УДК 621.37/39

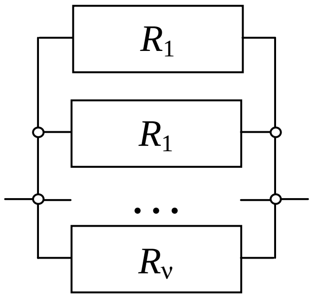
О.О. Скопа
Одеська національна академія зв‘язку ім.О.С.Попова,
кафедра ОТМ

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВУВАННЯ

Розглядається задача оптимального резервування в системах телекомунікацій, що дозволяє зменшити ризик ухвалення позитивного висновку про використання того або іншого об'єкта в експлуатації при невиконанні вимог до його надійності.

The problem of redundancy optimization in telecommunications systems permitting to reduce risk of positive solution acceptance about use of this or that object in maintenance at omission to reliability requirements is considered.

Задача оптимального резервування систем телекомунікацій переважно ставиться на імовірнісній основі. Статистична постановка проблеми дозволяє знайти залежність числа резервних каналів, що підлягають іспитам, від обсягу планованих іспитів як на етапі попереднього налагодження, так і в процесі експлуатації.



Структура системи телекомунікації

Нехай розглядається система, що складається з незалежних резервних каналів, кожен з яких випробується за біноміальним планом з зупинкою в ситуації, коли умова приймання такого каналу до експлуатації при випробуваннях n' зразків системи ($n' \le n_0$, n_0 — фіксований мінімально необхідний обсяг іспитів до виникнення першого відмовлення) виникає з однаковою, але невідомою імовірністю R для кожного випробування. При цьому величини n_i' незалежні для $i = \overline{1, \nu}$. Нехай об'єкти в системі з'єднані паралельно, $P = R_1 \cdot R_2 \cdot ... \cdot R_\nu$ — невідома імовірність безвідмовної роботи, P_T — необхідне значення для P. Нехай контроль за виконанням вимог до P здійснюється відповідно до C_0-процедури шляхом перевірки виконання умови:

$$P_\gamma^{\underline{L}} \ge P_T^L, \ \gamma = 1 - \beta_d,$$

де β_d — припустимий ризик замовника, а $P_\gamma^{\underline{L}}$ — статистика, що є γ-нижньою границею для P.

Визначення 1. Нехай P^L — імовірність безвідмовної роботи каналу зв'язку, а P^{L_H} — необхідне значення P^L. Процедура, в якій рівень P^L вважається достатнім, якщо $\underline{\gamma}$-нижня границя $P^{\underline{L}}$ [1] для P^L задовольняє умові $P^{\underline{L}} \ge P^{L_H}$, а рішення про вилучення каналу зв'язку з експлуатації на основі статистичних даних не приймається, назвемо C_0-процедурою.

Визначення 2. Ризиком замовника β будемо називати імовірність ухвалення позитивного рішення про доцільність використання того або іншого об'єкта в той час, як установлені вимоги до нього не виконуються.

Сумарні витрати C_Σ на безвідмовні іспити і наступну експлуатацію систем зі структурою, поданою на рисунку [2], при однаковій вартості резервних каналів можна навести у вигляді:

$$C_\Sigma = C_1 n_0 + C_2 N v ,$$

або

$$C'_\Sigma = \frac{\ln(1-\gamma)}{v \ln\left(1-(1-P_T)^{\frac{1}{\nu}}\right)} + kNv ,\ C'_\Sigma = \frac{C_\Sigma}{C_0} , \tag{1}$$

де: $k = \dfrac{C_2}{C_1}$; C_1 і C_2 — фіксовані невипадкові витрати на організацію одного резервного каналу на етапі його попередніх іспитів і, відповідно, на етапі експлуатації; N — обсяг замовлення; v — кількість резервних каналів, що підлягають іспитам; C_0 — результати, отримані відповідно до C_0-процедури.

Перший доданок у (1) зменшується по ν, тоді як другий — зростає по ν. Отже, існує оптимальне значення ν^*, що мінімізує витрати. Йому відповідає оптимальний обсяг безвідмовних іспитів, що може бути визначений за формулою:

$$n^*_{0\nu} = \frac{1}{\nu^*} \cdot \frac{\ln(1-\gamma)}{\ln\left[1-(1-P_T)^{\frac{1}{\nu^*}}\right]} . \tag{2}$$

Отже, виявляється, що оптимальне число резервних каналів і обсяг планованих безвідмовних іспитів зв’язані залежністю (2) [3].

Зазначимо, що в деяких випадках іспити системи телекомунікацій з рівнобіжним з’єднанням об’єктів (каналів) недоцільні в зв’язку з труднощами виявлення відмовлень. У цьому відношенні іспити системи з послідовним з’єднанням об’єктів більш інформативні [4].

Якщо за технічними умовами замість системи (рисунок) можливі іспити системи з послідовним з’єднанням тих же об’єктів, то отримані результати можуть бути перераховані з метою отримання $P^{\underline{L}}$ за формулою:

$$P^{\underline{L}} = 1 - \left(1-(1-\gamma)^{\frac{1}{n_{\min}\nu}}\right)^{\nu} ,$$

де $n_{\min}$ — менша з величин n'_i, $i = \overline{1, v}$.

Якщо всі об'єкти системи (рис. 1) однакові, то тоді γ — нижня границя для імовірності P визначається виразом:

$$P^{\underline{L}} = 1 - \left(1 - R^{\underline{L}}\right)^{\nu} , \tag{3}$$

де $R^{\underline{L}} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n'_\Sigma}}$; $n'_\Sigma = n_1 + n_2 + \ldots + n_l + n'_{l+1}$ — сумарний наробіток на відмовлення, якщо іспити об'єктів системи проводяться за біноміальною схемою з зупинкою послідовно один за одним (при числі об'єктів l, що пройшли безвідмовні іспити) у ситуаціях:

– іспитам піддаються n' каналів ($n' \le n_0$) з однаковою, але невідомою імовірністю R безвідмовної роботи для кожного з них;

– іспитам піддається один канал багаторазового використання, при цьому передбачається, що невідома імовірність безвідмовної роботи в одному циклі на інтервалі $\left[0,\, t_0\right]$ змінюється від циклу до циклу в зв'язку з впливом процесів нагромадження пошкоджень і процесів відновлення, в силу чого система є *старіючою*.

Зазначимо: якщо випробується заздалегідь фіксоване число об'єктів l_0 з ансамблю ν і всі іспити безвідмовні, то

$$n'_\Sigma = n_\Sigma - n_1 + n_2 + \ldots + n_{l_0}\,,\ 1 \le l_0 \le \nu\,. \tag{4}$$

Встановимо значення P^{L_H} таке, при якому у випадку $P^L \ge P^{L_H}$ система вважається досить надійною, а ризик замовника β визначимо як імовірність ухвалення позитивного рішення тоді, як вимоги не виконуються:

$$\beta = P\left(P^{\underline{L}} \ge P^{L_H} \,\middle|\, P^L < P^{L_H}\right).$$

Тоді за властивістю γ-нижньої границі з врахуванням нерівності

$$P\left(P^{\underline{L}} \ge P^{L_H} \,\middle|\, P^L > P^{L_H}\right) \le P\left(P^{\underline{L}} \ge P^L\right)$$

отримаємо:

$$\beta \le P\left(P^{\underline{L}} > P^L\right) \le 1 - \gamma\,.$$

Тепер, з огляду на (3), знаходимо умову, що накладається на сумарний наробіток у циклах:

$$n'_\Sigma \ge \tilde{n}_{0\nu} = \frac{\ln \beta_d}{\ln\left(1 - \left(1 - P_T\right)^{\frac{1}{\nu}}\right)}, \tag{5}$$

де β_q — рівень припустимого ризику; P_T – необхідна імовірність безвідмовної роботи системи телекомунікацій загалом.

Приклад 1. Нехай $P_T = 0{,}999$ і $\beta_d = 0{,}1$, а елементи системи (рисунок) незалежні та однакові при $\nu = 2$. Припустимо, що іспитам піддається один зразок багаторазового використання $\left(l_0 = 1\right)$. Тоді з (5) випливає, що сумарне число n' циклів до першого відмовлення або сумарне число безвідмовних циклів має задовольняти умову $n' \ge 74$. Якщо випробуються обидва елементи один за одним, то сумарний наробіток у циклах повинен задовольнити тій же умові – $n' \ge 74$.

Розглянемо тепер систему, складену з m блоків виду (рисунок), з'єднаних послідовно. Будемо вважати, що в кожному з них є по ν_i різних елементів, з'єднаних паралельно. Встановимо, що всі елементи незалежні, а до імовірності $P_0^L = \prod\limits_{i=1}^{m}\left(1 - \prod\limits_{j=1}^{\nu_i}\left(1 - R_{ij}\right)\right)$ безвідмовної роботи системи задане її необхідне значення $\widehat{P}_{0T}$. Вважаємо, що заданий також ризик β_d постачальника в C_0-процедурі контролю за виконанням вимоги $P_0^L \ge P_{0T}^L$. Ця вимога вважається виконаною, якщо

$$P_{0\gamma}^{\underline{L}} \ge P_{0T}^L,\ \gamma = 1 - \beta_d\,, \tag{6}$$

де $P_{0\gamma}^{\underline{L}}$ — статистика, що є γ — нижньою границею для імовірності P_0^L. Припустимо, що j-й елемент із i-го блока випробується автономно за біноміальним планом з зупинкою.

У результаті отримуємо значення числа n_{ij} іспитів до виникнення першого відмовлення зазначеного елемента. Якщо величини n_{ij} незалежні при $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,\nu_j}$, то умова (6) рівносильна виконанню $N_0\nu_1+\nu_{2T}+...+\nu_m$ умов виду

$$n'_{ij} \geq n_{0ij} = \frac{\ln \beta_d}{\nu_i \ln\left(1-\left(1-P_{0T}^L\right)^{\frac{1}{\nu_i}}\right)},\ i=\overline{1,\ m},\ j=\overline{1,\ \nu_i}, \tag{7}$$

де числа P_{0T}^L і β_d беруться зі співвідношення (6) приймання системи загалом, а ν_i — число елементів у i-м блоці.

Умова (7) узагальнює співвідношення (5). Цікаво, що за рахунок непокращання відносно n'_{ij} γ-нижньої границі P_0^L для P^L, "дроблення" заданих для системи загалом значень P_{0T}^L і β_d при переході до її елементів не відбувається.

Приклад 2. Розглянемо систему, складену з $m=1200$ блоків, зображену на рисунку. Всі елементи незалежні і різні. Необхідне значення імовірності P_0^L системи дорівнює $P_{0T}^L=0,999$, а припустимий ризик замовника в умові (6) – $\beta_d=0,1$. Необхідно знайти умови до числа іспитів кожного з $\nu_1+\nu_2+...+\nu_{1200}$ елементів, проведених безвідмовно або до виникнення першого відмовлення.

З (7) знаходимо шукані умови:

$$n'_{ij} \geq \frac{\ln 0,1}{\nu_i \ln\left(1-0,001^{\frac{1}{\nu_i}}\right)},\ i=\overline{1,m},\ \ j=\overline{1,\nu_i}\ .$$

Зокрема, при $\nu_1=2$ і $\nu_2=3$ одержуємо умови приймання: $n'_{1j}\geq 37$ — для першого блока, $j=1,2$ та $n'_{2j}\geq 7$ — для другого блока, $j=1,2,3$.

У випадку, коли елементи в i-му блоці однакові, для нього одержуємо умову приймання

$$n'_{\Sigma i} \geq \frac{\ln \beta_d}{\ln\left(1-\left(1-P_{0T}^L\right)^{\frac{1}{\nu_i}}\right)} = n_{0i},$$

що узагальнює співвідношення (5), де $n'_{\Sigma i}$ сумарний наробіток у циклах для i-го блока, що визначається з виразу (4), який записується для i-го блока.

1. Скопа О.О. Інтервальне оцінювання надійності Т-систем з паралельним з'єднанням елементів за результатами їх біномінальних іспитів // Наукові праці ОНАЗ: Період. наук. збір. з радіотехніки і телекомунікацій, електроніки та економіки в галузі зв'язку. — Одеса, 2002. — №1. — С. 65—71. 2. Skopa O. Construction of the System of Radio Communication Network Management // Proceeding of the International Conference TCSET'2002 "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science": February 18—23, 2002. — Lviv-Slavsk, Ukraine: Lviv Polytechnic National University — IEEE Networking the World. — 2002. — С. 285. 3. Скопа О.О. Обслуговування резервних систем зв'язку // Наукові праці Донецьк. держ. техн. університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація. — Донецьк: РВА ДонДТУ, 2002. — Вип. 38. С. 89—91. 4. Скопа О.О. Оптимізація експлуатації резервних систем телекомунікацій // Праці УНДІРТ. — Одеса, 2002. — №1(29). — С. 91–93.