

Висновки

За результатами проведеного моделювання можна зробити такі висновки:

- розроблена математична модель виділеного телекомунікаційного каналу зв'язку дозволяє з достатньою точністю обчислити основні характеристики такого каналу;
- авторами отримано формули (6) і (7) для обчислення максимально можливої пропускної здатності виділеного телекомунікаційного каналу зв'язку з використанням ADSL технології;
- проведено дослідження впливу “білого” шуму та імпульсних завад на пропускну здатність такого каналу;
- розроблені методи математичного моделювання можна застосувати при проектуванні нових та модернізації існуючих телекомунікаційних каналів зв'язку.

1. Тетерич Н.М. Генераторы шума и измерение шумовых характеристик. Изд. 2-е, переработ. и доп. — М.: Энергия, 1968. 2. Горальски В. Технология ADSL и DSL: Пер. с англ. — М.: ЛОРИ, 2000. — 296 с.: ил. 3. Тимченко О.В., Горбатий І.В. Математична модель виділеного телекомунікаційного каналу зв'язку // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. праць ІПМЕ НАН України. — Вип. 14. — К., 2002.

УДК 621.372

Й.А. Захарія

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра РЕПС

СТИКУВАННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ СТРУКТУР З УРАХУВАННЯМ УМОВ НА РЕБРАХ

© Захарія Й.А., 2003

Встановлено, що часто вживана трансформація умови Мейкснера на ребрі у відношенні кількості рівнянь не є точною в задачі стикування полів у безвтратних електродинамічних структурах, якщо сумарна кількість рівнянь є скінченною. Пропонується здійснювати корекцію такого відношення на основі умов унітарності S-матриці стику.

Нескінченно тонке ідеально провідне ребро характеризується нескінченно малим радіусом заокруглення. Тому вирази для напруженостей поля біля ребра набувають сингулярного характеру [3]—[7]. Фізично такі сингулярності відсутні, а у 1972 р. Мейкснер (Meixner) сформулював додаткову умову на ребрі [7]. Ця умова вимагає, щоб густина енергії електромагнітного поля у скінченному об'ємі залишалася скінченною. Така умова

усуває сингулярність біля ребра. Математично ця умова зводиться до встановлення відповідного характеру залежності напруженості електричного поля біля ребра від радіальної координати точки поля. Без урахування умов на ребрі неможливо однозначно розв'язати електродинамічну задачу, адже ряди, за допомогою яких описують поле біля ребра, стають розбіжними. Результати, отримані без урахування умов на ребрі, часто не задовольняють інші електродинамічні вимоги до відповідної структури.

Умову Майкснера часто забезпечують відповідною апроксимацією (наприклад, поліномами Чебишева) розподілу напруженості електричного поля біля ребра. Застосуванням, наприклад, ітераційних методів в задачі стикування хвилевідних структур безпосередньо задовольняються умови на ребрі [1]. Для задач стикування структур методом "зшивання" полів умову Майкснера переведено до встановлення співвідношення між групами рівнянь, якщо їх загальна кількість прямує до нескінченності [3]. Таке співвідношення отримано на основі асимптотичного аналізу і при скінченній кількості рівнянь не є точним. А водночас практично можливо розв'язувати лише скінченну систему рівнянь, що вносить відповідну похибку результату. Тому результати аналізу методом зшивання вимагають уточнення. У протилежному випадку вони, зокрема, не забезпечують вимог балансу потужностей.

Для прикладу нижче розглянемо стикування трьох прямокутних хвилеводів, структура яких показана на рис. 1. У такій структурі, як відомо, можуть збуджуватися і поширюватися лише TE_{m0} моди. Широкий хвилевід виберемо для перших двох мод, а два інші залишаються одномодовими. Як вказано вище, спільну стінку з гострим ребром вважаємо ідеально провідною і нескінченно тонкою. Стикування напруженостей поля здійснюють у площині $z = 0$. Перерізи хвилеводів у цій площині можна розглядати як безвтратний тривихідний вузол. Для точно відомих напруженостей поля у площині стику забезпечуються умови унітарності S -матриці безвтратного вузла. В даній роботі пропонується використати умови унітарності як критерій точності розрахунку напруженостей поля і здійснення відповідної корекції аналізу, а також для розрахунку S -параметрів стику рис. 1.

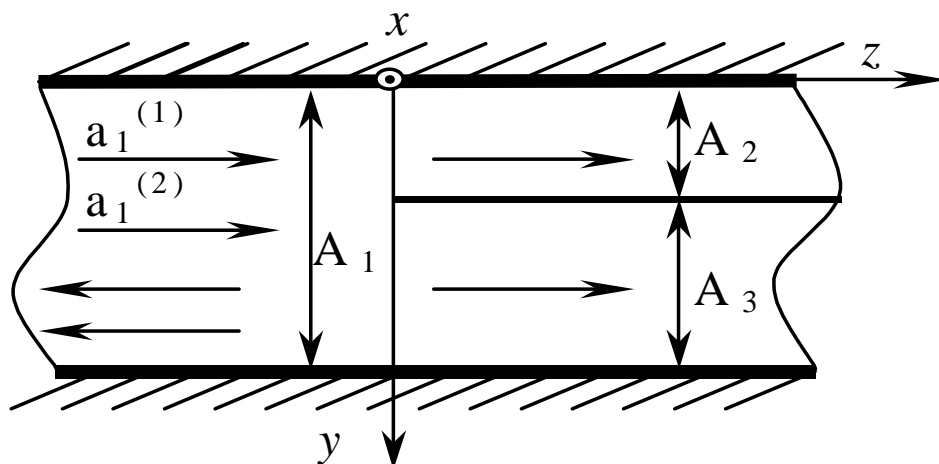


Рис. 1

Для визначення напруженостей поля у широкому хвилеводі врахуємо $M1$ мод, а у хвилеводах 2 і 3 відповідно $M2$ і $M3$ мод. Для стикування необхідно, щоб $M1=M2+M3$. Умову на гострому ребрі у [3] трансформовано на відношення $M2/M3=A2/A3$ при $M1 \rightarrow \infty$,

як вказано вище. Нехай на стик з боку широкого хвилевода падає хвиля порядку p з одиничним максимальним значенням у перерізі хвилевода

$$E_{xp} = \sin\left(\frac{p\pi}{A_1} y\right); \quad H_{yp} = \frac{\gamma_{1p}}{j\omega\mu_0} \sin\left(\frac{p\pi}{A_1} y\right), \quad (1)$$

де ω — робоча колова частота; μ_0 — магнітна проникність вакууму. Напруженості поля відбитих у широкому і збуджених у вузьких хвилеводах запишемо скінченними сумами

$$\begin{aligned} E_{x1} &= \sum_{M=1}^{M1} C_M \sin\left(\frac{M\pi}{A_1} y\right); & H_{y1} &= \sum_{M=1}^{M1} \frac{\gamma_{1M}}{j\omega\mu_0} \sin\left(\frac{M\pi}{A_1} y\right) \\ E_{x2} &= \sum_{m=1}^{M2} D_m \sin\left(\frac{m\pi}{A_2} y\right); & H_{y2} &= \sum_{m=1}^{M2} \frac{\gamma_{2m}}{j\omega\mu_0} \sin\left(\frac{m\pi}{A_2} y\right); \\ E_{x3} &= \sum_{n=1}^{M3} F_n \sin\left(\frac{n\pi}{A_3} (y - A_2)\right); & H_{y3} &= \sum_{n=1}^{M3} \frac{\gamma_{3n}}{j\omega\mu_0} \sin\left(\frac{n\pi}{A_3} (y - A_2)\right) \end{aligned} \quad (2)$$

Відповідно умови неперервності напруженостей поля, дотичних до площини $z=0$, мають вигляд

$$\begin{aligned} E_{xp} + E_{x1} &= E_{x2}; & H_{yp} - H_{y1} &= H_{y2}; & \text{для } y &= 0 - A_2; \\ E_{xp} + E_{x1} &= E_{x3}; & H_{yp} - H_{y1} &= H_{y3}, & \text{для } y &= A_2 - A_1. \end{aligned} \quad (3)$$

Відповідно до методу Гальоркіна власні функції хвилеводів 2 і 3 використовуємо як вагові функції, тобто рівняння для $y = 0 - A_2$ множимо на функцію $\sin\left(\frac{m\pi}{A_2} y\right)$ та інтегруємо в границях $y = 0 - A_2$. Аналогічну процедуру здійснюємо на проміжку $y = A_2 - A_1$. При цьому позначимо

$$\int_0^{A_2} \sin\left(\frac{M\pi}{A_1} y\right) \sin\left(\frac{m\pi}{A_2} y\right) dy = f(M, m); \quad \int_{A_2}^{A_1} \sin\left(\frac{M\pi}{A_1} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{A_3} (y - A_2)\right) dy = f(M, n). \quad (4)$$

З умов стикування напруженостей поля (3) отримуємо $M2+M3$ рівнянь для $M1$ невідомих напруженостей C_M

$$\sum_{M=1}^{M1} C_M \frac{\gamma_{2m} + \gamma_{1M}}{\gamma_{1p} - \gamma_{2m}} f(M, m) = f(p, m); \quad \sum_{M=1}^{M1} C_M \frac{\gamma_{3n} + \gamma_{1M}}{\gamma_{1p} - \gamma_{3n}} f(M, n) = f(p, n). \quad (5)$$

де сталі поширення в окремих хвилеводах позначено як

$$\begin{aligned} \gamma_{1M} &= \sqrt{\left(\frac{M\pi}{A_1}\right)^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0}; & \gamma_{2m} &= \sqrt{\left(\frac{m\pi}{A_2}\right)^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0}; \\ \gamma_{1p} &= \sqrt{\left(\frac{p\pi}{A_1}\right)^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0}; & \gamma_{3n} &= \sqrt{\left(\frac{n\pi}{A_3}\right)^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

Напруженості поля хвиль у хвилеводах 2 і 3 дані виразами:

$$\mathbf{D}_m = \frac{2}{A_2} \left(\sum_{M=1}^{M1} C_M f(M, m) + f(p, m) \right); \quad \mathbf{F}_n = \frac{2}{A_3} \left(\sum_{M=1}^{M1} C_M f(M, n) + f(p, n) \right) \quad (7)$$

Розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) можливе для відомої кількості рівнянь $M1$ та відношення $M2/M3 = \alpha$.

За допомогою напруженостей електричного поля C_M, D_m, F_n можна визначити S -параметри тривихідного стику для мод що поширюються в широкому хвилеводі. (у нашому прикладі $p=1,2$) [6]. Очевидно, що для безвтратного вузла у вигляді стику трьох хвилеводів мають задовольнятися умови унітарності S - матриці вузла, і в першу чергу умови балансу потужностей. Для нашого прикладу останню умову запишемо виразом

$$|S_{11}^{(1p)}|^2 + |S_{11}^{(2p)}|^2 + |S_{21}^{(1p)}|^2 + |S_{31}^{(1p)}|^2 = 1 = G \quad (8)$$

де $S_{11}^{(Mp)}$ - коефіцієнт відбиття TE_{M0} моди від площі стику ($z=0$), якщо на стик падає нормована хвиля $a_1^{(p)}$ виду TE_{p0} ; $S_{21}^{(1p)}$ - коефіцієнт передачі хвилі, що падає на стик з боку хвилевода 1, у хвилевід 2, у якому поширюється хвиля TE_{10} моди. Нагадаємо, що у нашому прикладі у хвилеводах 2 і 3 можуть поширюватися тільки хвилі основного виду. Нижче у табл. 1 подано залежність значення величини G від кількості рівнянь $M1$ для двох видів хвиль ($p = 1,2$), які з хвилевода 1 падають на стик. Розрахунки виконано для $\alpha = 0.4$, $M2/M3 = \alpha$, для нормованої робочої хвилі $q=0.34$ ($q = \frac{\lambda_0}{2A_1}$, де λ_0 — довжина робочої хвилі).

З табл. 1 випливає, що рекомендоване в [3] значення α для скінченної кількості рівнянь ($M1$) не задовольняє умови балансу потужностей безвтратного вузла. Для основної моди ($p=1$) величина G при збільшенні кількості рівнянь ($M1$) дуже повільно наближається до одиниці. Для моди вищого порядку ($p>1$) маємо аналогічну картину, однак для наближення до одиниці необхідна значно більша кількість рівнянь. Верхню границю кількості рівнянь ($M1$) для кожної моди (p) необхідно окремо встановлювати. Нижче пропонується корекція відношення α так, щоб при вибраній кількості рівнянь $M1$ забезпечувалася умова балансу потужностей. Є очевидним, що при забезпеченні умов унітарності S -матриці безвтратного вузла, її елементи, тобто і напруженості електричного поля, визначено достовірно. Це означає також, що в аналізі забезпечено усі вимоги законів електродинаміки, в тому і умову Мейкснера.

Корекція відношення $M2/M3$ полягає у зменшенні $M2$ на K рівнянь, та збільшенні $M3$ на K рівнянь. Тоді кількість рівнянь $M1$ залишається незмінною. Протилежний знак корекції, як встановлено, приводить до від'ємних результатів. Найбільший рівень корекції має місце при $M2-K=1$.

Таблиця 1

M1	p=1	p=2
5	G= 0.9480	G= 0.7994
10	0.9862	0.8358
15	0.9938	0.8638
20	0.9965	0.8653
25	0.9978	0.8660

Таблиця 2

K	M1=20	M1=25
0	G= 0.8653	G= 0.8660
5	0.8991	0.8805
6	0.9334	0.8910
7	1.0297	0.9092
8	–	0.9453
9	–	1.0447

З табл. 1 випливає, що корекція є важливою для $\mathbf{p}>1$, зокрема для \mathbf{TE}_{20} моди, коли на стик падає хвиля $\mathbf{a}_1^{(2)}$. Результати корекції для такого випадку подані в табл. 2 ($\mathbf{p}=2$; $\mathbf{q}=0.34$). Наведені таблиці вказують на те, що величина \mathbf{G} , яка характеризує баланс робочих потужностей, в основному менша від одиниці ($\mathbf{G}<1$). За допомогою корекції при незмінному $\mathbf{M1}$ можна забезпечити навіть $\mathbf{G}>1$. Внаслідок дискретної кількості рівнянь точно отримати $\mathbf{G}=1$ не вдається. Збільшуючи, однак, $\mathbf{M1}$, можна наблизитися до такої границі.

S- параметри стику, визначені за вказаним вище алгоритмом, задовольняють і другу умову унітарності S – матриці [2], [6]

$$\mathbf{S}_{11}^{(11)}\mathbf{S}_{11}^{*(12)} + \mathbf{S}_{11}^{(21)}\mathbf{S}_{11}^{*(22)} + \mathbf{S}_{21}^{(11)}\mathbf{S}_{21}^{*(12)} + \mathbf{S}_{31}^{(11)}\mathbf{S}_{31}^{*(12)} = 0. \quad (9)$$

Остання умова сформована з елементів двох перших стовпців S- матриці, визначених для хвиль $\mathbf{a}_1^{(1)}$, та $\mathbf{a}_1^{(2)}$. Розбаланс умови (9) близький до похибки розбалансу умови (8). Такий результат підтверджує доцільність застосування запропонованої вище корекції в алгоритмі аналізу стику електродинамічних структур.

У задачах стикування структур з ідеально провідними ребрами умови Мейкснера зводяться до встановлення співвідношення кількості рівнянь для окремих частин структури. Наведений вище приклад показує, що початкове значення відношення α можна вибирати довільно. Наступна корекція цього відношення забезпечує виконання обидвох умов — умови Мейкснера та умов унітарності S-матриці стику. Напруженості поля, відомі у частині структури з найбільшими розмірами, та умови унітарності S-матриці відкривають можливість визначити усі елементи матриці стику.

1. Завадский В.Ю. Вычисление волновых полей в открытых областях и волноводах. — М.: Наука, 1972. — С. 557. 2. Захарія Й.А. Основи електродинаміки і поширення радіохвиль. — Львів: ДУ “Львівська політехніка”, 1996. — С. 314. 3. Миттра Р., Лу С.В. Аналитические методы теории волноводов / Под ред. Г.В. Воскресенского — М.: Мир, 1974. — С. 324. 4. Becker K.D. Theoretische elektrotechnik.0 — Berlin: VDE — Verlag, 1982. Bd.1 — S. 190, Bd. 2. —S. 237. 5. Collin R.E. Field theory of guided waves. — New York: Hill book comp., 1960. — P. 591. 6. Harrington R.F. Time — harmonic electromagnetic fields. — New York: McGraw-Hill comp., 1961. — P. 473. 7. Meixner J. The behavior of electromagnetic field at edges. Tech. Rpt. EM-72. — New York: Inst. Math. Sci., New York University, 1972.