

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТА АВТОМАТИЗОВАНОГО ОБЛАДНАННЯ

УДК 621.365.22

О.Ю. ЛОЗИНСЬКИЙ, Я.Ю. МАРУЩАК, А.П. КУШНІР

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕХАНІЗМУ ПЕРЕМІЩЕННЯ ЕЛЕКТРОДІВ ДУГОВОЇ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЇ ПЕЧІ

© Лозинський О.Ю., Марущак Я.Ю., Кушнір А.П., 2004

The mathematical model of the mechanism the shift of electrodes of arc of steel-melting furnaces is created. The given model enables to analyze influencing of structural members of the mechanism the shift of on elastic vibrations of electrodes. The dynamics of movement of electrodes at miscellaneous constructions of electrode jib is studied.

Постановка проблеми

Дугова сталеплавильна піч (ДСП) являє собою складний об'єкт керування, в якому діє велика кількість різного роду випадкових збурень. Основні техніко-економічні показники ДСП значною мірою залежать від системи автоматичного керування (САК) рухом електродів та конструкції їх механізму переміщення.

На якість динамічних характеристик керування істотно впливають пружні деформації елементів механізму переміщення електродів. Тому як до САК, так і до цих механізмів накладаються додаткові вимоги по демпфуванню пружних коливань електродів. Значною мірою зниження пружних коливань залежить від конструкції самої механічної системи приведення в рух електродів. Отже, такі дослідження потребують створення математичної моделі цього механізму переміщення, яка б виявила конструкцію елементів з найкращими демпфуючими властивостями.

Аналіз останніх досліджень

У більшості випадків механізм переміщення електродів ДСП представляється двомасовою моделлю [1], де пружні деформації електродотримача враховуються за допомогою коефіцієнта жорсткості. Така модель не дає можливості досліджувати характеристики окремих механічних елементів з погляду їх демпфуючих властивостей. Пропонується математична модель виконавчого механізму переміщення електродів на основі представлення Денавіта–Хартенберга і метода Лагранжа [2–4]. При цьому детально описується конструкція виконавчого механізму з урахуванням особливостей форми поперечного перерізу пружної балки, яка виконує роль електродотримача.

Задачі дослідження

Завданням цієї роботи є створення математичної моделі механізму переміщення електродів ДСП, на основі якої можна проаналізувати вплив конструктивних елементів цього механізму на демпфування пружних коливань електродів.

Вирішення проблеми

Суть представлення Денавіта–Хартенберга полягає в тому, що необхідно сформувати одну-рідну матрицю перетворення, яка має розмірність 4×4 і описує положення системи координат

кожної ланки відносно системи координат попередньої ланки. Це дає можливість перетворити послідовно останню систему координат, яка зв'язана з кінцем електрода, в базову систему координат. Вона є інерціальною системою координат і зв'язана з кінцем колони, до котрої прикладається сила, що здійснює переміщення електрода.

Рівняння Лагранжа у векторно-матрицевій формі має вигляд:

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \mathbf{D}(\mathbf{q}(t)) \cdot \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) + \mathbf{C}(\mathbf{q}(t)), \quad (1)$$

де $\boldsymbol{\tau}(t) = [\tau_1(t), \tau_2(t), \dots, \tau_n(t)]^T$ – вектор узагальнених сил (моментів), які створюються силовими приводами в зчленуваннях; $\mathbf{q}(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$ – вектор приєднаних змінних; $\dot{\mathbf{q}}(t)$, $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ – відповідні похідні вектора $\mathbf{q}(t)$; $\mathbf{D}(\mathbf{q}(t))$ – симетрична матриця розмірністю $n \times n$; $\mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = [h_1, h_2, \dots, h_n]^T$ – вектор коріолісових і відцентрових сил; $\mathbf{C}(\mathbf{q}(t)) = [C_1, C_2, \dots, C_n]^T$ – вектор гравітаційних сил (моментів).

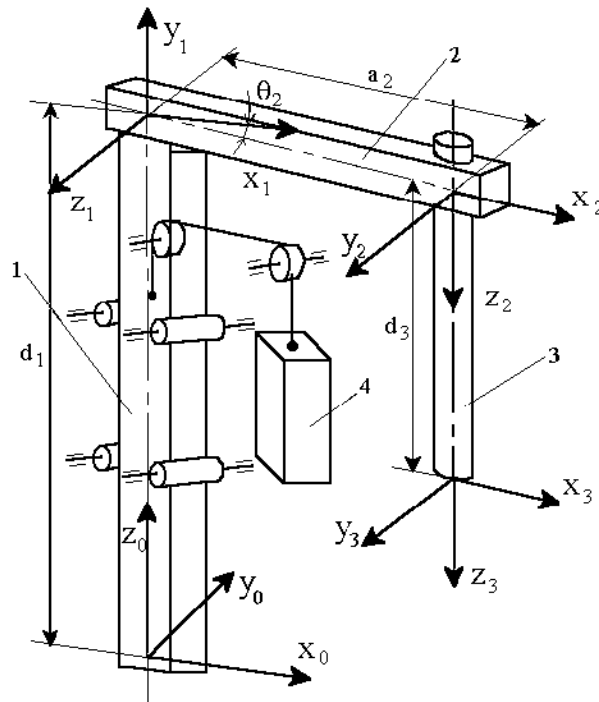


Рис. 1. Схема механізму переміщення електрода ДСП

Знайдемо елементи цих векторів і матриць для механізму переміщення електрода ДСП. Схема такого механізму показана на рис. 1. Він складається з колони 1, електродотримача 2, електрода 3, протилеги 4. Вважаємо, що колона – це перша ланка, електродотримач – друга ланка, електрод – третя ланка. Приведемо пружні коливання електродотримача до кінця стійки і представимо їх за допомогою обертового руху жорстких елементів. Внаслідок такої операції електродотримач і електрод буде повертатись на деякий кут $\pm\theta$. Таким чином розглядатимемо такі рухи: перший рух – це поступальний рух усього механізму під дією приводу (1 – зчленування); другий рух – це обертовий рух жорсткого електродотримача і електрода (2 – зчленування); третій рух – фіктивний поступальний рух електрода (3 – зчленування). Третій рух введено для того, щоб сформуванню системи координат згідно з алгоритмом, який наведений в [3]. Крім того, введення проміжної системи координат в зчленуванні 3 спрощує вирази моментів інерції і центра ваги другої та третьої ланок.

Згідно з представленням Денавіта–Хартенберга сформуємо систему координат за алгоритмом, наведеному в роботі [3]. При цьому прийнято такі позначення: d_i , θ_i , – приєднані змінні (тут d_i – відстань від початку i -ї системи координат до перетину осі z_{i-1} з віссю x_i , відрахована вздовж

осі z_{i-1} ; θ_i – кут, на який треба повернути вісь x_{i-1} навколо осі z_{i-1} , щоб вона стала співнаправлена з віссю x_i ; α_i – кут, на який треба повернути вісь z_{i-1} навколо осі x_i , щоб вона стала співнаправлена з віссю z_i ; a_i – відстань між перетином осі z_{i-1} з віссю x_i і початком i -ї системи координат, відрахована вздовж осі x_i ; b_1 – висота колони; $b_2 \approx a_2$ – довжина електродотримача, b_3 – довжина електрода, m_1, m_2, m_3, m_4 – маси колони, електродотримача, електрода і протизваги. Параметри системи координат ланок механізму переміщення електрода, з урахуванням цих позначень, показано в таблиці.

Параметри системи координат

Зчленування	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	0	90°	0	d_1
2	$\theta_2 = \theta$	90°	a_2	0
3	0	0	0	d_3

Запишемо однорідну матрицю перетворення ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ для обертового руху [3, 4]:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{vmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

для поступального руху:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{vmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Для прийнятих систем координат на підставі таблиці знайдемо матриці перетворення:

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{vmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & b_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & b_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$${}^2\mathbf{A}_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad {}^0\mathbf{A}_2 = \begin{vmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & b_2 \cos \theta_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & b_2 \sin \theta_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$${}^0\mathbf{A}_3 = {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 = \begin{vmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & d_3 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & -d_3 \cos \theta_2 + b_2 \sin \theta_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$${}^1\mathbf{A}_3 = {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 = \begin{vmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & d_3 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & -d_3 \cos \theta_2 + b_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Часткові похідні матриці ${}^0\mathbf{A}_i$ по приєднаних змінних можна знайти за виразом, наведеному в [2]:

$$\mathbf{U}_{ij} = \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0\mathbf{A}_{j-1} \cdot \mathbf{Q}_i \cdot {}^{j-1}\mathbf{A}_i, & \text{якщо } j \leq i \\ 0, & \text{якщо } j > i. \end{cases}$$

Тут \mathbf{U}_{ij} описує зміну положення i -ї ланки, яке спричинене рухом в j -у зчленуванні. Матриця \mathbf{Q}_i для обертового та поступального зчленувань має вигляд:

$$\mathbf{Q}_{\text{юберт}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_{\text{іпоступ}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Звідси запишемо:

$$\mathbf{U}_{11} = \mathbf{U}_{21} = \mathbf{U}_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_{22} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & -b_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & b_2 \cos \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Оскільки рух електрода в третьому зчленуванні фіктивний, то $d_3 \approx b_3$, а тому \mathbf{U}_{32} і \mathbf{U}_{33} будуть дорівнювати:

$$\mathbf{U}_{32} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & b_3 \cos \theta_2 - b_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & b_3 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Елементи матриці \mathbf{D} обчислюються за виразом, наведеному в [2]

$$D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^n \text{Tr}(\mathbf{U}_{jk} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{ji}^T), \quad (2)$$

де n – кількість ланок, \mathbf{J}_j – матриця інерційності i -ї ланки.

У свою чергу матриця інерційності i -ої ланки \mathbf{J}_i визначається згідно з [2] так:

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} (-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})/2 & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})/2 & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & (I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})/2 & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix}.$$

Тут \bar{x}_i , \bar{y}_i , \bar{z}_i – однорідні координати центра мас i -ї ланки в i -й системі координат.

Коефіцієнт D_{ik} , часто називають динамічним коефіцієнтом. Він визначає момент або силу, які виникають в i -му зчленуванні під дією прискорення в k -му зчленуванні.

Елементи матриці \mathbf{J}_i обчислюються за відомими [3] виразами. Згідно з прийнятими системами координат в елементах механізму переміщення та їх геометричних розмірів, знайдемо \mathbf{J}_i для кожної ланки. Матриця інерційності для колони, поперечний переріз якої має форму прямокутника завдовжки v і завширшки s , має вигляд:

$$J_1 = \begin{vmatrix} m_1' v^2 / 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1' b_1^2 / 3 & 0 & -m_1' b_1 / 2 \\ 0 & 0 & m_1' c^2 / 12 & 0 \\ 0 & -m_1' b_1 / 2 & 0 & m_1' \end{vmatrix},$$

де $m_1' = m_1 + m_4$.

Розглянемо електродотримач у вигляді порожнистого прямокутного паралелепіпеда з такими геометричними розмірами: довжина – b_2 , ширина – k_1 , висота – f_1 , ширина порожнини – k_2 , висота порожнини – f_2 . Його матриця інерційності запишеться як:

$$J_2 = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} m_2 b_2^2 & 0 & 0 & -\frac{m_2}{2} b_2 \\ 0 & \frac{m_{et1}}{12} k_1^2 - \frac{m_{et2}}{12} k_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} m_{et1} f_1^2 - \frac{1}{12} m_{et2} f_2^2 & 0 \\ -\frac{1}{2} m_2 b_2 & 0 & 0 & m_2 \end{vmatrix},$$

де m_{et1} – маса суцільного прямокутного паралелепіпеда; m_{et2} – маса вирізаного прямокутного паралелепіпеда. Очевидно, що маса порожнистого прямокутного паралелепіпеда $m_2 = m_{et1} - m_{et2}$. Оскільки електрод має форму циліндра радіусом R і завдовжки b_3 , то матриця J_3 буде:

$$J_3 = \begin{vmatrix} m_3 R^2 / 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 R^2 / 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 b_3^2 / 3 & -m_3 b_3 / 2 \\ 0 & 0 & -m_3 b_3 / 2 & m_3 \end{vmatrix}.$$

Змінюючи форму поперечного перерізу елементів виконавчого механізму, змінюється матриця інерційності. В результаті цього можна досліджувати поведінку механізму переміщення електрода при різних конструкціях та геометричних розмірах його елементів. Це дає можливість вибрати найкращу конструкцію виконавчого механізму з погляду прояву його демпфуючих властивостей, зокрема електродотримача.

Згідно з виразом (2) елементи матриці D розраховуються так:

$$\begin{aligned} D_{11} &= \text{Tr}(U_{11} J_1 U_{11}^T) + \text{Tr}(U_{21} J_2 U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{31} J_3 U_{31}^T) = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \\ D_{12} &= D_{21} = \text{Tr}(U_{22} J_2 U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{32} J_2 U_{31}^T) = \\ &= \frac{1}{2} b_2 m_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{2} b_3 m_3 \sin \theta_2 + m_3 b_2 \cos \theta_2 ; \\ D_{22} &= \text{Tr}(U_{22} J_2 U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{32} J_2 U_{32}^T) = \\ &= \frac{1}{3} m_2 b_2^2 + \frac{1}{12} m_{et1} f_1^2 - \frac{1}{12} m_{et2} f_2^2 + m_3 b_2^2 + \frac{1}{4} m_3 R^2 + \frac{1}{3} m_3 b_3^2 ; \end{aligned}$$

Решта елементів цієї матриці дорівнюють нулеві.

Для визначення складових, які описують відцентрові і коріолісові сили, використаємо [2] відповідне співвідношення:

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{3}$$

де h_{ikm} – динамічний коефіцієнт, що визначає зв'язок моменту (сили), який виникає в i -му зчленуванні внаслідок руху в k -му і m -му зчленуваннях, із швидкостями зміни k -ї і m -ї приєднаних змінних, причому:

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Tr}(\mathbf{U}_{jkm} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{ji}^T), \quad (4)$$

$$\text{де } \mathbf{U}_{jkm} = \begin{cases} \mathbf{A}_{k-1} \cdot \mathbf{Q}_k \cdot \mathbf{A}_{m-1} \cdot \mathbf{Q}_m \cdot \mathbf{A}_m, & \text{якщо } j \geq m \geq k \\ \mathbf{A}_{m-1} \cdot \mathbf{Q}_m \cdot \mathbf{A}_{k-1} \cdot \mathbf{Q}_k \cdot \mathbf{A}_j, & \text{якщо } j \geq k \geq m \\ 0, & \text{якщо } j < k \text{ або } j < m. \end{cases}$$

Використовуючи вирази (3) і (4), розрахуємо h_1, h_2, h_3 з урахуванням, що $\dot{d}_3 = 0$.

$$h_1 = h_{111} \dot{d}_1 \dot{d}_1 + h_{112} \dot{d}_1 \dot{\theta}_2 + h_{121} \dot{\theta}_2 \dot{d}_1 + h_{122} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2;$$

$$h_2 = h_{211} \dot{d}_1 \dot{d}_1 + h_{212} \dot{d}_1 \dot{\theta}_2 + h_{221} \dot{\theta}_2 \dot{d}_1 + h_{222} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2;$$

$$h_3 = h_{311} \dot{d}_1 \dot{d}_1 + h_{312} \dot{d}_1 \dot{\theta}_2 + h_{321} \dot{\theta}_2 \dot{d}_1 + h_{322} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2.$$

де $h_{111} = 0; h_{121} = h_{112} = 0; h_{211} = 0; h_{212} = h_{121} = 0; h_{222} = 0; h_{311} = 0; h_{312} = h_{321} = 0; h_{322} = 0;$

$$\begin{aligned} h_{122} &= \text{Tr}(\mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_2^{-1} \mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_2^{-1} \mathbf{A}_2 \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{21}^T) + \text{Tr}(\mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_2^{-1} \mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_2^{-1} \mathbf{A}_3 \mathbf{J}_3 \mathbf{U}_{31}^T) = \\ &= \frac{-1}{2} b_2 m_2 \sin \theta + \frac{1}{2} b_3 m_3 \cos \theta - b_2 m_3 \sin \theta; \end{aligned}$$

Отже,

$$h_1 = \left(\frac{-b_2 m_2}{2} \sin \theta + \frac{b_3 m_3}{2} \cos \theta - m_3 b_2 \sin \theta \right) \dot{\theta}^2, \quad h_2 = 0, \quad h_3 = 0.$$

Вплив гравітаційних сил (моментів), які діють на механізм переміщення електрода, визначають [2] так:

$$C_i = \sum_{j=i}^n \left(-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{ji}^T \bar{\mathbf{r}}_j \right), \quad (5)$$

де $\mathbf{g} = (0 \ 0 \ -g \ 0)$ – вектор-рядок, що описує гравітаційне прискорення в базовій системі координат; $\bar{\mathbf{r}}_j$ – радіус-вектор центра мас j -ланки.

Для ланок якими представляється даний механізм, можна записати:

$${}^1\bar{\mathbf{r}}_1 = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{b_1}{2} & 0 & 1 \end{vmatrix}^T; \quad {}^2\bar{\mathbf{r}}_2 = \begin{vmatrix} -\frac{b_2}{2} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}^T; \quad {}^3\bar{\mathbf{r}}_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{b_3}{2} & 1 \end{vmatrix}^T.$$

Звідси

$$C_1 = -(m_1 \mathbf{g} \mathbf{U}_{11}^T {}^1\bar{\mathbf{r}}_1 + m_2 \mathbf{g} \mathbf{U}_{22}^T {}^2\bar{\mathbf{r}}_2 + m_3 \mathbf{g} \mathbf{U}_{31}^T {}^3\bar{\mathbf{r}}_3) = gm_1 + gm_2 + gm_3;$$

$$C_2 = -(m_2 \mathbf{g} \mathbf{U}_{22}^T {}^2\bar{\mathbf{r}}_2 + m_3 \mathbf{g} \mathbf{U}_{32}^T {}^3\bar{\mathbf{r}}_3) = \frac{1}{2} gm_2 b_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{2} gm_3 b_3 \sin \theta_2 + gm_3 b_2 \cos \theta_2;$$

$$C_3 = -m_3 \mathbf{g} \mathbf{U}_{33}^T {}^3\bar{\mathbf{r}}_3 = 0.$$

Вектор узагальнених сил (моментів), які створюються зовнішніми впливами в зчленуваннях, має вигляд:

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{t}) = \begin{vmatrix} F_1 + G_4 - F_{f1} \\ M - M_{f2} \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (6)$$

де F_1 – сила, що діє на колону з боку приводу механізму переміщення електродів; $G_4 = gm_4$ – сила яка створюється противагою; $F_{f1} = a_1V$ – сила зовнішнього в'язкого тертя в напрямних колони; M – момент, який утримує електродотримач і електрод; $M_{f2} = a_2 \dot{\theta}_2$ – момент зовнішнього в'язкого тертя в 2 зчленуванні.

Отже, на основі виразів (1), (2), (3), (5), (6), можна записати:

$$\left. \begin{aligned} & (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \ddot{d}_1 + \left(\frac{1}{2} b_2 m_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{2} b_3 m_3 \sin \theta_2 + \right. \\ & \left. + m_3 b_2 \cos \theta_2 \right) \ddot{\theta}_2 + \left(\frac{-b_2 m_2}{2} \sin \theta_2 + \frac{b_3 m_3}{2} \cos \theta_2 - m_3 b_2 \sin \theta_2 \right) \dot{\theta}_2^2 + \\ & + gm_1 + gm_2 + gm_3 = F_1 + G_4 - F_{f1} \\ & \left(\frac{1}{2} b_2 m_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{2} b_3 m_3 \sin \theta_2 + m_3 b_2 \cos \theta_2 \right) \ddot{d}_1 + \left(\frac{1}{3} m_2 b_2^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{12} m_{er1} f_1^2 - \frac{1}{12} m_{er2} f_2^2 + m_3 b_2^2 + \frac{1}{4} m_3 R^2 + \frac{1}{3} m_3 b_3^2 \right) \dot{\theta}_2 + \\ & \left. + \frac{1}{2} gm_2 b_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{2} gm_3 b_3 \sin \theta_2 + gm_3 b_2 \cos \theta_2 = M - M_{f2} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

Переміщення кінця електрода l_e запишеться:

$$l_e = d_1 + b_3(\cos(\theta_2) - 1) + b_2 \sin(\theta_2) \quad (8)$$

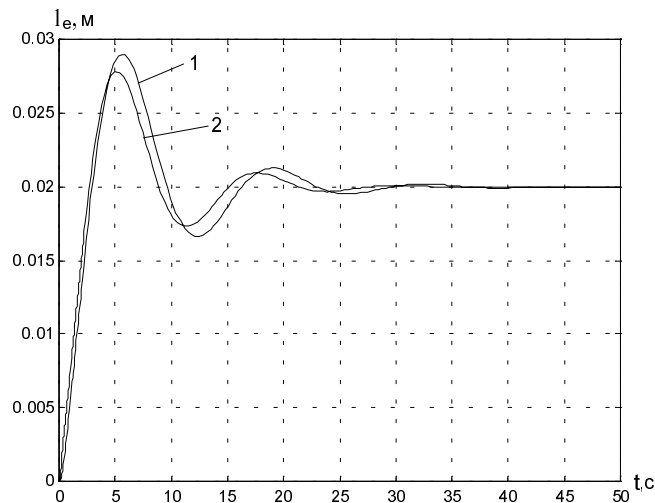


Рис. 2. Перехідні процеси $l_e(t)$ для різних електродотримачів ДСП-200

На основі системи рівнянь (7) і виразу (8) розраховано перехідний процес $l_e(t)$ для ДСП-200 (рис. 2) при суцільному (крива 1) і порожньому (крива 2) електродотримачах для параметрів: $m_1 = 15000$ кг, $m_3 = 5750$ кг, $b_1 = 12$ м, $b_2 = 10$ м, $b_3 = 9$ м, $R = 0,305$ м; $m_2 = 9250$ кг, $m_4 = 30000$ кг, $f = 1$ м – для суцільного електродотримача; $m_2 = 4625$ кг, $m_{er1} = 9250$ кг, $m_{er2} = 4625$ кг, $m_4 = 25380$ кг, $f_1 = 1$ м, $f_2 = 0,5$ м – для порожнього електродотримача. Як видно з рис. 2, дві різні конструкції електродотримача мають фактично однакову демпфуючу властивість і коливання координати l_e мають практично однакову частоту ($f_c = 0,08$ Гц). Отже, немає потреби електродотримач робити цілісним. Аналогічно було досліджено рух електрода при інших формах поперечного перерізу електродотримача, і найкращі демпфуючі властивості виявилися в порожньому прямокутному електродотримачі.

Висновки

1. Складено математичну модель механізму переміщення електрода, яка дозволяє досліджувати динаміку руху електрода з урахуванням особливостей конструкції його механізму переміщення.

2. Проведені дослідження дозволили вибрати форму електродотримача без зниження демпфуючих властивостей механізму.

1. Сапко А.И. Исполнительные механизмы регуляторов мощности дугowych электропечей. – 1980. – 115 с. 2. Мазена С.С., Лозинський А.О. Системи керування та динаміка роботів. – Львів: Видавництво ДУ"Львівська політехніка", 1998. – 117 с. 3. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехніка. – М.: Мир, 1989. – 624 с. 4. Шахинпур М. Курс робототехники. – М.: Мир, 1990. – 327 с.

УДК 621.01:621-868, 621.9.048.6.06(088.8)

О.В. ГАВРИЛЬЧЕНКО, О.С. ЛАНЕЦЬ, Я.В. ШПАК

РОЗРАХУНОК НА ЖОРСТКІСТЬ КОМБІНОВАНОЇ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ РЕЗОНАНСНОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ ПРИТИРАЛЬНОЇ МАШИНИ З КУТОВИМИ КОЛИВАННЯМИ

© Гаврильченко О.В., Ланець О.С., Шпак Я.В., 2004

In article the calculation of rigidity of complex vertical elastic systems as latticed and cylinder torsions are given. This elastic system is used in vibration lapping machine with angular oscillations.

Вступ

У машинобудуванні викінчувальні операції загалом займають близько 30 % технологічного часу обробки деталей. Продуктивність та якість обробки деталей на таких операціях перш за все залежить від використовуваного технологічного обладнання.

Відомо, що якість поверхонь деталей після процесу доводки та притирки є вищою порівняно з тонким шліфуванням, суперфінішуванням та хонінгуванням. Тому розроблення, дослідження та впровадження довідних та притиральних машин є необхідним чинником в розвитку високих технологій на підприємствах машинобудівної промисловості.

До найефективніших притиральних машин належать резонансні вібраційні машини з кутковими коливаннями притирального диска (рис. 1) [1]. Такі вібромашини призначені для високоточної односторонньої доводки плоских поверхонь. Вони дають змогу обробляти заготовки різних розмірів від 3 мм до розмірів співрозмірних з шириною робочої поверхні притирів. Машини забезпечують рівномірне знімання шару матеріалу з поверхонь деталей і можуть обробляти металеві, пластмасові та керамічні заготовки. Точність обробки 0,3 мкм на діаметрі 100 мм, шорсткість обробки $Ra=0,02...0,03$ мкм, відхилення від площинності $\pm 0,16$ мкм.

Постановка проблеми

Створення ефективних резонансних вібраційних притиральних машин з кутковими коливаннями притирального диска вимагає ретельного розрахунку комбінованої пружної системи на базі ґратчастого торсіона з вертикально розташованими плоскими пружними стержнями та центрального циліндричного торсіона. Від точності розрахунку на жорсткість пружних елементів системи залежить ефективність роботи резонансної вібраційної притиральної машини з кутковими коливаннями притирального диска.