УДК 621.867.42

Б.М. ГЕВКО, Р.Я. ЛЕЩУК, В.В. ВАСИЛЬКІВ

ДО ПИТАННЯ МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМИ РОБОЧИХ ОРГАНІВ ГВИНТОВИХ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИН З ГЕОМЕТРИЧНОЮ НЕЛІНІЙНІСТЮ

The thesis deals with problem of mathematical form description of different profile screw conveyers with geometrical unlinearing. Analytical dependencies and condition of succession description are determinated. Example of description of them are presented.

Ефективність експлуатації гвинтових транспортно-технологічних машин (ТТМ) визначається особливостями виконання геометрії їх секційних робочих органів – спіралей шнеків (СШ) [1]. При цьому особливі вимоги ставляться до форми виконання їх зовнішнього контуру СШ, раціональність якої залежить як від експлуатаційних, так і від технологічних чинників. Саме тому вибір найдоцільніших геометричних характеристик слід здійснювати на основі комплексних досліджень, які, однак, можуть бути реалізовані лише за наявності математичних моделей опису геометрії цих робочих органів з нелінійністю форми. Специфіка вирішення цього завдання зумовлена необхідністю врахування кута нахилу дотичної до обвідної лінії контуру СШ [2] як основного і незалежного параметра в аналітичних рівняннях кривини K і рівняннях цієї лінії в тій самій системі координат, що і функція кривини. Поширені рівняння кривини реалізовують окремо лише першу або другу умови. Тому найбільш оптимальним є використання диференціальних рівнянь кривини Анфилоф'єва [3].

З іншого боку, найпростішим варіантом моделювання різнопрофільних гвинтових профілів є застосування методики, що запропонована колективом авторів і праці [4]. Тоді розв'язок задачі зводиться до розв'язку диференціальних рівнянь кривини функції обвідної, приймаючи величину кута нахилу дотичної Θ_v до обвідної кривої як функцію від кутової швидкості обертової площини [4], та розклад одержаних рівнянь у вигляді складових функцій векторного багатоланника і введення їх у загальні рівняння опису геометрії згідно згаданої методики.

Нехай L – функція обвідної кривої зовнішнього контуру СШ, яка характеризується функцією кривини $\xi = \xi(\xi_1, \xi_2, ...)$ і визначається у системі координат ZOY, де ξ_1, ξ_2 – множина параметрів (див. рисунок). Введемо додаткову систему координат $\widetilde{Z}\widetilde{O}\widetilde{Y}$ так, щоб точка $\widetilde{O}$ належала кривій L, а осі координат були паралельні відповідним осям координат системи ZOY. При цьому необхідною умовою є вираз:

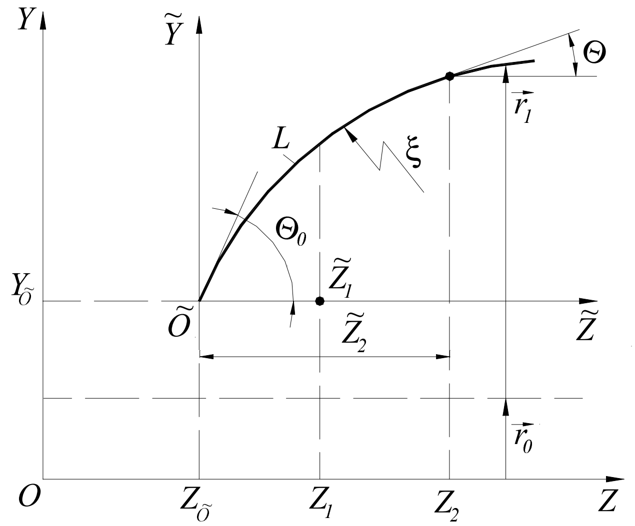
$$Y_{\widetilde{O}} = |\vec{r}_0| + |\vec{r}_1|, |\vec{r}_0| > 0, \qquad |\vec{r}_1| \geq 0, \qquad |\vec{r}_1| = const, \tag{1}$$

де $|\vec{r}_0|$ – модуль вектора опису внутрішнього контуру СШ, а величина $|\vec{r}_1| = var$ і $|\vec{r}_1|_{Z_i}^{max} = B_{Z_i}^{max}$.

Мають зміст початкові умови: $\widetilde{Y} = 0$; $\widetilde{Z} = 0$, $\Theta = \Theta_0$, де Θ – кут нахилу дотичної.

Згідно з [3] можна записати

$$\begin{cases} \dfrac{d(\sin\Theta)}{d\widetilde{Z}} = \xi(\xi_1, \xi_2, ...) \\ \dfrac{d(\cos\Theta)}{d\widetilde{Y}} = \xi(\xi_1, \xi_2, ...) \end{cases}. \tag{2}$$



Розрахункова схема до опису форми СШ

Розв'язок цієї системи диференціальних рівнянь з врахуванням початкових умов отримується у вигляді як інтегральних, так і нормальних виразів:

$$\begin{aligned}\widetilde{Z} &= \widetilde{Z}\left(\Theta_0, \Theta, \xi_1, \xi_2, \ldots\right) \\ \widetilde{Y} &= \widetilde{Y}\left(\Theta_0, \Theta, \xi_1, \xi_2, \ldots\right)\end{aligned}. \qquad (3)$$

Однак згідно з виразом (1) та розрахунковою схемою, поданою на рисунку:

$$\left|\vec{r}_1\right|^{max} = \widetilde{y} + Y_{\widetilde{O}} - \left|\vec{r}_0\right|. \qquad (4)$$

Враховуючи властивості переміщення обертового багатоланника [4] зв'язок між кутовою координатою гвинтової лінії і $\widetilde{Z}$ можна подати так

$$C\nu = \widetilde{Z}\left(\Theta_0, \Theta, \xi_1, \xi_2, \ldots\right) - Z_{\widetilde{O}}, \quad \nu \in [0; 2\pi n], \; n \in \mathbf{z}, \qquad (5)$$

де C – параметр гвинтової лінії, $C = T/2\pi$; ν і T – відповідно кутова координата і крок гвинтової лінії.

Розв'язок рівняння (5) слід здійснювати у вигляді

$$\Theta^{SOLVE} = \Theta^{SOLVE}\left(\nu, Z_{\widetilde{O}}, C, \Theta_0, \xi_1, \xi_2, \ldots\right). \qquad (6)$$

Припустивши, що товщина спіралі шнека є величиною постійною і такою, яка дорівнює H^*, та аналізуючи формулу (2, [4]), можна зробити висновок, що для випадків, які розглядаються

$$\alpha_0 = 0, \alpha_p = 0, F\left(\widetilde{A}, t, \chi_k\right) = 0, b_0 \Rightarrow \infty.$$

Отже, рівняння гнучкого робочого органа гвинтової ТТМ можна записати так:

$$\begin{gathered}\vec{r} = \left[r_0 + r_1\right]\left(cos\left(\nu_0 + \frac{td\nu}{dt}\right)\vec{i} + sin\left(\nu_0 + \frac{td\nu}{dt}\right)\vec{j}\right) + \left(C\nu - r_2\right)\vec{k}, \\ r_0 = d/2; \quad r_2 \in \left[-0.5H^*; 0.5H^*\right]; \\ r_1 \in \left[0; r_1^{max}\right] \text{ або } r_1 \in \left[0; \widetilde{y}\left(\Theta_0, \Theta^{SOLVE}, \xi_1, \xi_2\right) - Y_{\widetilde{O}} - r_0\right],\end{gathered} \qquad (7)$$

де величина Θ^{SOLVE} – функція від ν і визначається за формулою (6).

Зміною параметрів розміщення кривих можна здійснювати, використовуючи математичний апарат, перетворення координат матричної алгебри, що наведені в роботі [5].

Слід відзначити, що у випадку, коли у Декартовій системі координат $\tilde{Z}\tilde{O}\tilde{Y}$ крива L визначена в обмеженій області $\tilde{Z}_L \in \left[\tilde{Z}_1; \tilde{Z}_2\right]$, форма геометрії спіралі визначатиметься, враховуючи відповідні координати у системі ZOY $\left(Z_1 = Z_{\tilde{O}} + \tilde{Z}_1\right)$, перетворені відносно кутового параметра спіралі ν_1, у форму функціонального виразу Θ_1, враховуючи величину ординати $\tilde{Y}_1$ точки кривої, що розглядається.

Розглянемо приклад.

Нехай $\xi = const$, тоді із розв'язання системи рівнянь (2), прийнявши, що $O \equiv \tilde{O}$, отримаємо

$$\tilde{Z} = \left(sin\Theta_0 - sin\Theta\right)\xi^{-1}; \quad \tilde{y} = \left(cos\Theta - cos\Theta_0\right)\xi^{-1}.$$

Із виразів (5) і (4):

$$\Theta^{SOLVE} = arcsin\left[sin\Theta_0 - \xi\left(C\nu + Z_{\tilde{O}}\right)\right]$$

$$r_1^{max} = \xi^{-1}\left(cos\Theta^{SOLVE} - cos\Theta_0\right) + Y_{\tilde{O}} - r_0$$

На основі використання результатів досліджень, наведених у роботі [3], було визначено граничні значення параметрів областей змін відповідних радіус-векторів для різних значень функції кривини, що зведені у таблиці.

Значення параметрів математичної моделі СШ залежно від функції кривини обвідної кривої

1	Вид функції кривини ξ	$\xi = const$
	r_1^{max}	$(\cos\Theta - \cos\Theta_0)\xi^{-1} + Y_{\tilde{O}} - r_0$
	Функціональні залежності Θ^{SOLVE} в явному або неявному вигляді	$\Theta^{SOLVE} = \arcsin\left[\sin\Theta_0 - \xi\left(C\nu + Z_{\tilde{O}}\right)\right]$
2	Вид функції кривини ξ	$p\tilde{y}, \ p = const$
	$r_1^{\max}$	$\sqrt{\frac{2}{p}(\cos\Theta - \cos\Theta_0)} + Y_{\tilde{O}} - r_0$
	Функціональні залежності Θ^{SOLVE} в явному або неявному вигляді	$\frac{1}{\sqrt{p}}\left[\int_{\pi/2}^{\varphi}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} - 2\int_{\pi/2}^{\varphi}\sqrt{1-(k\sin\varphi)^2}\,d\varphi\right] - Z_{\tilde{O}} - C\nu = 0$ $\varphi = \arcsin\frac{\sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right)}$

Продовження таблиці

3	Вид функції кривини ξ	$a\tilde{z}+b\tilde{y}+c$ $a=const$, $b=const$, $c=const$
	r_1^{max}	$\int\limits_{\cos\Theta_0}^{\cos\Theta}\frac{d(\cos\Theta)}{\Omega}+Y_{\tilde{O}}-r$; $\Omega=\left(c^2+a(\sin\Theta_0-\sin\Theta)+b(\cos\Theta_0-\cos\Theta)\right)^{\frac{1}{2}}+Y_{\tilde{O}}-r_0$
	Функціональні залежності Θ^{SOLVE} в явному або неявному вигляді	$-\int\limits_{\sin\Theta_0}^{\sin\Theta}\frac{d(\sin\Theta)}{\Omega}-Z_{\tilde{O}}-C\nu=0$
4	Вид функції кривини ξ	$\frac{q\tilde{y}^2}{2}+p\tilde{y}+m$ або $\frac{q}{2}\left[(\tilde{y}+a)^2+b^2\right]$ де $a=\frac{p}{q}$; $b^2=\frac{2m}{q}-\left(\frac{p}{q}\right)^2$ $q=const$, $p=const$, $m=const$
	$r_1^{\max}$	$\int\limits_{\cos\Theta_0}^{\cos\Theta}\frac{d(\cos\Theta)}{\frac{q}{2}\left[(A+B)^2+b^2\right]}+Y_{\tilde{O}}-r_0$ $A=\sqrt[3]{-u+\sqrt{\nu_r}}$; $B=\sqrt[3]{-u-\sqrt{\nu_r}}$; $-u=\frac{3}{q}(\cos\Theta-\cos\Theta_0)+\frac{a^3+3ab^2}{2}$ $\nu_r=b^6+\left[\frac{3}{q}(\cos\Theta-\cos\Theta_0)+\frac{a^3+3b^2}{2}\right]^2$
	Функціональні залежності Θ^{SOLVE} в явному або неявному вигляді	$C\nu+\int\limits_{\sin\Theta_0}^{\sin\Theta}\frac{d(\sin\Theta)}{\frac{q}{2}\left[(A+B)^2+b^2\right]}+Z_{\tilde{O}}=0$
5	Вид функції кривини ξ	$p\sin\left(\frac{\pi}{l}\tilde{Z}\right)$; $p=const$, $l=const$,
	$r_1^{\max}$	$\int\limits_{\Theta_0}^{\Theta}\frac{\sin\Theta d\Theta}{p\sin\left(\frac{\pi}{l}\tilde{Z}\right)}+Y_{\tilde{O}}-r_0=\frac{l}{p}\ln\left[tg\Theta_0\sin\left(\frac{\pi}{l}\tilde{Z}\right)+\right.$ $\left.+\sqrt{1+\left[tg\Theta_0\sin p\sin\left(\frac{\pi}{l}\tilde{Z}\right)\right]^2}\right]+Y_{\tilde{O}}-r_0$ $\Theta_0=\arcsin\left(p\frac{l}{\pi}\right)$
	Функціональні залежності Θ^{SOLVE} в явному або неявному вигляді	$\Theta^{SOLVE}=\arcsin\left[\sin\Theta_0\cos\left[(C\nu+Z_{\tilde{O}})\frac{\pi}{l}\right]\right]$

Отже, подана у роботі методика моделювання об'ємної геометрії гвинтових робочих органів ТТМ є однією з ланок комплексного розв'язання теоретичних задач функціонування та відпрацювання їх конструкцій на технологічність та оптимізації, що дозволить створювати, досліджувати та оптимізовувати найраціональніші конструктивні схеми виконання профілів, використовуючи сучасні технічні засоби.

1. Гевко Б.М., Вітровий А.О., Лещук Р.Я. Гвинтові механізми – основа створення засобів автоматизації і механізації транспортно-технологічних систем // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. статей. – 1999. – Вип. 5. – С. 227–232. 2. Уткин Б.М., Боткин В.А. Линейная аппроксимация точечно-заданных контуров // Машиностроитель. – М., 1997. – С.9–10. 3. Анфилофьев А.В. Определение формы упругой линии гибкого стержня при заданном законе изменения кривизны // Изв. вузов. Машиностроение. – 2000. – № 7. – С. 17–22. 4. Васильків В.В., Пилипець М.І., Радик Д.Л. Опис геометрії різнопрофільних гвинтових заготовок // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2002. – Т.8. – № 3. – С. 75–83. 5. Математика и САПР: В 2-х кн. Кн.1; Пер. с франц. П. Шенен, И. Коснар и др. – М.: Мир. –1988. –204 с.

УДК 539 .3.8

В.В. ВАСИЛЬКІВ, М.І. ПИЛИПЕЦЬ, А.П. ДРАГАН

ДО ПИТАННЯ РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ФОРМОУТВОРЕННЯ НАВИВНИХ ЗАГОТОВОК ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Pre – conditions for constructing of mathematical and computer models of shaping of machine part profile screw and ring blanks working processes for program forming were developed. The information also is intended for their usage in technologies of manufacturing by the benches with numerical control.

При виготовленні різнопрофільних навивних заготовок (НЗ) із складною геометрією рухи, виконувані робочими органами технологічного обладнання, повинні відповідати заданому технологічному процесу формоутворення. Саме тому існує необхідність у визначенні кількісних взаємозалежних співвідношень між характеристичними параметрами згаданого процесу. Зручним об’єктом для параметризації є формоутворюючий інструмент, рухи якого визначаються органами керування верстата та конструктивними особливостями схеми формоутворення.

Для вивчення характеру відносних переміщень введемо такі координатні системи (див. рисунок):

UVW – система координат верстата, причому напрямки осей MU, MW, MV збігаються з напрямками відповідно поперечної, поздовжньої та вертикальної подач.

XYZ – власна система координат НЗ [1], причому $OX \parallel MU$, $OY \parallel MV$, $OZ \parallel MW$.

$X_K Y_K Z_K$ – рухома система координат з початком відліку у точці C_i контакту формуючого елемента інструменту з поверхнею НЗ, а вісь $C_i X_K$ завжди направлена по дотичній до характеристичної лінії $L-L$ цієї заготовки, вісь $C_i Y_K$ направлена вздовж нормалі до лінії $L-L$, $C_i Z_K \parallel MW$.

Кут $\psi = \vec{n} \wedge C_i Y_K$ визначає відхилення контактної площини від координатної осі MW, де $\vec{n}$ – нормаль до поверхні F НЗ.