

ДО ВИБОРУ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕХІДНИХ КРИВИХ НА АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРОГАХ

К. Бурак

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

К. Ярош

Миколаївський муніципальний колегіум ім. В. Чайки

Ключові слова: автомобільні дороги, клотоїдне проектування, параметри криволінійних ділянок

Постановка проблеми

Наведені в чинних ДБН [6] та технічній літературі вимоги до параметрів перехідних кривих та методики їх розрахунку не завжди забезпечують вибір оптимальних проектних рішень.

Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Затяжні прямі ділянки, особливо високошвидкісних автомобільних магістралей, небезпечніші, ніж ділянки кривих [4]. Тому технічні умови проектування таких ділянок в більшості країн обмежують довжини прямих залежно від категорії дороги в інтервалі 1,5–5 км. Короткі в плані криві, розміщені між довгими прямими, також значно спотворюють перспективу і плавність траси, вони видаються водієві різкими переломами дороги [7]. Тому і рекомендують розміщувати трасу за звислою лінією, яка вписується в рельєф і ландшафт місцевості, це так зване клотоїдне проектування [4]. Згідно з ДБН [6] перехідні криві слід влаштовувати, якщо радіуси заокруглень менші за 3000 м на дорогах I категорії і 2000 м на дорогах інших категорій. Забезпечення плавності наростання відцентрової сили і її компенсація відгомом віражу чи підвищенням зовнішньої рейки на залізничних коліях досягається використанням перехідних кривих, з яких клотоїда забезпечує строге монотонне зростання радіуса від нескінченності на початку клотоїди до значення R в її кінці.

Під час розпланування криволінійних ділянок виникає задача, з одного боку, забезпечити плавність і безпеку руху, компенсуючи відцентрову силу, що виникає на заокругленнях, з іншого боку – максимально наблизити трасу до колової кривої “...на якій виконують всі польові вишукування, складають план та профіль траси і, отже, на якій повинні виконуватись і будівельні роботи” [2]. Тому недолік використання клотоїди як з незміщеним, так і зі зміщеним центром, а також катіоїди [3] полягає в тому, що скорочена кругова крива під час влаштування перехідних кривих повинна переміщатись до центра на величину $-p$, яка може бути настільки значною, що вимагатиме додаткових вишукувань під час проектування нових трас і великих додаткових затрат на реконструкцію наявних. Тому в роботі [1] запропоновано новий

спосіб, який дозволяє проектувати криволінійні ділянки за умови $p = 0$.

Новий спосіб передбачає, зокрема, можливість будувати і клотоїдний варіант траси, без розділювальної ділянки кругової кривої. Водночас у технічній літературі немає чітких вказівок про можливість використання такого варіанта, і навіть більше, в деяких джерелах стверджують про обов'язковість влаштування розділювальної ділянки [8].

Постановка завдання

Мета роботи полягає у знаходженні проектних параметрів криволінійних ділянок трас, які забезпечують мінімальні затрати під час вишукування нових трас і реконструкції наявних, забезпечуючи при цьому безпеку руху.

Виклад основного матеріалу досліджень

Величина, на яку скорочена колова крива повинна переміщатись до центра, може бути з достатньою точністю, для розв'язування у цій роботі задач, підрахована для клотоїди за формулою:

$$p \approx \frac{L^2}{24R}, \quad (1)$$

де L – довжина перехідної кривої; R – проектний радіус колової кривої.

Розраховуючи довжини перехідної кривої, треба мати на увазі, що мінімальна довжина її в метрах – L_{\min} визначається згідно з формулою [6]:

$$L_{\min} = \frac{v^3}{47IR}, \quad (2)$$

де v – швидкість, км/год; I – нормативне зростання відцентрового прискорення, яке приймають у діапазоні 0,3÷0,8 (менше значення для магістральних доріг), R – радіус, м.

Нагадаємо також, що L_{\min} не може бути меншим за:

$$L_{\min} \geq \frac{u_{\text{non}} b}{u_{\text{новзд}}} = \frac{bv^2}{127Ru_{\text{новзд}}}, \quad (3)$$

де b – ширина дороги, м; $u_{\text{новзд}}$ – повздовжній похил відгону віражу (приймається в діапазоні 0,005÷0,01), u_{non} – поперечний похил віражу, який не повинен перевищувати 0,06 і визначається в цьому випадку за формулою [5]:

$$u_{\text{non}} = \frac{v^2}{127R}. \quad (4)$$

Звідси зрозуміло, що користуватись формулою (2) можемо тільки за умови, що

$$R > \frac{v^2}{0,06 \cdot 127} > \frac{v^2}{7,5}. \quad (5)$$

Значення R , які задовольняють умову (5), наведені в останньому рядку табл. 1. Зі значень L_{\min} , знайдених за формулами (2) і (3), користуються більшим.

Для випадку, коли умова (5) виконується, порівнюючи (2) і (3) і виконавши необхідні перетворення з урахуванням (4), одержимо вираз, за яким слід призначати повздовжній похил відгону віражу (за тих самих розмірностей b і v):

$$u_{\text{повз}} = 0,4 \frac{b}{v}. \quad (6)$$

Дотримуючись вимог ДБН [6], розрахуємо мінімальні довжини перехідних кривих за формулою (2) (якщо $R = 2000$ м і R_{\min} згідно з [6]). Результати також помістимо в табл. 1 (рядки 5 і 6). Аналіз даних табл. 1 показує, що вимоги до L_{\min} в ДБН [6] не в усіх випадках забезпечують безпеку руху.

Таблиця 1

Вибір параметрів криволінійних ділянок автомобільних доріг

1	Показник	I	I	II	III	IV
2	Розрахункова швидкість, км/год	150	140	120	100	90
3	R_{\min} , м	1200	1100	800	600	450
4	I	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6
5	L_{\min} , м (за R_{\min})	199	177	115	71	58
6	L_{\min} , м (за $R = 2000$ м)	119	97	46	22	13
7	L_{\min} , м (ДБН)	100	100	120	120	110
8	P_{\max} , м	1,4	1,2	0,7	0,3	0,3
9	P_{\max} , м ($R = 2000$ м)	0,1	0,1	0,02	0,004	0,001
10	R , м	2952	2572	1889	1312	1063

Наприклад, (див. дані, наведені в рядку 7) для доріг I і II категорій дані ДБН можуть бути занижені майже в два рази, що не забезпечує безпеки руху. Для доріг IV і V категорій, в деяких випадках, можуть бути завищені в два рази, що також недоцільно, оскільки тоді збільшується величина переміщення кругової кривої до центра, що також небажано, тому треба внести відповідні зміни в ДБН [6].

У разі вибору максимально можливої за умов місцевості довжини радіуса кругової кривої (в діапазоні 1100–3000 м для автомобільних доріг I категорії, 450–2000 м для інших) та мінімальних довжин перехідних кривих і похилу повздовжнього відгону віражу за формулою (2), величина переміщення кругової кривої до центра, як показують наші розрахунки за формулами (1), ніколи не перевищуватиме 1,5 м і здебільшого буде меншою за 1 м. Більшість літературних джерел (див., наприклад, [8]) рекомендують таким переміщенням колової кривої нехтувати. Враховуючи сучасні можливості обчислювальної техніки і те, що криві виносяться в натуру за координатами

електронним тахеометром, пропонуємо в цих випадках виносити їх за умови $p = 0$. Методика розрахунку таких заокруглень наведена в роботі [1] як для випадку наявності розділювальної ділянки колової кривої між двома клотоїдами, так і за відсутності її.

З огляду на те, що в більшості джерел рекомендується розділювальна ділянка (для прикладу, робота [8]), вказується, що її довжина повинна бути мінімум 10 м) розглянемо, на скільки зміниться геометрія кривої у випадку, коли $2\varphi_L = \varphi$ (φ – кут повороту траси; φ_L – кут який припадає на перехідну криву), тобто коли розділювальна ділянка колової кривої відсутня. Знайдемо відхилення радіуса перехідної кривої від R на ділянці завдовжки 5 м в кінці перехідної кривої. Для цього продиференціюємо формулу для ординати кінця перехідної кривої для розглянутого прикладу $y_L = B \cos \varphi / 2$. Одержимо:

$$dy_L \approx \frac{2L}{6R} dL. \quad (7)$$

Прийнявши, для прикладу $L = 80$ м, $R = 500$ м і $dL = 5$ м, знайдемо, що радіус перехідної кривої на 10-метровій ділянці в центрі кривої буде у межах 499,7–500 м, що дозволяє створити односкільний радіальний поперечний профіль дороги, адже, теоретично, ухил віражу на цій ділянці нам необхідно змінювати в межах до 0,1 %.

На користь клотоїдного варіанта наведемо ще і цитату з авторитетного зарубіжного видання [10]: “... Тому сучасна траса вже не містить колових дуг, а складається з прямих ліній і з частин клотоїд, в ідеальному випадку навіть виключно з клотоїд”. Там також зазначено, що “проекування і розмічування клотоїди пов’язане зі значними вимірювальними і обчислювальними витратами, які, проте, в багатьох випадках окуповуються простотою будівельних робіт”. Очевидно, і використання скорочених колових кривих зумовлене насамперед бажанням спростити обчислювальні та вимірювальні роботи. Звичайно, враховуючи сучасні можливості обчислювальної техніки і розмічування кривих за координатами за допомогою електронного тахеометра, ці причини використання колових кривих несуттєві й використання розділювальної колової кривої, підкреслимо, на автомобільних дорогах, на нашу думку, недоцільне.

Довжини таких симетричних клотоїдних кривих також можна визначити з використанням проекції бісектриси колової кривої на вісь ординат і половини колової кривої, тобто якщо

$$y_L = B \cos \varphi / 2; k = K / 2. \quad (8)$$

Очевидно, що вказані клотоїдні криві стикаються на середині колової кривої СК.

Якщо поставити умову, щоб $2\varphi_L = \varphi$, то для визначення L в цьому випадку в роботі [2] пропонується знаходити її за параметрами R і y_L методом наближень. На перший погляд, це може здивувати, адже L можна знайти відразу за формулою:

$$L = R_{\text{колової кривої}} \varphi, \quad (9)$$

яка впливає з того, що $2\varphi_L = \varphi$.

Проте, якщо використовувати класичний підхід заміни колової кривої радіусом $R_{\text{колової кривої}}$ двома перехідними кривими, приймаючи їх радіус також $R_{\text{колової кривої}}$ то p може досягати справді великих значень. Максимальне її значення можемо знайти на основі (1) після нескладних перетворень за формулою:

$$p_{\text{max}} = \frac{R_{\text{max}} \varphi^2}{24}. \quad (10)$$

На основі (10) одержимо, що за $R_{\text{колової кривої}} = 3000$ м і $\varphi = 30^\circ \cdot p_{\text{max}}$ може досягати навіть 34 м, а це вже потребує додаткових вишукувальних робіт, а в разі реконструкції траси значних матеріальних затрат. Тому, на нашу думку, найоптимальнішим варіантом є такий вибір радіуса перехідної кривої – $R_{\text{клотоїди}}$, за якого перехідні криві проходять через середину кругової кривої, яку вони заміщають.

Для знаходження $R_{\text{клотоїди}}$ в цьому випадку, як і рекомендується в роботі [2], скористаємося формулою

$$y_L = \frac{L^2}{6R_{\text{клотоїди}}} \left(1 - \frac{L^2}{56R_{\text{клотоїди}}^2} + \frac{L^4}{7040R_{\text{клотоїди}}^4} - \dots \right). \quad (11)$$

Поставивши умову, щоб

$$y_L = B \cdot \cos \frac{\varphi}{2}, \quad (12)$$

де $B = R_{\text{колової кривої}} \left(\frac{1}{\cos \frac{\varphi}{2}} - 1 \right)$ – бісектриса колової кривої.

На основі (11) і (12) одержимо формулу поправок

$$\left(R_{\text{колової кривої}} \left(\frac{1}{\cos \frac{\varphi}{2}} - 1 \right) \cos \frac{\varphi}{2} - \left(\frac{L^2}{6R_{\text{клотоїди}}} \left(1 - \frac{L^2}{56R_{\text{клотоїди}}^2} + \frac{L^4}{7040R_{\text{клотоїди}}^4} - \dots \right) \right) \right) = v, \quad (13)$$

яка дає змогу знайти значення $R_{\text{клотоїди}}$, задаючи значення $R_{\text{колової кривої}}$, L і φ з розв'язку оптимізаційної задачі.

Аналіз результатів обчислень за формулою (13), за умов, що $L = R_{\text{колової кривої}} \cdot \varphi$ і $[vv] = \min$, які ми виконали, використовуючи надбудову Solver Excel, показав, що $R_{\text{клотоїди}}$ міститься у діапазоні $1,333443 \div 1,337309 R_{\text{колової кривої}}$ залежно від кута φ . Результати наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Залежність $R_{\text{клотоїди}} / R_{\text{колової кривої}}$ від кута φ

φ°	5	10	15	20	25	30
$\frac{R_{\text{клотоїди}}}{R_{\text{колової кривої}}}$	1,33344 3	1,33377 3	1,33432 2	1,33509 3	1,33612 5	1,33730 8

Для спрощення розрахунків апроксимуємо цю залежність поліномом 2-го степеня. Застерегаємо проти використання при цьому стандартної підпрограми Excel для нанесення лінії тренду і її рівняння на графік. Прикладом може бути графік (див. рисунок). Excel для апроксимації даних табл. 2 пропонує рівняння:

$$\frac{R_{\text{клотоїди}}}{R_{\text{колової кривої}}} = 0,0001\varphi^2 + 0,0000003\varphi + 1,3333, \quad (14)$$

Те, що воно більш ніж приблизне, незважаючи на те, що $R_2 = 0,9999$, можемо переконатись підставивши в (14), наприклад $\varphi = 30^\circ$. Одержимо значення

$$\frac{R_{\text{клотоїди}}}{R_{\text{колової кривої}}} = 1,423321 \text{ замість } 1,337309.$$

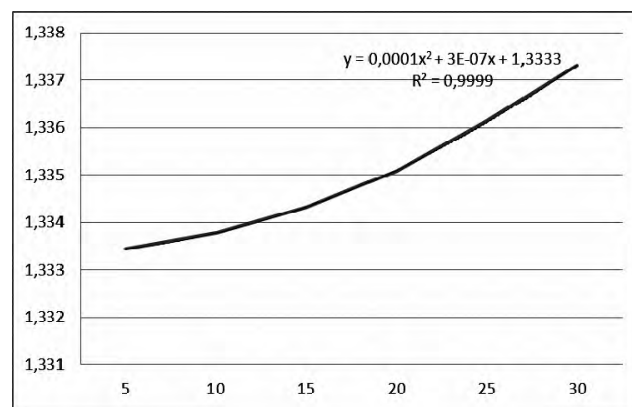
Апроксимуючи ці самі дані за допомогою Solver за умови $[vv] = \min$, одержимо рівняння

$$\frac{R_{\text{клотоїди}}}{R_{\text{колової кривої}}} = 0,0000034\varphi^2 + 0,000041\varphi + 1,332992. \quad (15)$$

Для прикладу, приймаючи $R_{\text{колової кривої}} = 1200$ м і $\varphi = 30^\circ$, знайдемо, що

$$\frac{R_{\text{клотоїди}}}{R_{\text{колової кривої}}} = 1,337226 \text{ (за формулою (14)), звідки}$$

$R_{\text{клотоїди}} = 1604,72$ м за точного значення $1604,77$ м. Використання формули (15) забезпечує точність збігу точки з координатами x_L, y_L з СКК до 1 мм. Ще раз підкреслимо, що при цьому слід приймати $L = R_{\text{колової кривої}}$



Графік залежності $R_{\text{клотоїди}} / R_{\text{колової кривої}}$ від φ

Якщо за умовами місцевості це значення L вибрати неможливо, підбирають інше значення довжини перехідної кривої за допомогою формули (13), максимально близьке до знайденого за формулою (9), за допомогою надбудови Excel Solver розраховують $R_{\text{клотоїди}}$ за формулою (15) за умови $[vv] = \min$. Наприклад, на дорозі I категорії під час польових вишуквань запроєктована колова крива радіусом 2300 м, кут повороту траси 20° . Оптимальна

довжина клотоїд для заміни колової кривої становить згідно з формулою (9) 602,104 м. Проте допустимо, що за умовами місцевості ми можемо вибрати максимальну довжину тільки 580 м. Розв'язуючи рівняння (15), знайдемо, що дві клотоїди матимуть спільну точку перетину в СКК, наміченій під час польових вишукувань, у випадку, коли $R_{\text{клотоїди}} = 1600,799 \text{ м}$ і $L = 580 \text{ м}$.

Висновки

1. Оптимальним варіантом влаштування криволінійних ділянок автомобільних трас є варіант з двох клотоїд, довжини яких визначаються за формулою (9), а радіуси за формулою (15).

2. Якщо за умовами місцевості вибрати довжину клотоїди за формулою (9) неможливо, її вибирають максимально наближеною до цього значення і знаходять радіус клотоїди з рівняння (15), використовуючи надбудову Solver Excel. Це забезпечує проходження траси через середину колової кривої, наміченій під час польового трасування (яку ці дві клотоїди замінюють). В цьому випадку траса максимально наближена до варіанта, наміченого в процесі польових вишукувань, і не потребує їх додаткового проведення. Крім того, точок спряження ділянок з різною кривиною, в яких практично миттєво виникають прискорення, що приводять до різких поштовхів, що супроводжуються небажаними вібраціями [9], всього дві. У випадку використання розділювальної кругової кривої таких точок чотири.

3. Використання мінімальних значень довжин перехідних кривих, наведених у ДБН [6], не в усіх випадках забезпечує безпеку руху на ділянках автомагістралей I категорії і мінімальних переміщень колової кривої на дорогах інших категорій. В ДБН слід внести відповідні виправлення.

Література

1. Баран П. І. Новий спосіб розміщення клотоїди та її з'єднання з незміщеною коловою кривою / Баран П. І., Бурак К. О. // Вісник геодезії та картографії. – 2013. – № 3. – С. 11–14.
2. Баран П. І. До теорії та практики розпланування сучасних перехідних кривих / Баран П. І. // Вісник геодезії та картографії. – 1998. – № 3. – С. 20–26.
3. Белятынський А. А. Применение кривых нового типа при проектировании закруглений автомобильных дорог / Белятынський А. А., Таранов А. М. // Строительство и архитектура. – 1981. – № 2. – С. 104–106.
4. Бобков В. Ф. Дорожные условия и безопасность движения: учебник для вузов / Бобков В. Ф. – М.: Транспорт, 1993. – 271 с.
5. Бойчук В. С. Довідник дорожника / Бойчук В. С. – К.: Урожай, 2002. – 560 с.
6. ДБН В.2.3-4-2000. Автомобільні дороги. – К.: Державний комітет будівництва, архітектури та житлової політики України, 2000. – 100 с.
7. Каменецкий Б. И. Автомобильные дороги / Каменецкий Б. И., Кошкин И. Г. – М.: Транспорт, 1979. – 144 с.
8. Левчук Г. П. Прикладная геодезия / Левчук Г. П., Новак В. Е., Лебедев Н. Н. – М.: Недра, 1983. – 400 с.
9. Сокол Э. Н. Кривые переменного радиуса и их применение на трубопроводном транспорте / Сокол Э. Н. – Л.: Вища школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1984. – 88 с.
10. Цилль В. Инженерная геодезия [пер. с 6-го нем. изд.] / Цилль В. – М.: Недра, 1974. – 430 с.

До вибору параметрів перехідних кривих на автомобільних дорогах

К. Бурак, К. Ярош

Проаналізовано вимоги до вибору параметрів перехідних кривих на автомобільних дорогах і вказано на необхідність внесення змін у ДБН щодо вибору значень їх довжин. Наведено доказ того, що геометрія заокруглення автомобільної дороги без влаштування розділювальної ділянки колової кривої незначно змінює геометрію траси порівняно з варіантом, коли розділювальна ділянка наявна. Для випадку відсутності такої ділянки пропонується варіант розрахунку параметрів двох перехідних кривих, оснований на розв'язку оптимізаційної задачі.

К выбору параметров переходных кривых на автомобильных дорогах

К. Бурак, К. Ярош

Проанализированы требования к выбору параметров переходных кривых на автомобильных дорогах и указано на необходимость внесения изменений в ДБН, по выбору значений их длин. Приводится доказательство того, что геометрия закругления автомобильной дороги без устройства разделяющей участки круговой кривой незначительно меняет геометрию трассы по сравнению с вариантом, когда разделяющий участок присутствует. Для случая отсутствия такого участка предлагается вариант расчета параметров двух переходных кривых, основанный на решении оптимизационной задачи.

By choosing the parameters of transient curves on highways

K. Burak, K. Yarosh

Analyzed the requirements for selecting options transition curves on highways and points to the need for changes in the GOS, on the choice of the values of their lengths. Driven by evidence that the geometry of the highway without rounding placement area dividing circumferential curve slightly changes the geometry of the road compared to the option when sharing site present. In the case of absence of such plots variant calculation parameters of two transition curves, based on the solution of the optimization problem.