На підставі аналізу результатів експериментальних досліджень (табл. 2), рівнянь регресій (4)–(6) та графічних залежностей (рис. 3, 4) можна зробити такі висновки. За необхідності максимального підвищення зносостійкості та втомної міцності ДЦД із конструкційних матеріалів, зокрема із сталі 45 (забезпечення максимальних значень H_μ, a та ε), оброблення методом ВВЗО при використанні електромагнітних зміцнювальних пристроїв з пружними системами слід проводити при таких оптимальних ОТП: $c_{прив.} = 7{,}471 \cdot 10^5$ Н/м, $m_{роб.орг.} = 3{,}0$ кг, $V_S = 35$ мм/хв. При необхідності забезпечення максимальної продуктивності праці на зміцнювальній технологічній операції, зберігаючи при цьому покращання експлуатаційних характеристик ДЦД, оброблення потрібно проводити при таких оптимальних технологічних параметрах: $c_{прив.} = 7{,}471 \cdot 10^5$ Н/м, $m_{роб.орг.} = 1{,}8$ кг, $V_S = 135$ мм/хв.

1. Журавлев В.Н., Николаева О.И. Машиностроительные стали: Справочник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М., 1981. – 391 с. 2. Афтаназів І.С., Кусий Я.М. Пристрій з електромагнітним приводом для зміцнення поверхонь довгомірних циліндричних деталей // Машинознавство. – Львів, 1999. – № 12. – С. 33–36. 3. Рыжов Э.В., Горленко О.А. Математические методы в технологических исследованиях. – К., 1990. – 184 с. 4. Пляскин И.И. Оптимизация технических решений в машиностроении. – М., 1982. – 173 с.

УДК 621.003 : 621.391 : 621.787

Я.М. Литвиняк, Г.Р. Крохмальна*
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра технології машинобудування,
*кафедра прикладної математики

ІТЕРАЦІЙНИЙ АЛГОРИТМ ОТРИМАННЯ ЕМПІРИЧНИХ СТЕПЕНЕВИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ В ТЕОРІЇ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Запропонована методика синтезу багатофакторних степеневих математичних моделей, отримуваних за результатами обробки емпіричних даних, визначених із застосуванням теорії планування експериментів, що полягає в ітераційному уточненні впливу окремих факторів процесу на досліджуваний технологічний параметр.

The technique of synthesis of multifactor degree mathematical models of empirical dates, received by results of processing, with application of the theory of planning of experiment is offered which consists of iterative clarification of influence of the separate factors of process on a researched technological parameter.

Практичне застосування результатів експериментальних досліджень, незважаючи на широке застосування обчислювальної техніки, вимагає оперування адекватними математичними моделями порівняно простої форми. Традиційно в технологічних розрахунках з обробки матеріалів застосовуються степеневі багатофакторні вирази, що задовольняють згадану вимогу і мають такий вигляд [2]:

$$\Omega = C_0 \mu_1^{b_1} \mu_2^{b_2} \ldots \mu_k^{b_k}, \tag{1}$$

де Ω – певний технологічний параметр; μ_k – режими обробки; C_0, b_k – відповідно емпіричний постійний коефіцієнт та показники степені; k – кількість технологічних факторів.

Визначення невідомого коефіцієнта та показників степеня виконують здебільшого за допомогою методу найменших квадратів (МНК), який дозволяє найкраще апроксимувати реальну поверхню відгуку степеневою залежністю (1). Однак попередня експериментальна реалізація супроводжується значною кількістю дослідів, що відображається на вартості досліджень, а також громіздкістю математичної обробки результатів. Для часткового усунення вказаних недоліків намагаються логарифмуванням звести емпіричний вираз (1) до лінійного вигляду, використовуючи метод вирівнювання. У цьому випадку отримують лінійні співвідношення між параметром Ω та факторами μ_k у відповідній логарифмічній системі координат

$$\ln\Omega = b_0 + b_1 \ln\mu_1 + b_2 \ln\mu_2 + \ldots + b_k \ln\mu_k, \tag{2}$$

де b_0 – постійний коефіцієнт лінійного полінома (прийнято – $b_0 = \ln C_0$).

В останні десятиліття відбувається неухильне успішне застосування теорії планування експериментів в різних галузях науки та виробництва за рахунок виняткової ефективності в реалізації експериментальних досліджень, пошуку оптимальних технологічних режимів тощо. Така ефективність пояснюється насамперед розробленою універсальною методикою, яка ґрунтується на попередньо складених оптимальних планах експериментів, що дають змогу під час математичної обробки результатів дослідів реалізувати МНК, крім цього, дозволяють виконати експерименти за допомогою мінімально можливої для певних умов кількості дослідів, що досягається завдяки одночасній сумісній зміні всіх факторів. Найбільш поширено застосовуються дворівневі факторні плани експериментів, в яких кожний фактор в кодованій k – вимірній системі координат варіюється тільки на двох рівнях. Перехід до кодованої k – вимірної системи координат здійснюється за допомогою такої типової залежності:

$$x_i = \frac{2 \cdot (z_i - z_{i\,max})}{(z_{i\,max} - z_{i\,min})}, \tag{3}$$

де x_i – кодоване значення i–го фактора; $z_{i\,min}, z_{i\,max}$ – відповідно мінімальне та максимальне натуральне значення i–го фактора.

У кодованій формі фактори x_i набувають тільки значень $x_i = +1$ або $x_i = -1$, тобто можуть перебувати або на верхньому або на нижньому рівнях діапазону їх зміни.

Математична обробка результатів, проведених повного (типу 2^k) або дробового (типу 2^{k-p}) експериментів (відповідно ПФЕ та ДФЕ), дозволяє отримати модель у вигляді алгебраїчного полінома [1]:

$$\hat{Y} = \overline{b}_0 + \sum_{i=1}^{k} \overline{b}_i \cdot x_i + \sum_{i<j}^{k} \overline{b}_{ij} \cdot x_i x_j + \sum_{i<j,j<l}^{k} \overline{b}_{ijl} \cdot x_i x_j x_l, \tag{4}$$

де $\hat{Y}$ – розрахункове значення певного досліджуваного параметра.

До одного з найважливіших аспектів ПФЕ та ДФЕ належить те, що окремі досліди та експеримент загалом реалізуються за матрицею планування, яка у кодованій формі вміщує тільки окремі фактори x_i. Матриця планування дає змогу підрахувати коефіцієнти $\overline{b}_i$, які визначають вплив кожного фактора x_i в залежності (4) на досліджуваний параметр $\hat{Y}$. Інші коефіцієнти полінома (4) – $\overline{b}_0, \overline{b}_{ij}, \overline{b}_{ijl}$ визначаються за розширеною матрицею коефіцієнтів, яка крім згаданої матриці планування додатково вміщує окремі елементи, отримані за рахунок відповідного перемножування стовпців матриці планування, враховуючи з вигляду полінома (4), тобто визначають вплив на параметр $\hat{Y}$ взаємодії факторів $x_i x_j$ та $x_i x_j x_l$. На основі викладеного можна стверджувати, що емпіричні значення досліджуваного параметра $\overline{Y}_U$ в певному u-му досліді отримуються тільки завдяки комбінації окремих факторів x_i за матрицею планування; взаємодії факторів $x_i x_j$ та $x_i x_j x_l$ безпосередньо участі у плануванні дослідів не беруть; матриця коефіцієнтів є похідною від матриці планування. Отже, доцільно отримати математичну модель, яка складається тільки з вихідних факторів x_i.

Поставленої мети можна досягти за допомогою розглянутих методик вирівнювання логарифмуванням нелінійної степеневої багатофакторної моделі вигляду (1) та переходу до кодованої системи координат (3) після застосування заміни $\hat{Y} = \ln \Omega$, $z_i = \ln \mu_i$. У результаті отримуємо лінійний поліном

$$\hat{Y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i \cdot x_i \,. \tag{5}$$

Поліном (5) загалом відмінний від полінома (4) відсутністю коефіцієнтів, а, отже, і доданків з подвійною та потрійними взаємодіями кодованих факторів.

Методика регресивного аналізу в теорії планування експериментів [1] передбачає можливість нехтування (прирівнювання до нуля) в поліномах (4) деякими коефіцієнтами, якщо їх абсолютне значення менше за певний довірчий інтервал, який визначається за допомогою табличного значення t-критерію Стьюдента та дисперсії коефіцієнтів регресії $S^2\{b_i\}$. Однак нехтування всіма або деякими незначними коефіцієнтами може призвести до неадекватності кінцевої моделі умовам експерименту. Крім цього при проведенні експериментів за планами ДФЕ, виникає ситуація коли апріорі невідомо яким взаємодіям факторів слід надати перевагу в кінцевому поліномі, оскільки взаємодії різних факторів є абсолютно рівнозначними для встановлених визначальних контрастів.

Аналізуючи викладене, приходимо до певного протиріччя – з одного боку доцільно у кодованому базисному k – вимірному просторі отримати поліном, який залежить тільки від кодованих значень факторів x_i, а з іншого боку, у поліномі (4) визначені за допомогою матриці коефіцієнтів ПФЕ або ДФЕ всі коефіцієнти доданків, що містять взаємодію факторів, не можуть бути знехтувані. Отже, однієї матриці планування експериментів для отримання коефіцієнтів b_0, b_i у поліномі (5) – недостатньо. Тому визначені за допомогою матриці планування експериментів числові значення коефіцієнтів $\overline{b}_0, \overline{b}_i$ з полінома (4) можуть бути прийняті лише в якості першого наближення для числових значень коефіцієнтів b_0, b_i у поліномі (5). Кінцеві числові значення коефіцієнтів b_0, b_i полінома (5) доцільно отримати за допомогою відповідно організованої процедури ітераційного, послідовного наближення.

Згідно з розробленою методикою спочатку за допомогою матриці планування експериментів (ПФЕ або ДФЕ) визначаються коефіцієнти першого наближення $b_0^{(0)}, b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, \ldots, b_k^{(0)}$ (коефіцієнти біля взаємодіючих факторів полінома (4) не визначаються). У першому наближенні встановлюються розрахункові значення технологічного параметра $\hat{Y}_1^{(0)}, \hat{Y}_2^{(0)}, \ldots, \hat{Y}_u^{(0)}$ для кожного досліду згідно з планом експериментів за виразом

$$\hat{Y}_u^{(0)} = b_0^{(0)} + b_1^{(0)} \cdot x_{1u} + b_2^{(0)} \cdot x_{2u} + \ldots + b_k^{(0)} \cdot x_{ku} . \tag{6}$$

Використовуючи (6) та числові значення отриманих експериментально технологічних параметрів $\overline{Y}_u$, визначаються абсолютні значення різниць першого порядку – $\overline{\Delta}_u^{(1)}$:

$$\overline{\Delta}_u^{(1)} = \left| \overline{Y}_u - \hat{Y}_u^{(0)} \right| . \tag{7}$$

За допомогою $\overline{\Delta}_u^{(1)}$, використовуючи матрицю коефіцієнтів, розраховуються коефіцієнти $b_0^{(1)}, b_1^{(1)}, b_2^{(1)}, \ldots, b_k^{(1)}$ лінійного полінома, за якими визначаються розрахункові значення різниць першого порядку $\hat{\Delta}_u^{(1)}$:

$$\hat{\Delta}^{(1)} = b_0^{(1)} + b_1^{(1)} \cdot x_{1u} + b_2^{(1)} \cdot x_{2u} + \ldots + b_k^{(1)} \cdot x_{ku} . \tag{8}$$

Числові значення різниць першого порядку $\overline{\Delta}_u^{(1)}$ та $\hat{\Delta}_u^{(1)}$ дають змогу підрахувати абсолютні значення різниць другого порядку $\overline{\Delta}_u^{(2)}$:

$$\overline{\Delta}_u^{(2)} = \left| \overline{\Delta}_u^{(1)} - \hat{\Delta}_u^{(1)} \right| , \tag{9}$$

для яких також визначаються коефіцієнти $b_0^{(2)}, b_1^{(2)}, b_2^{(2)}, \ldots, b_k^{(2)}$ лінійного полінома, за допомогою якого отримуються розрахункові значення $\hat{\Delta}_u^{(2)}$. На λ-му циклі ітераційного процесу підраховуються розрахункові значення різниць λ- го порядку $\overline{\Delta}_u^{(\lambda)}$:

$$\overline{\Delta}_u^{(\lambda)} = \left| \overline{\Delta}_u^{(\lambda-1)} - \hat{\Delta}_u^{(\lambda-1)} \right| , \tag{10}$$

де розрахункове значення різниці $(\lambda - 1)$ -го порядку отримуються згідно з лінійним поліномом:

$$\hat{\Delta}_u^{(\lambda-1)} = b_0^{(\lambda-1)} + b_1^{(\lambda-1)} \cdot x_{1u} + b_2^{(\lambda-1)} \cdot x_{2u} + \ldots + b_k^{(\lambda-1)} \cdot x_{ku} . \tag{11}$$

Ітераційний процес (7), (9), (11) – сходиться, тому за допомогою перевірки:

$$\overline{\Delta}_u^{(\lambda)} \le \varepsilon , \tag{12}$$

для прийнятої попередньо точності ε можна обмежити число ітерацій.

Розрахункове значення технологічного параметра $\hat{Y}_u$ в остаточному випадку встановлюються для певного досліду за залежністю

$$\hat{Y}_u = \hat{Y}_u^{(0)} + \overline{\Delta}_u^{(1)} + \overline{\Delta}_u^{(2)} + \ldots + \overline{\Delta}_u^{(\lambda-1)} . \tag{12}$$

Підставляючи у вираз (12) відповідні поліноми (6), (8), (11), отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів шуканого полінома (5)

$$\begin{gathered}
b_0 = b_0^{(0)} + b_0^{(1)} + b_0^{(2)} + \ldots + b_0^{(\lambda-1)} \\
b_1 = b_1^{(0)} + b_1^{(1)} + b_1^{(2)} + \ldots + b_1^{(\lambda-1)} \\
b_2 = b_2^{(0)} + b_2^{(1)} + b_2^{(2)} + \ldots + b_2^{(\lambda-1)} \\
\ldots \\
b_k = b_k^{(0)} + b_k^{(1)} + b_k^{(2)} + \ldots + b_k^{(\lambda-1)}
\end{gathered} \tag{13}$$

Практичну перевірку запропонованої методики здійснювали при обробці результатів ДФЕ типу 2^{6-2}. Досліджувався вплив технологічних режимів обробки плескатих поверхонь призматичних зразків циліндричними обертовими щітками з ударними елементами (ЦЩУЕ). Матеріал зразків – Сталь 20 ГОСТ 1050-74. Діаметр та ширина ЦЩУЕ становлять відповідно D = 280 мм, B = 55 мм. В якості ударних елементів (УЕ) використовувались вільно встановлені на пальцях дротяні УЕ масою m відповідно 0,001035 та 0,00245 кг. Гнучкі зачищувальні робочі елементи щітки виконували з наборів пружних дротинок, набраних у пучки і закріплених у секції. Найменшу жорсткість (C = 0,867 н/м) мали окремі робочі дротинки, довжина яких становила 90 мм, а діаметр – 0,5 мм. Найбільшу жорсткість (C = 9,81 н/м) мали робочі дротинки довжиною 75 мм та діаметром 0,8 мм. Колова швидкість V на робочій поверхні ЦЩУЕ змінювалась на двох рівнях і становила 13,8 м/с та 21,99 м/с. Використовувались такі швидкості подачі: V_S – 0,0083 м/с та 0,017 м/с. Натяг обробки h приймався такими, що дорівнює 0,001 та 0,003 м. Вихідна середня шорсткість оброблюваних плескатих поверхонь зразків становила Ra_0 = 10,72 мкм. Конструктивно в корпусі ЦЩУЕ передбачена можливість зміни кількості секцій робочих однотипних елементів K_1 яка становила відповідно 2 та 4 секції ударних та зачищувальних елементів.

Шорсткість поверхонь замірялась на профілометрі-профілографі мод. 252 заводу “Калібр”. Обробку зразків здійснювали на горизонтально-фрезерному верстаті мод. 6Н81Г. Загальна кількість факторів – k = 6. Загальна кількість дослідів за прийнятим планом експериментів – N = 16. План експерименту сформований за таким узагальнюючим визначальним контрастом:

$$1 = x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 = \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6$$

За традиційною методикою [1], в кодованій системі координат, підраховані значення 16 – ти коефіцієнтів полінома (4):

$$\bar{b}_0 = 1{,}85503; \bar{b}_1 = -5{,}9409 \cdot 10^{-2}; \bar{b}_2 = 4{,}1246 \cdot 10^{-2}; \bar{b}_3 = -4{,}9231 \cdot 10^{-2}; \bar{b}_4 = 9{,}5142 \cdot 10^{-2};$$

$$\bar{b}_5 = -4{,}2743 \cdot 10^{-2}; \bar{b}_6 = 1{,}9275 \cdot 10^{-2}; \bar{b}_{12} = -6{,}6993 \cdot 10^{-2}; \bar{b}_{13} = -3{,}7685 \cdot 10^{-2};$$

$$\bar{b}_{14} = 7{,}4999 \cdot 10^{-3}; \ldots; \bar{b}_{123} = -3{,}0752 \cdot 10^{-2}; \bar{b}_{124} = 4{,}2828 \cdot 10^{-2}.$$

Запропонований ітераційний алгоритм реалізований в середовищі QBasic. Розраховано 7 коефіцієнтів полінома (5):

$$b_0 = 2{,}0621; b_1 = -5{,}4856 \cdot 10^{-2}; b_2 = 4{,}3787 \cdot 10^{-2}; b_3 = 1{,}7603 \cdot 10^{-2};$$

$$b_4 = -0{,}1286 \cdot 10^{-2}; b_5 = -4{,}7297 \cdot 10^{-2}; b_6 = 1{,}3339 \cdot 10^{-2}.$$

Перехід до натуральної системи координат [1] дозволив отримати багатофакторну степеневу залежність впливу конструктивно-технологічних факторів досліджуваного процесу на шорсткість обробленої плескатої поверхні у вигляді

$$Ra = 18{,}1734 \cdot V^{-0{,}2374} V_S^{0{,}1337} h^{0{,}0321} C^{-0{,}1059} m^{-0{,}1098} K_1^{0{,}0385}.$$

Запропонована методика має суттєве практичне значення стосовно отримання раціональних емпіричних багатофакторних залежностей і дозволяє поєднати переваги теорії математичного планування експериментів та ітераційних обчислювальних методів для перерозподілу на ступені впливу окремих факторів ступенів впливу їх взаємодій.

1. Асатурян В.И. Теория планирования эксперимента. – М., 1983. – 248 с. 2. Справочник технолога – машиностроителя: В 2 т. Т.2 / Под ред. А.Г.Косиловой и Р.К. Мещерякова. – М., 1985. – 496 с.