

МЕТОД ОБВІДНИХ В ІНТЕРФЕРОМЕТРІЇ ФАБРІ-ПЕРО СВІТЛА

П. Кособуцький^{a, *}, А. Моргуліс^b, М. Каркульовська^a

^a Національний університет “Львівська політехніка”

вул. С.Бандери 12, 79013, Львів, Україна

^b Державний університет Нью-Йорка,

199 Чамберс стріт, Нью-Йорк, NY 10007 США

(Отримано 11 серпня 2004 р.)

Аналізуються закономірності амплітудно-фазової спектроскопії Фабрі-Перо нормального, похилого відбиття і пропускання плоских електромагнітних хвиль плоскими тришаровими структурами. Показано, що метод обвідних, як функцій значень енергетичних коефіцієнтів відбиття і пропускання та фази в екстремумах смуг Фабрі-Перо коректно описує амплітудно-фазовий спектр як в області прозорості, так і в області поглинання.

Ключові слова: спектроскопія Фабрі-Перо, півка, інтерферометр.

PACS: 78.30-J

УДК: 53.082.54: 563.5

Вступ

Відомо, що закономірності спектроскопії відбиття та пропускання хвилі середовищами, визначаються не тільки їхніми амплітудно-фазовими співвідношеннями на границях розділення, але й ефектами інтерференції хвиль, відбитими від них. В оптиці ця проблема не нова і вивчається давно під час дослідження шаруватих середовищ [1–6]. Особливий інтерес становлять тришарові структури, що містять резонатор Фабрі-Перо. На основі цих структур розроблені високочутливі еліпсометричні методи не лише контролю параметрів півки [1, 5], але й температури [7]. Також вони закладені в основу розрахунків параметрів фільтрів Фабрі-Перо [8] та плоских дисплейних екранів [9, 10]. Базуються ці методи на реєстрації дуже маленьких змін параметрів інтерферограм.

З погляду одержання детальної інформації важливо експериментально виміряти зміни не лише в амплітудних спектрах, але й у спектрах фази. Однак експериментальна реалізація останніх значно складніша і не завжди є можливим одержати необхідну інформацію. Тому часто звертаються до теоретичних обчислень за допомогою відомих співвідношень Крамерса-Кроніга.

У роботах [11, 12] запропонований інший підхід. Суть його полягає в тому, що обробка інтерферограм є інформативнішою, якщо її параметри визначити на рівні енергетичних коефіцієнтів $\frac{1}{2}(R_{\max} + R_{\min})$ і $\frac{1}{2}(T_{\max} + T_{\min})$, де $(R, T)_{\max, \min}$ – значення їх екстремумів.

Це не лише розширяє спектр застосування самого підходу, але дає можливість визначити фазовий

зсув результуючої хвилі безпосередньо із експериментальних спектрів. Більше того аналіз спектрів з погляду аналізу закономірностей обвідних, як функцій $(R, T)_{\max, \min}$ дає можливість розв'язувати низку часткових практичних задач і в разі наявності поглинання [13–19].

У цій роботі не лише теоретично обґрунтовані положення [11, 12], але й показано, що функції $(R, T)_{\max, \min}$ як обвідні, коректно описують амплітудно-фазові спектри інтерференції світла тришаровими структурами з резонатором Фабрі-Перо при нормальному та похилому падінні як в області прозорості, так і в області поглинання. Показано також, що в області резонансної дисперсії функції діелектричної проникності багатопроменева інтерференція Фабрі-Перо не впливає на характер формування амплітудно-фазових спектрів.

1. Загальні положення

Розглянемо тришарову структуру типу напівобмежене середовище (індекс 1) – резонатор Фабрі-Перо (індекс 2) – напівобмежене середовище (індекс 3), як це зображено на рис. 1. Плоска хвиля в середовищі 1 в загальному випадку під кутом α падає на межу розділення 12, заломлюється на ній під кутом β , багаторазово перевідбивається в резонаторі 2 і під кутом γ заломлюється на межі розділення 23. У загальному випадку показник заломлення резонатора комплексний $\tilde{n}_2 = n_2 - i\chi_2$, а по обидві сторони з ним контактують прозорі напівобмежені середовища з показниками заломлення $n_{1,3}$. Двічі проходячи товщу резонатора товщиною d , електромагнітна хвиля зсувається по фазі на $\tilde{\delta} = \frac{4\pi d}{\lambda} \tilde{n}_2 = \text{Re } \tilde{\delta} + i \text{Im } \tilde{\delta}$.

* Автор-респондент

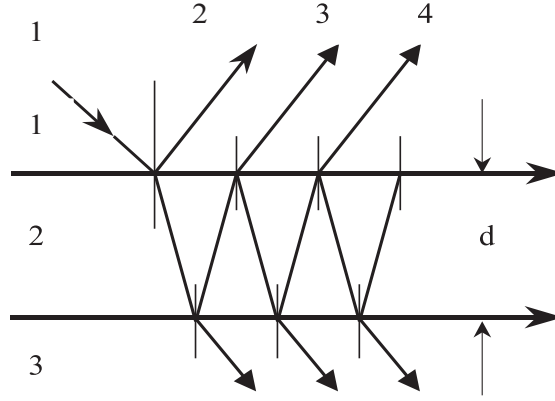


Рис. 1. Схематичне зображення ходу променя при багатократному відбитті в плоскопаралельній пластині

Відомо [1] також, що внаслідок багаторазового перевідбивання променя в резонаторі амплітуди коефіцієнтів Френеля відбиття \tilde{r} та пропускання \tilde{t} визначаються як

$$\tilde{r} = \frac{\tilde{r}_{12} + \tilde{r}_{23} \exp(-i\tilde{\delta})}{1 + \tilde{r}_{12}\tilde{r}_{23} \exp(-i\tilde{\delta})} \quad \text{і} \quad \tilde{t} = \frac{\tilde{t}_{12}\tilde{t}_{23} \exp(-i\tilde{\delta}/2)}{1 + \tilde{r}_{12}\tilde{r}_{23} \exp(-i\tilde{\delta})}, \quad (1)$$

де на границі 12 амплітуди коефіцієнтів Френеля для s - і p - поляризацій визначаються як

$$\tilde{r}_S = -\frac{\sin(\alpha - \tilde{\beta})}{\sin(\alpha + \tilde{\beta})}, \quad \tilde{r}_P = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \tilde{\beta})}{\operatorname{tg}(\alpha + \tilde{\beta})}, \quad \tilde{t}_S = \frac{2 \sin \tilde{\beta} \cos \alpha}{\sin(\alpha + \tilde{\beta})}, \quad \tilde{t}_P = \frac{2 \sin \tilde{\beta} \cos \alpha}{\sin(\alpha + \tilde{\beta}) \cos(\alpha - \tilde{\beta})}. \quad (2)$$

Аналогічними виразами описуються амплітуди коефіцієнтів Френеля на межі розділення 23, де проводиться заміна $\alpha \rightarrow \tilde{\beta}$, а $\tilde{\beta} \rightarrow \gamma$. Кути падіння і заломлення зв'язані між собою законами заломлення $n_1 \sin \alpha = \tilde{n}_2 \sin \tilde{\beta} = n_3 \sin \gamma$. Поглинання моделюється [18] одноосциляторною функцією

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = \epsilon_0 + \frac{4\pi\lambda \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\tau}, \quad (3)$$

де ϵ_0 – фонове значення діелектричної проникності, ω_0 – резонансна частота переходу, $4\pi\lambda$ – сила осцилятора переходу в резонансний стан і τ – параметр

загасання.

Суть запропонованого підходу полягає в тому, що до виразів для енергетичних коефіцієнтів відбиття R та пропускання T , а також до виразів тангенсів відповідних фаз $\operatorname{tg} \phi$ і $\operatorname{tg} \Phi$ застосовуються відомі в математиці перетворення пониження степеня

$$\cos \eta = \begin{cases} 2 \cos^2 \frac{\eta}{2} - 1, \\ 1 - 2 \sin^2 \frac{\eta}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

Спочатку продемонструємо його для нормального падіння плоскої хвилі на межі розділення. У випадку

$$R = |\tilde{r}|^2 = \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 \Omega^2 + 2\sigma_{12}\sigma_{23}\Omega \cos(\phi_{12} - \phi_{23} + \operatorname{Re} \tilde{\delta})}{1 + \sigma_{12}^2 \sigma_{23}^2 \Omega^2 + 2\sigma_{12}\sigma_{23}\Omega \cos(\phi_{12} + \phi_{23} - \operatorname{Re} \tilde{\delta})}, \quad (5)$$

$$T = \frac{n_3}{n_1} \frac{T_{12}T_{23}\Omega}{1 + \sigma_{12}^2 \sigma_{23}^2 \Omega^2 + 2\sigma_{12}\sigma_{23}\Omega \cos(\phi_{12} + \phi_{23} - \operatorname{Re} \tilde{\delta})}, \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\operatorname{Im} \tilde{r}}{\operatorname{Re} \tilde{r}} = \frac{\sigma_{12} (1 - \sigma_{23}^2 \Omega^2) \sin \phi_{12} + \sigma_{23} (1 - \sigma_{12}^2) \Omega \sin(\phi_{23} - \operatorname{Re} \tilde{\delta})}{\sigma_{12} (1 + \sigma_{23}^2 \Omega^2) \cos \phi_{12} + \sigma_{23} (1 + \sigma_{12}^2) \Omega \cos(\phi_{23} - \operatorname{Re} \tilde{\delta})} \quad (7)$$

і

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{\operatorname{Im} \tilde{t}}{\operatorname{Re} \tilde{t}} = -\frac{\sin\left(\frac{1}{2} \operatorname{Re} \tilde{\delta}\right) + \sigma_{12}\sigma_{23} \Omega \sin\left(\phi_{12} + \phi_{23} - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \tilde{\delta}\right)}{\cos\left(\frac{1}{2} \operatorname{Re} \tilde{\delta}\right) + \sigma_{12}\sigma_{23} \Omega \cos\left(\phi_{12} + \phi_{23} - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \tilde{\delta}\right)}, \quad (8)$$

де $\Omega = \exp(-\operatorname{Im} \tilde{\delta})$ і $T_{12,23} = \tilde{t}_{12,23} \cdot \tilde{t}_{12,23}^*$, де $\tilde{t}_{12,23}$ – амплітуди коефіцієнтів Френеля пропускання хвиль межами розділення 12 і 23, що задовольняють умову $\tilde{t}_{12,23} = 1 + \tilde{r}_{12,23}$.

Як переконаємось, застосування перетворень (4) до (5) – (8) дозволяє описати амплітудно-фазові спектри відбиття та пропускання хвиль плоскою тришаровою структурою з резонатором Фабрі-Перо за допомогою обвідних, як значень коефіцієнтів $R_{\max, \min}$, $T_{\max, \min}$ і фази $\phi_{\max, \min}$ в екстремумах інтерференції.

II. Одержані результати та їх обговорення

A Прозорі структури ($\text{Im } \tilde{\delta} = 0, \text{Re } \tilde{\delta} = \delta$)

Оскільки структури прозорі, то уявні частини коефіцієнтів $r_{12,23}$ дорівнюють нулю, а дійсні частини $\text{Re } \tilde{r}_{12,23} = \sigma_{12,23} \cos \phi_{12,23}$. Це значить, що зсув фаз $\phi_{12,23}$ хвиль, відбитих від меж розділення 12 і 23, приймають значення π або 2π , залежно від співвідношення між показниками заломлення $n_{1,2,3}$. Розглянемо ці взаємозв'язки. З цією метою на рис. 2 зображені площини в координатах n_1, n_3 , на яких пунктирними лініями зі значеннями n_2 виділені чотири області, в яких зображені кореляції значень $\phi_{12,23}$ із відповідними співвідношеннями між n_1, n_2, n_3 .

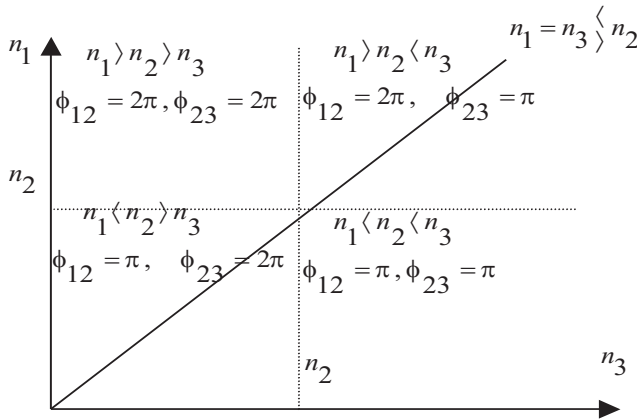


Рис. 2. Кореляція фазових зсувів $\phi_{12,23}$ зі значеннями показників заломлення $n_{1,2,3}$

Суцільна лінія відображає умову симетричності структур $n_1 = n_3 \langle n_2$. Як показує аналіз закономірностей амплітудно-фазової спектроскопії Фабрі-Перо відбиття та пропускання хвиль тришаровими

структурами, то ці структури доцільно розділити на три умовні групи. Дослідимо кожну із них.

I. Група структур із такими співвідношеннями показників заломлення, для яких зсуви фаз дорівнюють $\phi_{12} = 2\pi$ і $\phi_{23} = 2\pi$ або $\phi_{12} = \pi$ і $\phi_{23} = \pi$. Для них, застосовуючи до (5) перетворення (4), отримаємо енергетичний коефіцієнт відбиття

$$R_I = \frac{R_{\min} + b^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}{1 + b^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{R_{\max} - a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{1 - a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (9)$$

де

$$R_{\max} = \left(\frac{\sigma_{12} + \sigma_{23}}{1 + \sigma_{12}\sigma_{23}} \right)^2, \quad R_{\min} = \left(\frac{\sigma_{12} - \sigma_{23}}{1 - \sigma_{12}\sigma_{23}} \right)^2 \quad (10)$$

значення коефіцієнтів відбиття в екстремумах смуг інтерференції, а параметри

$$a^2 = \frac{4\sigma_{12}\sigma_{23}}{(1 + \sigma_{12}\sigma_{23})^2} \quad \text{і} \quad b^2 = \frac{4\sigma_{12}\sigma_{23}}{(1 - \sigma_{12}\sigma_{23})^2}. \quad (11)$$

Перетворивши вираз (5) як $R_I - R_{\min} = (1 - R_I)b^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}$ і $R_{\max} - R_I = (1 - R_I)a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$ одержимо, що на довільній частоті виконується рівність

$$\frac{R_{\max} - R_I}{R_I - R_{\min}} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 \text{tg}^2 \frac{\delta}{2}. \quad (12)$$

Його ліва частина змінюється в межах $[0, +\infty]$ і на певній частоті, позначимо її як ω_Σ , проходить через одиничне значення, на якому коефіцієнт відбиття дорівнює [11]

$$\Sigma_R = \frac{1}{2} (R_{\max} + R_{\min}). \quad (13)$$

На цій частоті тангенс половинного значення фазової товщини шару Фабрі-Перо буде

$$\text{tg} \frac{\delta_{I\Sigma}}{2} = \frac{1 + \sigma_{12}\sigma_{23}}{1 - \sigma_{12}\sigma_{23}}, \quad (14)$$

отже, на довільній іншій частоті, фазова товщина резонатора

$$\delta_\omega = \delta_\Sigma \frac{\omega}{\omega_\Sigma}. \quad (15)$$

Вираз (15) справедливий для всіх типів структур. Визначимо фазу ϕ відбитої хвилі. Для цього застосуємо до (7) перетворення (4) і одержимо, що

$$\text{tg } \phi_I = \text{tg} \frac{\delta}{2} \frac{-\frac{1 - \sigma_{12}^2}{2\sigma_{12}} b^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}{\sqrt{R_{\min}} + \frac{1 + \sigma_{12}^2}{2\sigma_{12}} b^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}} = \text{ctg} \frac{\delta}{2} \frac{-\frac{1 - \sigma_{12}^2}{2\sigma_{12}} a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{\sqrt{R_{\max}} - \frac{1 + \sigma_{12}^2}{2\sigma_{12}} a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (16)$$

або

$$\text{tg } \phi_I = \frac{1 - \sigma_{12}^2}{1 + \sigma_{23}^2} \frac{b}{a} \sqrt{\frac{R_I - R_{\min}}{R_{\max} - R_I}} \frac{-1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \sqrt{\frac{R_{\min}}{R_{\max}}}}{1 + \left(\frac{R_I - R_{\min}}{R_{\max}} - R_I \right) \sqrt{\frac{R_{\min}}{R_{\max}}}}, \quad (17)$$

із яких випливає, що на частоті ω_Σ

$$\operatorname{tg} \phi_{I,\Sigma} = \frac{1 - \sigma_{12}^2 b}{1 + \sigma_{23}^2 a} \frac{-1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \sqrt{\frac{R_{\min}}{R_{\max}}}}{1 + \sqrt{\frac{R_{\min}}{R_{\max}}}}. \quad (18)$$

Проаналізуємо спектри пропускання. Після перетворення (6) за допомогою (4) отримаємо, що коефіцієнт пропускання хвилі тришаровою структурою із відповідним співвідношенням показників заломлення буде

$$T_I = \frac{T_{\min}}{1 + a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{T_{\max}}{1 - b^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (19)$$

$$\text{де } T_{\max} = \frac{n_3 T_{12} T_{23}}{n_1 (1 - \sigma_{12} \sigma_{23})^2}, \quad T_{\min} = \frac{n_3 T_{12} T_{23}}{n_1 (1 + \sigma_{12} \sigma_{23})^2}.$$

Як і для спектрів відбиття, із формули (19) випливає рівність

$$\frac{T_I - T_{\min}}{T_{\max} - T_I} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2} \quad (20)$$

з тими самими властивостями лівої частини. Тому на частоті ω_Σ коефіцієнт пропускання дорівнює

$$\Sigma_T = \frac{1}{2} (T_{\max} + T_{\min}). \quad (21)$$

Відповідно до (8), для даного типу структур тангенс фази хвилі, що пройшла крізь структури, дорівнює

$$\operatorname{tg} \Phi_I = -\frac{1 - \sigma_{12} \sigma_{23}}{1 + \sigma_{12} \sigma_{23}} \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}. \quad (22)$$

Тому, на відміну від відбитої хвилі, для якої $\operatorname{tg} \Phi_{I,\Sigma} \neq 1$, для неї на частоті ω_Σ дорівнює

$$\operatorname{tg} \Phi_{I,\Sigma} = -1. \quad (23)$$

II. Група структур, для яких зсуви фаз $\phi_{12} = 2\pi$ і $\phi_{23} = \pi$ або $\phi_{12} = \pi$ і $\phi_{23} = 2\pi$. Після аналогічних перетворень спектр відбиття для них через значення параметрів $a, b, R_{\max, \min}$ виражається так:

$$R_{II} = \frac{R_{\max} - a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}{1 - a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{R_{\min} + b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{1 + b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (24)$$

а тангенс її фази

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi_{II} &= \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} \frac{\frac{1 - \sigma_{12}^2 a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}{2\sigma_{12}}}{\sqrt{R_{\max}} - \frac{1 + \sigma_{12}^2 a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}{2\sigma_{12}}} = \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2} \frac{\frac{1 - \sigma_{12}^2 b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{2\sigma_{12}}}{\sqrt{R_{\min}} + \frac{1 - \sigma_{12}^2 b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{2\sigma_{12}}} = \\ &= \frac{1 - \sigma_{12}^2 a}{1 + \sigma_{23}^2 b} \frac{\sqrt{\frac{R_{II} - R_{\min}}{R_{\max} - R_{II}}}}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{\sqrt{\frac{R_{\max}}{R_{\min}}}}{\left(\frac{R_{II} - R_{\min}}{R_{\max} - R_{II}}\right) \sqrt{\frac{R_{\max}}{R_{\min}}}}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Із (24) випливає, що $\frac{R_{\max} - R_{II}}{R_{II} - R_{\min}} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\delta}{2}$, тому на частоті ω_Σ

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{II\Sigma}}{2} = \frac{1 - \sigma_{12} \sigma_{23}}{1 + \sigma_{12} \sigma_{23}}. \quad (26)$$

Формулу (26) не можна порівняти із (14), оскільки йдеться про структури із різним співвідношенням показників заломлення.

З такого погляду для цієї групи структур енергетичний коефіцієнт пропускання виразиться як

$$T_{II} = \frac{T_{\min}}{1 - b^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{T_{\max}}{1 + a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (27)$$

тому $\frac{T_{II} - T_{\min}}{T_{\max} - T_{II}} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\delta}{2}$ і на частоті ω_Σ задовольняється $\frac{T_{II} - T_{\min}}{T_{\max} - T_{II}} = 1$, звідси також випливає (21).

Тангенс фази хвилі, що пройшла крізь інтерферометр дорівнює

$$\operatorname{tg} \Phi_{II} = -\frac{1 + \sigma_{12}^2 \sigma_{23}}{1 - \sigma_{12} \sigma_{23}} \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}. \quad (28)$$

Оскільки на частоті ω_Σ виконується рівність (26), то доходимо висновку: для хвилі, що пройшла крізь структуру, також задовольняється умова (23).

III. Третя група (симетричних) структур. Для них показники заломлення середовищ, які оточують резонатор, збігаються і $\sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma$. Тому для прозорих симетричних структур $R_{\min} = \left(\frac{\sigma_{12} - \sigma_{23}}{1 - \sigma_{12} \sigma_{23}}\right)^2 = 0$ і коефіцієнт відбиття буде

$$R_{III} = \frac{R_{\max} - a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}{1 - a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{1 + b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}. \quad (29)$$

Для них справедливе співвідношення

$$\frac{R_{\max}}{R_{III}} - 1 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\delta}{2} \quad (30)$$

і на частоті ω_{Σ} вираз $\frac{R_{\max}}{R_{III}} - 1 = 1$, звідси

$$\Sigma_R = \frac{1}{2} R_{\max} \quad (31)$$

і

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{III\Sigma}}{2} = \frac{1 - \sigma^2}{1 + \sigma^2}. \quad (32)$$

На цій частоті $\operatorname{tg} \phi_{III\Sigma} = 1$, тобто, фаза хвилі, відбитої від симетричної структури, дорівнює $\phi_{III\Sigma} = \frac{\pi}{4}$. На довільній частоті тангенс фази відбитої хвилі

$$\operatorname{tg} \phi_{III} = -\frac{1 - \sigma^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2}}{1 + \sigma^2} \frac{2\sigma}{1 + \sigma^2} \sqrt{R_{\max}} - \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2} = -\frac{1 - \sigma^2}{1 + \sigma^2} \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}. \quad (33)$$

Енергетичний коефіцієнт пропускання хвилі симетричною структурою дорівнює

$$T_{III} = \frac{T_{\max}}{1 + b^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{T_{\min}}{1 - a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}}. \quad (34)$$

а тангенс фази хвилі, що пройшла крізь неї

$$\operatorname{tg} \Phi_{III} = -\frac{1 + \sigma^2}{1 - \sigma^2} \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = -\operatorname{ctg} \phi_{III}, \quad (35)$$

звідси впливає відомий в літературі [21] результат про те, що сума зсувів фаз хвилі, відбитої від симетричної структури, і хвилі, що пройшла крізь неї, дорівнює $\phi_{III} + \Phi_{III} = \frac{\pi}{2}$.

З практичного погляду симетричні структури володіють такими властивостями, що на довільній частоті тангенс фази ϕ відбитої хвилі можна виразити через значення енергетичного коефіцієнта R_{III} [12]. Подамо його як $R_{III} = \operatorname{Re}^2 \tilde{r} (1 + \operatorname{tg}^2 \phi)$. Оскільки для симетричної структури дійсна $\operatorname{Re} \tilde{r}$ і уявна $\operatorname{Im} \tilde{r}$ частини рівні

$$\operatorname{Re} \tilde{r}_{III} = \frac{-2\sigma(1 + \sigma^2) \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1 - \sigma^2)^2 + 4\sigma^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad (36)$$

$$\operatorname{Im} \tilde{r}_{III} = \frac{-\sigma(1 - \sigma^2) \sin \delta}{(1 - \sigma^2)^2 + 4\sigma^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}},$$

то тангенс фази можна виразити як $\operatorname{tg} \phi_{III} = \frac{\Theta}{\Lambda}$, де Θ і Λ визначаються як $\Theta = \frac{2\sigma}{1 + \sigma^2} \cos \frac{\delta}{2}$ і $\Lambda = \frac{2\sigma}{1 - \sigma^2} \sin \frac{\delta}{2}$. Коефіцієнт відбиття в максимумі інтерференційної смуги дорівнює

$$R_{\max, III} = \left(\frac{2\sigma}{1 + \sigma^2}\right)^2, \text{ тому } \operatorname{Re} \tilde{r}_{III} = \frac{-\sqrt{R_{\max, III}} P^2}{1 + P^2}$$

або, оскільки $R_{III} = \frac{P^2}{1 + P^2}$ то одержимо, що $\operatorname{Re} \tilde{r}_{III} = -\frac{R_{III}}{\sqrt{R_{\max, III}}}$, тобто тангенс фази відбитої хвилі буде [12]

$$\operatorname{tg} \phi_{III} = \sqrt{\frac{R_{\max}}{R_{III}} - 1}. \quad (37)$$

В Закономірності відношень амплітуд коефіцієнтів Френеля

Відомо [22–25], що інтерферометрія Фабрі-Перо перспективна для створення різного роду сенсорних пристроїв. Тут ми покажемо перспективи для цих цілей методу інтерференції відбитої та хвилі, що пройшла крізь тришарову структуру. Для цього відношення $\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}$ запишемо як

$$\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} = Z_{12} \exp\left(i \frac{\delta}{2}\right) + Z_{23} \exp\left(-i \frac{\delta}{2}\right), \quad (38)$$

де $Z_{12} = \frac{\tilde{r}_{12}}{(1 + \tilde{r}_{12})(1 + \tilde{r}_{23})}$, $Z_{23} = \frac{\tilde{r}_{23}}{(1 + \tilde{r}_{12})(1 + \tilde{r}_{23})}$.

Дослідимо його закономірності залежно від параметрів середовищ, які утворюють тришарову структуру. Записавши ліву частину співвідношення (38) як $\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} = \rho \exp(i\Xi)$ і провівши елементарні перетворення правої частини з врахуванням фазових зсувів хвилі на межах розподілу 12 і 23, отримаємо, що для симетричних структур фаза комплексного відношення $\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}$ дорівнює $\Xi = \frac{\pi}{2}$, тоді як для несиметричних структур $\Xi \neq \frac{\pi}{2}$. Якщо відношення $\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}$ перетворити як

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} &= \frac{\operatorname{Re} \tilde{r} + i \operatorname{Im} \tilde{r}}{\operatorname{Re} \tilde{t} + i \operatorname{Im} \tilde{t}} = \frac{\operatorname{Re} \tilde{r} (1 + i \operatorname{tg} \phi)}{\operatorname{Re} \tilde{t} (1 + i \operatorname{tg} \Phi)} = \\ &= \frac{\operatorname{Re} \tilde{r} (1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \Phi)}{\operatorname{Re} \tilde{t} (1 + \operatorname{tg}^2 \Phi)} [1 + i \operatorname{tg} (\phi - \Phi)] = \\ &= \frac{\operatorname{Re} \tilde{r}}{\operatorname{Re} \tilde{t}} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \Phi}{1 + \operatorname{tg}^2 \Phi} [1 + i \operatorname{tg} \Xi], \end{aligned}$$

то одержимо, що різниця фаз $\Xi = (\phi - \Phi)$. Отже, якщо показники заломлення оточуючих резонаторів збігаються, тобто структура симетрична, то відношення $\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}$ уявне [21] і фазовий зсув $\Xi = \frac{\pi}{2}$, тоді як для несиметричних структур $\Xi \neq \frac{\pi}{2}$. Отже, на принципі інтерференції хвиль, відбитих структурою і пропущених нею, надається можливість контролювати динаміку змін оптичних характеристик оточуючих резонаторів середовищ.

Оскільки результуюча інтенсивність дорівнює $I = R + T + 2\sqrt{RT} \cos(\phi - \Phi)$, то, враховуючи вираз $\operatorname{Re}^2 \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} + \operatorname{Im}^2 \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} = \frac{R}{T}$, одержимо, що

$$I = R \left[\left(1 + \left[\operatorname{Re}^2 \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} + \operatorname{Im}^2 \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} \right]^{1/2} \right)^2 + 2 \cos^2 \frac{\phi - \Phi}{2} \left[\operatorname{Re}^2 \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} + \operatorname{Im}^2 \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} \right]^{1/2} \right],$$

де параметри наведені в таблиці

	Несиметричні	Несиметричні	Симетричні
$n_{1,2,3}$	$n_1 > n_2 > n_3$	$n_1 < n_2 < n_3$	$n_1 = n_3 \left\{ \begin{array}{l} n_2 \end{array} \right.$
$\phi_{12,23}$	$\phi_{12} = 2\pi \quad \text{і} \quad \phi_{23} = 2\pi$ $\phi_{12} = 2\pi \quad \text{і} \quad \phi_{23} = \pi$	$\phi_{12} = \pi \quad \text{і} \quad \phi_{23} = \pi$ $\phi_{12} = \pi \quad \text{і} \quad \phi_{12} = 2\pi$	$\phi_{12} = \pi \quad \text{і} \quad \phi_{23} = 2\pi$ $\phi_{12} = 2\pi \quad \text{і} \quad \phi_{12} = \pi$
$\operatorname{Re} \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}$	$\frac{1}{\sigma_{12}} \cos \frac{\delta}{2}$	$\frac{3}{\sigma_{12}} \cos \frac{\delta}{2}$	0
$\operatorname{Im} \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}$	$\frac{1}{\sigma_{23}} \sin \frac{\delta}{2}$	$\frac{1}{\sigma_{23}} \sin \frac{\delta}{2}$	$\frac{2}{\sigma_{12}} \sin \frac{\delta}{2}$
$\operatorname{tg} \theta$	$\mp \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{23}} \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$	$\pm \frac{\sigma_{12}}{3\sigma_{23}} \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$	$\pm \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$

Екстремуми модуляції інтенсивності інтерферуючих променів формуються за умови

$$\begin{aligned} \max : \cos^2 \frac{\phi - \Phi}{2} = +1, \quad \operatorname{Re} \left(\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} \right) > 0, \quad \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} \right) = 0, \\ \min : \cos^2 \frac{\phi - \Phi}{2} = 0, \quad \operatorname{Re} \left(\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} \right) < 0, \quad \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} \right) = 0, \end{aligned}$$

тому, глибина модуляції результуючого сигналу дорівнює

$$M = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\operatorname{Re} \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}} \left(1 + \operatorname{Re}^2 \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}} \right)^2}. \quad (39)$$

Бачимо, що вона визначається значенням дійсної частини $\operatorname{Re} \frac{\tilde{r}}{\tilde{t}}$, тому при переході структури в симетричний стан $n_3 \leftrightarrow n_1$, модуляція інтенсивності зникає $M \rightarrow 0$

С Інтерферометр з резонансною дисперсією

$$\tilde{n}_2^2 = [n_2 - i\chi_2]^2 = \tilde{\varepsilon}(\omega)$$

За умови комплексності показника заломлення середовища резонатора застосовувати перетворення (4) до виразів (5) – (8) можна лише в тому випадку, якщо тригонометричні функції $\cos F = \cos(\phi_{12} \pm \phi_{23} - \operatorname{Re} \tilde{\delta})$ осцилюють синхронно. Для області з резонансною дисперсією діелектричної функції (3) ця умова виконується. Тому і в цьому випадку коефіцієнт відбивання також можна зобразити як:

$$R(\omega) = \frac{R_{\max}(\omega) - \Lambda^2}{1 - \Lambda^2} = \frac{R_{\min}(\omega) + \Theta^2}{1 + \Theta^2}, \quad (40)$$

де $\Lambda = 2\sigma\sqrt{\Omega} \frac{\sin \frac{F}{2}}{1 + \sigma^2\Omega}$ і $\Theta = 2\sqrt{\Omega} \frac{\cos \frac{F}{2}}{1 - \sigma^2\Omega}$, а контур обвідних описується

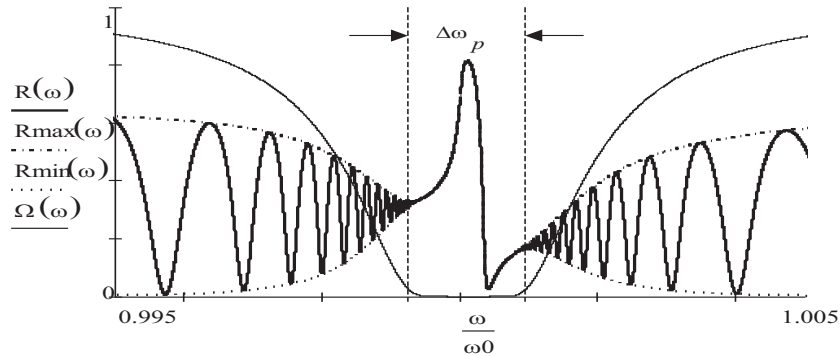
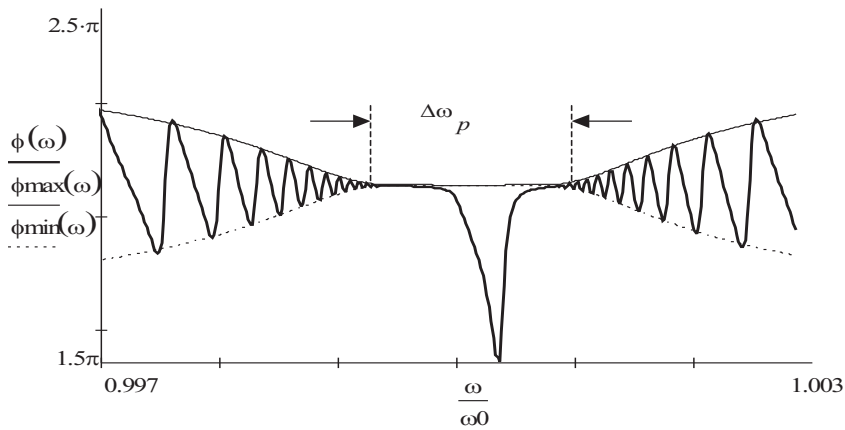
$$\begin{aligned} R_{\min}(\omega) &= \left[\frac{\sigma_{12} - \sigma_{23}\Omega}{1 - \sigma_{12}\sigma_{23}\Omega} \right]^2 \\ \text{і} \\ R_{\max}(\omega) &= \left[\frac{\sigma_{12} + \sigma_{23}\Omega}{1 + \sigma_{12}\sigma_{23}\Omega} \right]^2. \end{aligned} \quad (41)$$

Спектр інтерференції, обчислений за формулами (40) і (41), зображений на рис. 3, а експериментально він спостерігається в плівкових структурах в області поляритонних резонансів [26, 27]. Із аналізів розрахованих результатів можна зробити такі висновки:

1. Функції (41), як обвідні, коректно описують осциляції спектра відбиття поза резонансною областю.
2. У резонансній області шириною $\Delta\omega_p$, що визначається умовою $\Omega \cong 1$, багатопроменева інтерференція не актуальна і спектр відбиття формується аналогічно тому, як при відбитті світла від напівобмеженого середовища з резонансною дисперсією (3). Оскільки на границях інтервалу $\Delta\omega_p$ рівень поглинання досить високий $\Omega \cong 1$, то амплітуди $R_{\max} \cong R_{\min}$.

Аналіз виразу для тангенсу фази відбитої хвилі (7) свідчить, що за межами резонансного інтервалу $\Delta\omega_p$ обвідними є функції (рис. 4)

$$\phi_{\max,\min} = 2\pi \pm \frac{\sigma_{12}(1-\sigma_{23}^2\Omega)\sin\phi_{12} + \sigma_{23}(1-\sigma_{12}^2)\Omega}{\sigma_{12}(1+\sigma_{23}^2\Omega^2)\cos\phi_{12}}. \quad (42)$$


 Рис. 3. Спектр відбиття $R(\omega)$, його обвідні $R_{\max,\min}(\omega)$ та функції $\Omega(\omega)$ в області резонансного переходу

 Рис. 4. Спектр фази відбитого світла $\phi(\omega)$ та його обвідні $\phi_{\max,\min}(\omega)$ в області резонансного переходу

Бачимо, що в резонансній області осциляції фази відбитого променя відсутні і спектр формується так, як і при відбитті від напівобмеженого середовища з резонансною дисперсією (3) (рис. 5). Якщо дійсну $\text{Re } \tilde{r}$ і уявну $\text{Im } \tilde{r}$ частини комплексної амплітуди \tilde{r} (1) подати як

$$\begin{aligned} \text{Re } \tilde{r} &\cong \frac{\frac{\sigma_{12} \mp \sigma_{23}\Omega}{1 \mp \sigma_{12}\sigma_{23}\Omega} \pm \frac{1 + \sigma_{12}^2}{2\sigma_{12}} b^2 \sin^2 \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2}}{1 + b^2 \sin^2 \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2}}, \\ \text{Im } \tilde{r} &\cong \frac{\mp \frac{1 - \sigma_{12}^2}{2\sigma_{12}} b^2 \sin^2 \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2}}{1 + b^2 \sin^2 \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2}} \text{ctg } \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2}, \end{aligned} \quad (43)$$

де верхній знак береться в тому випадку, якщо світло розповсюджується в напрямку із оптично гущішого середовища в оптично менш гущіше, то одержимо, що

$$\text{tg } \phi \cong \text{tg } \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2} \left[\mp \frac{1 + \sigma_{12}^2}{1 - \sigma_{12}^2} - \frac{\sigma_{12}}{1 - \sigma_{12}^2} \frac{\sqrt{R_{\min/\max}}}{\sin^2 \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2}} \right]. \quad (44)$$

Із цієї формули випливає відомий [12] результат про те, що для симетричної структури

$$\text{tg } \phi = -\frac{1 - \sigma_{12}^2}{1 + \sigma_{12}^2} \text{tg } \frac{\text{Re } \tilde{\delta}}{2}.$$

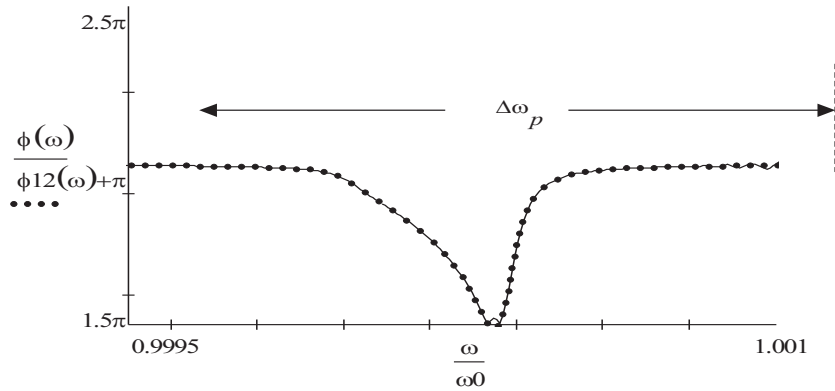


Рис. 5. Спектри фази відбитого світла $\phi(\omega)$ і $(\phi_{12}(\omega) + \pi)$ у резонансній області шириною $\Delta\omega_p$

В області із резонансною дисперсією функції $\tilde{\varepsilon}(\omega)$, застосовуючи перетворення (4), при нормальному падінні спектр пропускання буде описуватись виразом

$$T = \frac{T_{\min}}{1 - a^2 \sin^2 \frac{F}{2}} = \frac{T_{\max}}{1 + b^2 \cos^2 \frac{F}{2}} \quad (45)$$

із обвідними

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \frac{n_3}{n_1} \frac{T_{12}T_{23}}{\left(1 - \sigma_{12}^{\sigma_{23}^2}\right)^2} \Omega, \\ T_{\min} &= \frac{n_3}{n_1} \frac{T_{12}T_{23}}{\left(1 + \sigma_{12}^{\sigma_{23}^2}\right)^2} \Omega. \end{aligned} \quad (46)$$

Спектр фази хвилі, що пройшла крізь структуру, описати за допомогою обвідних проблематично. Однак можна відмітити, що його період вдвічі більший за період амплітудного спектра, оскільки максимумам пропускання відповідають значення фази $\Phi=2\pi$.

Д Прозорий плоскопаралельний шар на резонансно поглинаючій підкладці

На жаль, обговорюваний вище підхід для тонких шарів не ефективний. Тут ми покажемо, що

в цьому випадку інформативнішими випадками є дослідження амплітудно-фазової спектроскопії відбиття світла прозорим плоскопаралельним шаром, закріпленим на поверхні напівобмеженої підкладки в області резонансної дисперсії її діелектричної функції (3).

Оскільки в цій області спектра резонатор є прозорим, то зсув фази $\phi_{12} = \pi$, а тангенс фази ϕ_{23} дорівнює

$$\operatorname{tg} \phi_{23} = \frac{\operatorname{Im} \tilde{r}_{23}}{\operatorname{Re} \tilde{r}_{23}} = \frac{2n_2\chi_3}{n_2^2 - n_3^2 - \chi_3^2}, \quad (47)$$

де комплексний показник заломлення $\tilde{n}_3 = n_3 - i\chi_3 = \sqrt{\tilde{\varepsilon}(\omega)}$ напівобмеженої підкладки визначається виразом (3). Як було встановлено в роботах [28, 29], в цьому випадку в контурі відбиття формується додатковий мінімум на частоті ω_m , яка визначається умовою фазової компенсації

$$\Delta = \phi_{23} - \delta = m\pi, \quad (48)$$

де $m = 0, 1, 2, 3, \dots$. Саме значення ω_m визначається як розв'язок рівняння $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \phi_{23}$ або $\varepsilon_0^2 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2\varepsilon_0\varepsilon_2 \operatorname{ctg}^2 \delta = \frac{2\varepsilon_0}{\sin^2 \delta} \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}$, де $\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$, або, взявши до уваги закон дисперсії (3) рівняння

$$\begin{aligned} n_2^4 + \varepsilon_0^2 + 2\varepsilon_0 n_2^2 \cot^2 \delta + \frac{4\pi\xi \omega_0^2 [4\pi\xi \omega_0^2 + 2(\omega_0^2 - \omega^2)(n_2^2 + \varepsilon_0 \operatorname{ctg}^2 \delta)]}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \tau^2} = \\ = \frac{2n_2^2}{\sin^2 \delta} \sqrt{\varepsilon_0^2 + \frac{4\pi\xi \omega_0^2 (4\pi\xi \omega_0^2 + 2\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2))}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \tau^2}}. \end{aligned} \quad (49)$$

Як видно із рис. 6, і в цьому випадку при тонких резонаторних шарах за межами резонансної дисперсії не спостерігається інтерференція Фабрі-Перо. Однак на відміну від попереднього випадку в області резонансної дисперсії вплив багатопроменевої інтерференції на резонансний контур відбиття актуальний. Це проявляється не тільки в тому, що на частоті

ω_m виникає додатковий мінімум, але і в тому, що його амплітуда дорівнює $R_{\min}(\omega_m)$. Розв'язавши рівняння (49), легко переконалися, що осцилює додатковий мінімум у межах між резонансними частотами поперечних ω_0 і повздовжніх ω_L поляритонних збуджень кристалічної решітки підкладки. Зауважимо також, що із зростанням загасання τ амплітуда $R_{\min}(\omega_m)$

зменшується і глибина додаткового мінімуму на контурі відбиття збільшується [30]. При рівнях загасання, коли задовольняється умова $\sigma_{12} = \sigma_{23}$, коефіцієнт відбиття на частоті ω_m дорівнює $R_{\min}(\omega_m) = 0$.

Е Інтегральні закономірності

Відомо, що однією із проблем інтерферометрії є так звана 2π невизначеність, завдяки чому в площині координат $R(\delta)$, δ спектроскопія Фабрі-Перо також має 2π невизначеність. Це означає, що площа, обмежена контуром одного максимуму, обмежена двома сусідніми мінімумам, не буде залежати від фазової товщини резонансного шару, а буде визначатися лише оптичними характеристиками середовищ, які

утворюють структуру.

У загальному випадку розглянута площа в координатах $R(\omega)$, ω визначається як інтеграл

$$S = \int_{[R(\omega) - R_{\min}(\omega)]} d\omega, \quad (50)$$

а в координатах $R(\delta)$, δ як

$$S = 2 \int_{\pi}^{3\pi} [R(\theta) - R_{\min}] d\theta, \quad (51)$$

де $\theta = \frac{\delta}{2}$.

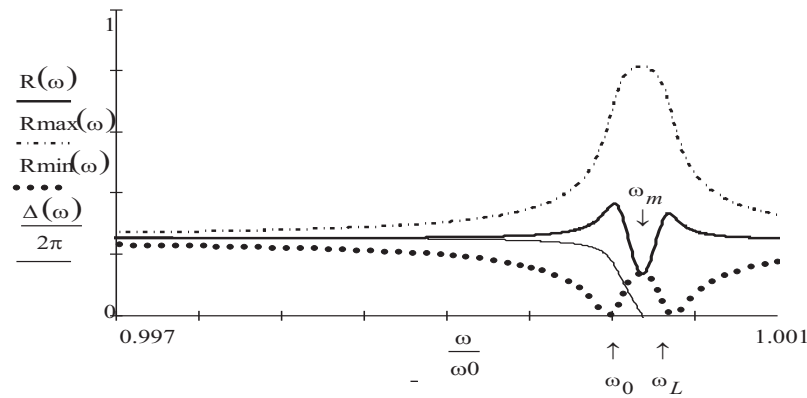


Рис. 6. Спектри відбиття світла $R(\omega)$, $R_{\max, \min}(\omega)$ та різниці фаз $\Delta(\omega) = \phi_{23}(\omega) - \delta(\omega)$ від плівки на поверхні резонансно поглинаючої підкладки

Перетворимо вирази (9), (24) и (29) до такого вигляду:

$$R_I = (1 - R_{\min}) \left(1 - \frac{1}{1 + b^2 \cos^2 \theta} \right); \quad R_{II} = R_{III} = (1 - R_{\min}) - \frac{1 - R_{\max}}{1 - a^2 \cos^2 \theta}. \quad (52)$$

Тоді інтеграли (51), для функцій (49), зведуться до табличних 446.5 [31] для R_I і 446.7 [31] для R_{II} і R_{III} . Оскільки $a < 1$, то після відповідних обчислень одержимо, що

$$S_I = 2 \int_{\pi}^{3\pi} (1 - R_{\min}) \left(1 - \frac{1}{1 + b^2 \cos^2 \theta} \right) d\theta \quad \text{і} \quad S_{II, III} = 2 \int_{\pi}^{3\pi} \left((1 - R_{\min}) - \frac{1 - R_{\max}}{1 - a^2 \cos^2 \theta} \right) d\theta. \quad (53)$$

процедуру можна спростити, якщо значення R_{\min} замінити середнім $R_{\min} = \frac{1}{2} (R_{\min, m-1} + R_{\min, m+1})$ значенням сусідніх мінімумів. Тоді в межах такого наближення інтеграли (53) будуть рівні: якщо $n_1 \langle n_2 \rangle n_3$ або $n_1 \langle n_2 \rangle n_3$

$$S_I = 2 (1 - R_{\min}) \left[\pi - \frac{1}{\sqrt{1 + b^2}} \arctg \frac{\tg \theta}{\sqrt{1 + b^2}} \right]_{\pi}^{3\pi} = 2\pi (1 - R_{\min}) \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + b^2}} \right]; \quad (54)$$

якщо $n_1 \langle n_2 \rangle n_3$ або $n_1 \langle n_2 \rangle n_3$

$$S_{II} = 2 \left[(1 - R_{\min}) \pi - \frac{(1 - R_{\max})}{\sqrt{1 - a^2}} \arctg \frac{\tg \theta}{\sqrt{1 - a^2}} \right]_{\pi}^{3\pi} = 2\pi \left[(1 - R_{\min}) - \frac{(1 - R_{\max})}{\sqrt{1 - a^2}} \right]. \quad (55)$$

Вираз (55) збігається з відповідним для симетричних структур, якщо вони містять поглинальний резонатор. У випадку прозорого резонатора для симетричної структури $R_{\min} = 0$, тому

$$S_{III} = 2 \left[\pi - \frac{(1 - R_{\max})}{\sqrt{1 - a^2}} \arctg \frac{\tg \theta}{\sqrt{1 - a^2}} \right]_{\pi}^{3\pi} = 2\pi \left[1 - \frac{(1 - R_{\max})}{\sqrt{1 - a^2}} \right]. \quad (56)$$

F Кутові закономірності

Передусім відмітимо, що вирази (1), які описують амплітудно-фазові спектри при нормальному падінні світла, справедливі і при похилому падінні. Для несиметричних структур в *p*-компоненті поляризації світла при умовах $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ на межі розділення 12 і $\beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ на межі розділення 23, які відповідають квазікутам Брюстера

$$\alpha_{12} = \arcsin \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} = \operatorname{arctg} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

і

$$\alpha_{23} = \arcsin \left(\frac{n_2 n_3}{n_1 \sqrt{n_2^2 + n_3^2}} \right) = \arcsin \left[\frac{n_3}{\sqrt{n_2^2 + n_3^2}} \operatorname{tg} \alpha_{12} \right],$$

коефіцієнти відбиття не залежать від товщини інтерферометра [32]. Для симетричних структур $n_1 = n_3$ і кути $\alpha_{12} = \alpha_{23}$, тому відповідно до умов $r_{12}(\alpha_{12,23}) = 0$ і $r_{23}(\alpha_{12,23}) = 0$, при даному куті падіння структура світло не відбиває.

Як видно із рис. 7, можливість проявлення квазіефектів Брюстера в амплітудних спектрах визначаються співвідношенням між показниками заломлення середовищ, а також співвідношенням між $\alpha_{12,23}$ і кутом повного внутрішнього відбиття $\arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$

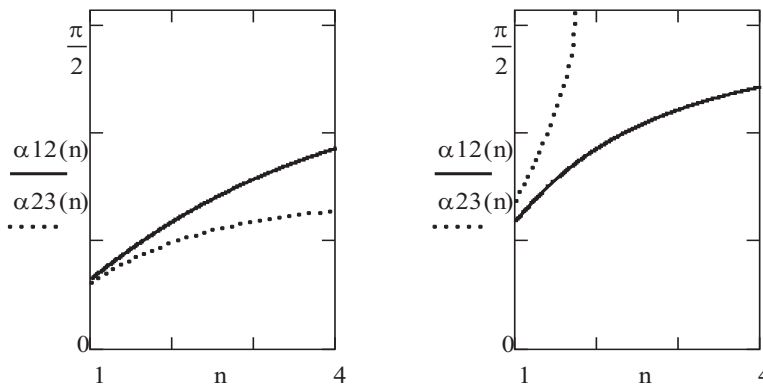


Рис. 7. Ілюстрація проявлення квазіефектів Брюстера у спектрах відбиття світла в залежності від відношення між показниками заломлення $n_{1,2,3}$

Роль інтерференції Фабрі-Перо і резонансного характеру дисперсії діелектричної функції в інверсії по поляризації мінімуму відбиття залежно від кута падіння прослідковується так. Багатопроменева інтерференція неактуальна, якщо світло відбивається від резонансно поглинальної підкладки. У цьому випадку кутові закономірності спектрів відбиття аналогічні відповідним закономірностям за межами

хвилі на межі розділення 12 на цьому рисунку n – показник заломлення резонатора. При $n_1 = n_3$ ці криві збігаються. При $n_1 > n_3$ обидва квазіефекти при кутах $\alpha_{12,23}$ спостерігаються в діапазоні кутів, що не перевищують значення $\arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$. При $n_1 < n_3$ для резонаторів з показником заломлення $n > n_{\text{lim}}$ спостерігаються лише квазіефекти при куті α_{12} . Замітимо, що такі діаграми хоча і дозволяють визначити показники заломлення, однак, від параметрів товщини резонатора вони не залежать. Тому визначити товщину резонаторного шару за значеннями кутів α_{12} і α_{23} [33,34], не завжди можливо.

Завершуючи викладення основних результатів роботи відмітимо таке. Для структур типу прозорої плівки на поверхні резонансно поглинальної підкладки кутові залежності спектрів резонансного відбиття для обох *s*- і *p*-поляризацій проявляють інверсію по поляризації мінімуму відбиття. Як видно із рис. 8, а, якщо частота світла міняється в межах поздовжньо-поперечного розщеплення $\omega_0 < \omega_m < \omega_L$ і виконується умова фазової компенсації $\Delta_{s,p}(\alpha) = \phi_{s,p,23}(\alpha) - \delta(\alpha)$ [29], то мінімум відбиття виникає в *s*-компоненті поляризації, хоча при цьому куті падіння $r_{s,12} \neq 0$. У *p*-поляризації на даній частоті світла і при куті $\alpha_{12} = \arcsin \frac{n_0}{\sqrt{n_0^2 + 1}}$ мінімум коефіцієнта відбиття відсутній, хоча при цьому куті і надалі виконується умова $r_{p,12} = 0$

резонансної області поглинання підкладки. В області резонансного поглинання підкладки фазову компенсацію можна зруйнувати збільшенням фактору загасання. Як видно із рис. 8, б у цьому випадку квазіефект Брюстера дійсно відсутній в *s*-компоненті поляризації і знову спостерігається в *p*-компоненті.

На завершення відмітимо, що за значеннями кута, що відповідають мінімуму відбиття в *s*-компоненті

поляризації, появляється можливість визначити товщину шару із умови

$$\operatorname{tg} \phi_{s,23}(\alpha) = \frac{\operatorname{Im} \tilde{r}_{s,23}}{\operatorname{Re} \tilde{r}_{s,23}} = \operatorname{tg} \delta(\alpha),$$

де

$$\delta(\alpha) = \frac{4\pi d}{\lambda} \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}$$

– амплітуда комплексного коефіцієнта Френеля

$$\tilde{r}_{s,23} = -\frac{\sqrt{\tilde{n}_3^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}}{\sqrt{\tilde{n}_3^2 - \sin^2 \alpha} + \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Висновки

1. Обвідні, як функції $(R, T)_{\max, \min}$ екстремальних значень коефіцієнтів відбиття і пропускання світла тришаровими структурами з резонатором Фабрі-Перо, коректно описують спектри амплітуди і фази при нормальному та похилому падіннях.

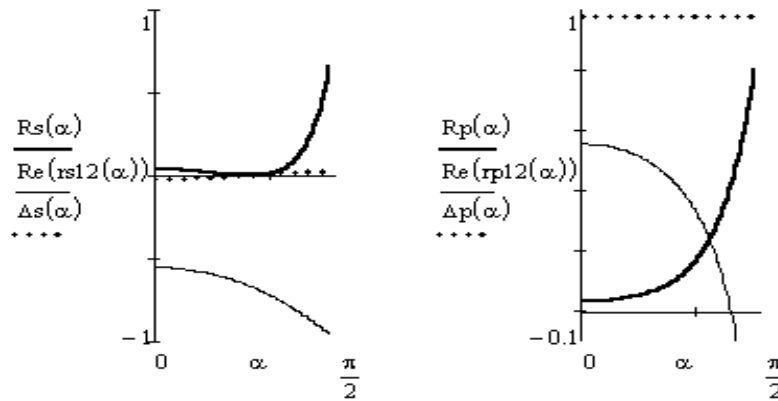
2. У резонансній області середовища інтерферометра багатопронемова інтерференція Фабрі-Перо

неактуальна і амплітудно-фазові спектри формуються так, як би хвиля відбивається від напівобмеженого середовища з резонансною дисперсією функції діелектричної проникності.

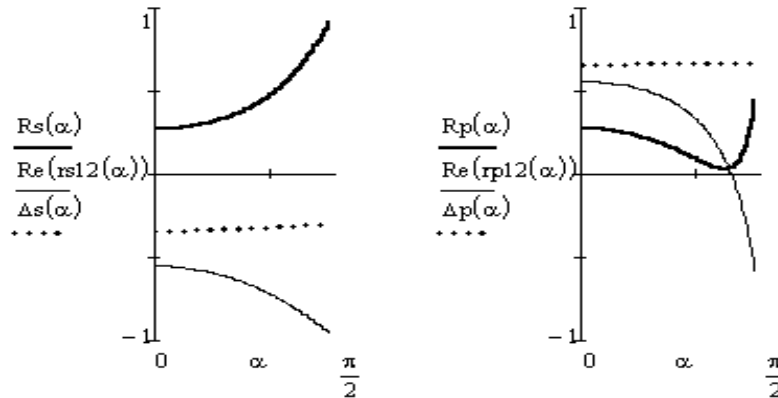
3. Метод інтерференції хвиль, відбитої та пропущеної структурою, дає можливість контролювати динаміку вимірювання оптичних властивостей середовищ, що оточують резонатор.

4. Для плоских структур типу прозорого плоскопаралельного шару на поверхні напівобмеженої підкладки з резонансною дисперсією діелектричної функції частота додаткового мінімуму в контурі резонансного відбиття при зміні фазової товщини інтерферометра осцилює в межах повздовжньо-поперечного розщеплення розглянутого поляритонного стану. У цьому випадку багатопронемова інтерференція Фабрі-Перо актуальна, тому амплітуда коефіцієнта відбиття на частоті додаткового мінімуму дорівнює

$$R_{\min}(\omega_m) = \left[\frac{\sigma_{12}(\omega_m) - \sigma_{23}(\omega_m)}{1 - \sigma_{12}(\omega_m)\sigma_{23}(\omega_m)} \right]^2.$$



а: $\tau = 4.75 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$



б: $\tau = 5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

Рис. 8. Ілюстрація інверсії за поляризацією квазіефекту Брюстера

5. Значення квазікута Брюстера $\alpha_{12,23}$ визначається співвідношенням між показниками заломлення середовищ, а також співвідношеннями між $\alpha_{12,23}$ і кутом повного внутрішнього відбиття $\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ хвилі на межі розділення середовище – резонатор. При $n_1 > n_3$ обидва квазіефекти при кутах $\alpha_{12,23}$ спостерігаються в діапазоні кутів, які не перевищують значення $\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$. При $n_1 < n_3$ для резонаторів із показником заломлення $n > n_{\text{lim}}$ спостерігається лише квазіефект при куті α_{12} . Значення квазікутів $\alpha_{12,23}$ від товщини резонатора не залежать.

6. Для структур типу прозора плівка на поверхні резонансно поглинальної підкладки при зміні кута падіння мінімум відбиття зникає в p -компоненті, а виникає в s -компоненті поляризації, якщо частота хвилі міняється в межах повздовжньо-поперечного розщеплення поляритонного стану. Встановлено, що така інверсія мінімуму по поляризації зумовлена інтерференцією Фабрі-Перо світла в прозорому шарі і компенсацією фазових змін світлової хвилі за рахунок поширення її в прозорому шарі і відбитті від межі розділення шар – підкладка

Робота частково підтримана Міжнародним грантом NATO PST.CLG.980040

Література

- [1] Born M. and Wolf E., Principles of Optics, 5th ed., Pergamon, Oxford, Uk (1975) 560 p.
- [2] Троицкий Ю.В. Многолучевые интерферометры отраженного света. – Новосибирск, Наука. Сибирское отделение (1985). – 245 с.
- [3] Hernandez G. Fabry – Perot Interferometers. Cambridge Univer. Press, Cembrodge. (1986). – 47 p.
- [4] Vanghan J.M. The Fabry – Perot Interferometer. Hilger – London. (1989). – 105 p.
- [5] Handbook of Optics. Sponsored by the Optical Society of America. Michael Bass, editor in chief.-2nd ed. McGraw-Hill, Inc. (1995) 1000p.
- [6] Thelen A. Desing of Optical Interference Coatings. McGraw-Hill, New York (1989). – 274 p.
- [7] Якушев М.В., Швец В.А. Высокочувствительный эллипсометрический метод контроля температуры // Автометрия (2002). – №1, 95–107
- [8] Wohler H., Becker M.E. The optics of Liquid Crystals. The 13 th Intern.Display Research Conf. Strasbourg, France, A1-45 (1993).
- [9] Bryneel F., De Smet H., Vanfleteren Ya., Van Calster A. “Method for measuring the cell gap in liquid-crystal displays”, Opt. . 40(2), 259-267 (2001).
- [10] Kosoboutski P. , Karkulovska M., Kosobutskyy Ya. Coment of the paper “Method for measuring the cell gap in liquid-crystal displays. Opt. Eng. 42(8), 2465-2466 (2003).
- [11] Кособуцкий П.С., Кособуцкий Я.П., Каркулёвская М.С. Ширина, четкость и видность резонансов отражения и пропускания света свободными однослойными интерферометрами Фабри-Перо. // Оптика и спектроскопия. 94, 2003. 77–80.
- [12] Кособуцкий П.С., Каркулёвская М.С., Кособуцкий Я.П. О фазово-амплитудной корреляции в спектрах отражения света интерферометрами Фабри-Перо // Оптика и спектроскопия. 2003. 94(3) 494–496.
- [13] Arndt D.P., Azzam R.M., Bennet J.M. et.al. Multiple determination of the optical constants of thin-film coating materials. // Applied Optics, 1984, 23, № 20 – P. 3571–3596.
- [14] Kushev D.B., Zhelev N.N., Y. Demakopoulou et.al. A new method the determination of the thickness, the optical constants and the relaxation time of weakly absorbing semiconductor thin films // Infrared Phys., 1986, 26, №6 – P. 385–393.
- [15] Minkov D.A. Calculation of the optical constants of a thin layer upon a transparent substrate from the reflection spectrum. // J.Phys. D: Appl.Phys., 1989, 22 – P. 1157–1161.
- [16] Monzon J.J., Sanchts-Soto L. L. On the definition od absorption for a Fabry-Perot interferometer. // Pure. Appl.Opt., 1992, 1 – P. 219–226.
- [17] Kushev D.B., Zheleva N.N. Transmittivity, reflectivities and absorptivities of a semiconductor film with a linear variation in thickness. // J.Phys.D: Appl.Phys 1995, 28 – P. 1239–31243.
- [18] Филипов В.В.. Метод отношения огибающих спектра отражения для определения оптических постоянных и толщины тонких пленок. // Оптика и спектроскопия. 2000. 88 (4). 641–646.
- [19] Ayadi K., Haddaoui N. A new approach to the determination of optical constants and thickness of thin dielectric transparent films. // J.of Materials Science:Materials in Electronics . 2000, 11 – P. 163–167.
- [20] Hopfield J.J., Thomas D.G. Theoretical and experimental effects of spatial dispersion on the optical

- properties of crystals // *Phys.Rev.* 1963. 132. 563–573.
- [21] Ефимов В.В., Семенцов Д.И. Фазовые соотношения при отражении и пропускании звуковой волны плоским слоем. // *Акустический журнал.* 2001. 47(6), 789 – 792.
- [22] Lee C.E., Alcoz J.J., Y. Yeh et. al. Optical fibre Fabry-Perot sensors for smart structures, *Smart Mater. Struct.* 1992. 1, 123.
- [23] Kidd S.R., Sinha P.G., Barton J.S. et.al. Interferometric fibre sensors for measurement of surface heat transfer rates on turbine blades. // *Opt. Laser Eng.* 1992. 14, 207–209.
- [24] Murphy K.A. , Gunther M.F., Vengsarkar A.M. et.al. Quadrature phase-shifted, extrinsic Fabry-Perot optical fiber sensor. // *Opt.Lett.* 1991. 16, 1210–1213.
- [25] Ezbiri A., Tatam R.P. Passive signal processing of miniature Fabry-Perot interferometric sensor. *SPIE. Vol.2341/ Interferometric Fiber Sensing.* 1994. 114–117.
- [26] Ohno N., Fujita M., Nakai Y. and Nakamura K. Reflection spectra of orthorhombic indium iodide. // *Solid State Communications*, 1978, 28 137–139.
- [27] Страшников М.И. Об измерении дисперсии показателя преломления пористого кремния. // *Оптика и спектроскопия*, 2002. 93 142–145.
- [28] Кособуцький П.С. Аналіз умовий виникнення добавочного мінімуму в області продольно-поперечного розщеплення в екситонних спектрах отражения // *УФЖ.* 1983. 2, 1090–1091.
- [29] Kosobutsky P.S. “Amplitude – phase spectroscopy of resonant reflection of light by crystals with a Fabry-Perot interferometer at the surface”, // *Low Temperature Physics*, 1999. 25(10), 818–822.
- [30] Kosobutski P.S. On anomalies of optical exciton reflection spectra of crystals at low temperatures.” // *Low Temperature Physics*, 1998. 24, 373–378.
- [31] Dwight H.B. *Tables of Integrals and other Mathematical Data.* 4nd ed. – New York, The MacMillan Company. 1961.
- [32] Surdutovich G.I., Vitlina R.Z., Baranauskas V. Simple reflectometric method for measurement of weakly absorbing films. // *Thin Solid Films.* 1999. 355–356, 446–450.
- [33] Коваленко С.А., Лисица М.П. Оптические размерные явления в тонких слоях золота и атомарных полупроводников. // *Журн. прикл. спектроскопии.* 2002. 69(3). 388–394.
- [34] Гордиенко В.М., Савельев А.Б., Шашков А.А. Экспресс-метод оценки толщины нанометровых пленок-мишеней и его применение в экспериментах по генерации пикосекундного рентгеновского излучения // *Вестн. Московск. ун-та.* 3 (4). Физика, Астрономия. 2000. 40–44.

METHOD OF THE ENVELOPING FUNCTION IN FABRY-PEROT INTERFEROMETRY

P. Kosobutski^{a,*}, A. Morgulis^b, M. Karkulovska^a

^a*Lviv Polytechnic National University
12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine*

^b*City University of New York, BMCC,
199 Chambers Street, New York, NY 10007*

The amplitude-phase Fabry-Perot spectroscopy regularities in normal and oblique incident of electromagnetic wave reflected and transmitted by the plane threelayers structure are discussed. It is shown, that the method of enveloping function correctly describes the amplitude-phase spectra both in transparent and absorption regions. The enveloping function is consider as the amplitude and phase extreme values.

Keywords: Fabry-Perot resonator, reflection, transmission, amplitude and phase spectra.

PACS: 78.30-J

UDK: 53.082.54: 563.5

*Corresponding author