0. \tag{9}$$

Ненульове значення кута φ_2 пояснюється попереднім закручуванням шнека вантажем та іншими зусиллями, що діють у навантаженому транспортері.

Приведемо ці умови до змінної ϕ:

$$\phi(0) = \frac{T_2}{c}; \;\; \dot{\phi}(0) = 0. \tag{10}$$

Підставимо початкові умови у рівняння (7) та його похідну по часу і отримаємо, після перетворень, значення постійних інтегрування:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\beta(T_2 - T_\partial)}{2c\gamma J_1} \\ B_1 &= \frac{J_2(T_2 - T_\partial)}{c(J_1 + J_2)} \end{aligned} \tag{11}$$

Максимальне зусилля виникне у момент часу, коли похідна динамічного моменту почне дорівнювати нулю, тобто

$$\frac{dT}{dt} = \big((rA_1 - \gamma B_1)\sin\gamma t + (\gamma A_1 + rB_1)\cos\gamma t\big)e^{rt} = 0.$$

Звідси визначаємо час максимуму

$$t_m = \frac{\arctan\left(\dfrac{\gamma A_1 + rB_1}{-rA_1 + \gamma B_1}\right) + \pi}{\gamma} = \frac{\pi}{\gamma} \tag{12}$$

оскільки $\gamma A_1 + rB_1 = 0$, що випливає з (11).

Як видно, максимум настає через половину періоду власних коливань системи. Підставимо значення з (12) у формулу (7) і визначимо амплітудне значення максимального динамічного моменту, який виникає у пружній ланці шнекового транспортера:

$$T_{\max} = -B_1 e^{\frac{\pi r}{\gamma}} + D. \tag{13}$$

Для аналізу залежності максимального динамічного моменту від параметрів системи проведено числові дослідження у діапазоні їх реальних значень. Прийнято такі середні значення параметрів:

$c = 1000$ Н·м, $\beta = 10$ Нс/м, $J_1 = 3$ кг·м^2, $J_2 = 5$ кг·м^2, $T_\partial = 200$ Н·м, $T_2 = 100$ Н·м.

Графічне зображення залежностей показані на рис. 2.

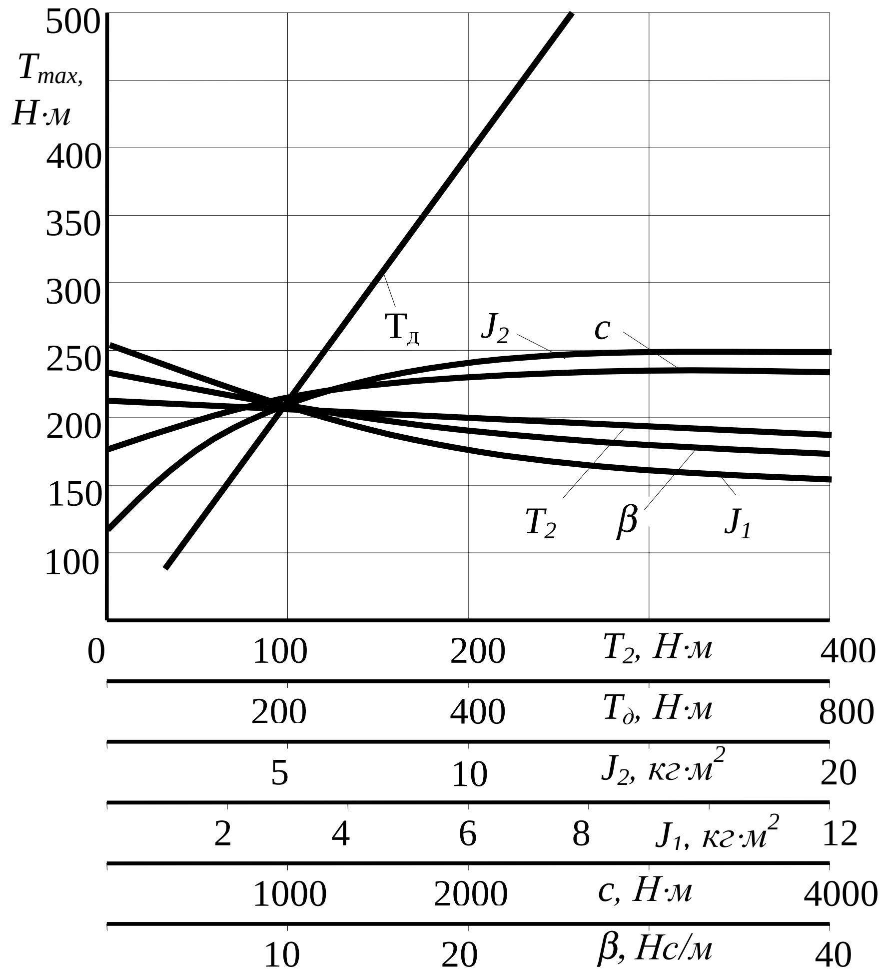

Рис. 2. Графічні залежності амплітуди динамічного моменту від параметрів системи

Аналіз показує, що сумарна амплітуда динамічного моменту більше ніж в два рази перевищує статичний момент опору. Для зменшення динамічних навантажень необхідно зменшити жорсткість системи та пусковий момент двигуна. Збільшення ведучої маси та зменшення веденої також позитивно впливають на зменшення динамічних навантажень. Наявність в'язкого тертя в системі зменшує амплітуду динамічного навантаження за рахунок втрат енергії.

Для визначення навантаження у пружній ланці при пускові порожнього транспортера можна скористатися вказаними формулами, прийнявши $T_2 = 0$ і відповідно змінивши (зменшивши) масу J_2. У цьому випадку, як видно із графіків, навантаження будуть суттєво нижчими, а частота коливань значно вищою, причому коефіцієнт демпфування також зміниться в бік зменшення. Тому випадок пуску порожнього транспортера є менш навантаженим, тому для підвищення надійності слід, по можливості, уникати пуску навантаженого транспортера, але розрахунок міцності його елементів та запобіжної муфти необхідно проводити з врахуванням цього більш навантаженого режиму.

1. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями. – К., 1961. – 160 с. 2. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. – М., 1969. – 296 с.