

АВТОМАТИЗАЦІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ. СИСТЕМИ ТА ЗАСОБИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

УДК 621.374

В.О. ПОГРІБНИЙ, І.В. РОЖАНКІВСЬКИЙ, З. ЛЮТОВСЬКІ

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ МОДИФІКОВАНОЇ ДІКМ

© Погрібний В.О., Рожанківський І.В., Лютовські З., 2004

The possibility of simplification of mixed mode (PCM-DPCM) correlator structures is considered. The use of quantization steps with multiplication factor equal to power of 2 permits to substitute multiplication with shift operations. The influence on correlation function estimator accuracy of the signal parameters and quantizer characteristics was simulated.

Постановка проблеми

Кореляційний аналіз (КА) широко застосовується в різних галузях науки і техніки, зокрема для автоматизації досліджень. Обчислення оцінки функції кореляції (ФК) сигналів, поданих у форматі імпульсно-кодової модуляції (ІКМ), забезпечує високу точність, однак вимагає великої кількості багаторозрядних математичних операцій, в тому числі перемножень, що обмежує швидкодію відповідних спецпроцесорів КА. Для зменшення розрядності спецпроцесорів і тим самим підвищення їх швидкодії використовують різницеві методи цифрової обробки сигналів на основі різних видів дельта модуляції [1, 2, 3]. У літературі описано методи КА в змішаних форматах, коли один із сигналів подано в форматі ІКМ, а інший в форматі диференційної ІКМ (ДІКМ). Однак особливості КА в змішаних форматах з використанням модифікованої ДІКМ (МДІКМ), яка характеризується кроками квантування кратними 2^j [4], не досліджені.

Постановка задачі

Метою роботи є дослідження алгоритмів КА у змішаних форматах ІКМ-МДІКМ і вироблення рекомендацій щодо їх використання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Кореляційний аналіз у змішаних форматах

Оцінку взаємної ФК двох сигналів $x(t)$, $y(t)$, поданих у вигляді часових рядів $\{x_i\}$, $\{y_i\}$ за допомогою ІКМ відліків, можна обчислити для додатних m та від'ємних $-m$ зсувів на основі виразів

$$\hat{K}_{xy}(m) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=0}^{N-m} y_i x_{i+m}, \quad (1)$$

$$\hat{K}_{xy}(-m) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=m}^N y_{i-m} x_i, \quad (2)$$

де $m = \overline{-P+1, P-1}$, P – максимальна кількість зсувів однієї полярності, яке визначається на основі інтервалу кореляції, \dot{x}_i, \dot{y}_i – центровані значення аналізованих сигналів, N – кількість відліків аналізованих сигналів, $N = ENT(\theta / T_d)$, $T_d^{-1} = f_d$, θ – тривалість аналізованих сигналів, f_d – частота дискретизації.

Якщо для сигналів $\{x_i\}$, $\{y_i\}$ використати різницеve подання, наприклад, на підставі висхідних різниць $\nabla z_i = z_i - z_{i-1}$, то з (1), (2) отримаємо різницеvi КФ у змішаних форматах [5]:

$$\widehat{K}_{xy}(m) = \frac{1}{N-m} \left[(N-m+1)\widehat{K}_{xy}(m-1) - \dot{x}_{m-1}\dot{y}_0 - \sum_{k=m}^{N-1} \dot{x}_k \nabla y_{k-m+1} \right], \quad (3)$$

$$\widehat{K}_{xy}(-m) = \frac{1}{N-m} \left[(N-m+1)\widehat{K}_{xy}(-m+1) - \dot{y}_{m-1}\dot{x}_0 - \sum_{k=m}^{N-1} \dot{y}_k \nabla x_{k-m+1} \right], \quad (4)$$

де оцінка КФ для нульового зсуву $\widehat{K}_{xy}(0)$ обчислюється у форматі ІКМ-ІКМ

$$\widehat{K}_{xy}(0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \dot{x}_k \dot{y}_k. \quad (5)$$

Подання різниць $\{\nabla x_i\}$ або $\{\nabla y_i\}$ за допомогою малорозрядних видів ДІКМ дозволяє зменшити розрядність операцій перемноження під знаком суми. Ще більше спрощення цих операцій досягається під час застосування модифікованої ДІКМ. Оскільки МДІКМ оперує кроками квантування виключно кратними 2^i , то в спецпроцесорі операції множення можна замінити операціями зсуву ліворуч.

Характеристики кодерів ДІКМ

Характеристики квантизаторів, що використовуються в кодерах ДІКМ і МДІКМ, показано на рис. 1. Жирними лініями показано характеристики трирозрядних кодерів, натомість для порівняння пунктирними лініями зображено характеристики кодера класичної ДІКМ з більшою розрядністю. На рис. 1,а зображено класичну характеристику ДІКМ, на рис. 1, б – її модифіковану версію МДІКМ1, а на рис. 1, в – характеристику МДІКМ2 без нульового значення. Нерівномірність характеристики квантизатора МДІКМ стає перевагою у випадку КА швидкозмінних сигналів, наприклад шумів, оскільки більші кроки порівняно з ДІКМ зменшують перевантаження МДІКМ кодера за крутістю. Як показали результати комп'ютерного моделювання, похибки перевантаження мають більший вплив на точність КА шумоподібних сигналів, ніж похибки квантування. Характеристика без нульового значення (рис. 1, в) дає змогу підвищити точність КА за рахунок введення додаткового кроку під час незмінної розрядності МДІКМ кодера.

Кроки квантування $\{s_i\}$ під час ДІКМ визначають так [1]

$$s_i = E_i |r_i| \varepsilon = r_i \varepsilon, \quad E_i = \text{sgn} \nabla y_i, \quad \varepsilon \neq 0, \\ \nabla y_i = y_i - y_{i-1} \approx y_i - \widehat{y}_i \approx s_i, \quad (6)$$

де ε – мінімальний ДІКМ крок квантування, y_i – відліки вхідного сигналу; \widehat{y}_i – сигнал апроксимації ДІКМ кодера, $\{r_i\}$ – коефіцієнти квантування, які залежать від вигляду характеристики ДІКМ кодера.

Коефіцієнти квантування для класичної ДІКМ

$$|r_i| \in \left\{ b \mid b = 1, 2^c - 1 \right\}, \quad (7)$$

де c – розрядність ДІКМ-коду.

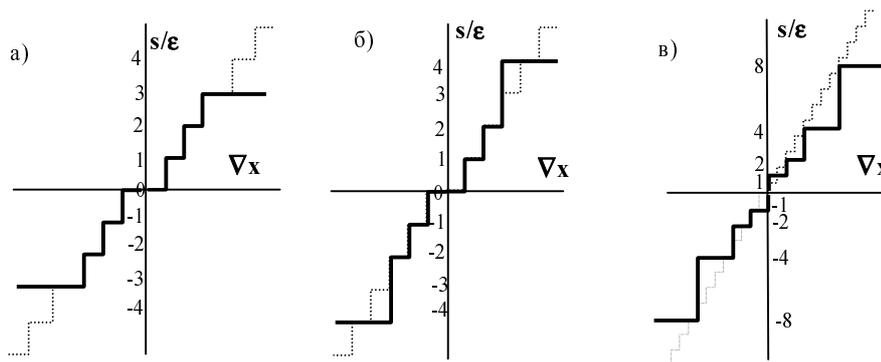


Рис.1. Характеристики трирозрядних кодерів ДІКМ
 а – класична ДІКМ; б – модифікована МДІКМ1;
 в – модифікована МДІКМ2 без нульового значення

Модифікована ДІКМ містить кроки квантування виключно кратні 2^j . Для такої характеристики коефіцієнти квантування описуються виразом

$$|r_i| = 2^j, \quad j \in \{b | b = 0, c-1\}. \quad (8)$$

Враховуючи (6), можемо вирази (3), (4) записати так

$$\begin{aligned} \hat{K}_{xy}(m) = & \frac{1}{N-m} [(N-m+1)\hat{K}_{xy}(m-1) - \dot{x}_{m-1}\dot{y}_0 - \\ & - \varepsilon(y) \sum_{k=m}^{N-1} |\dot{x}_k \cdot r_{k-m+1}^{(y)}| \operatorname{sgn} \nabla y_{k-m+1} \cdot \operatorname{sgn} x_k] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{K}_{xy}(-m) = & \frac{1}{N-m} [(N-m+1)\hat{K}_{xy}(-m+1) - \dot{y}_{m-1}\dot{x}_0 - \\ & - \varepsilon(x) \sum_{k=m}^{N-1} |\dot{y}_k \cdot r_{k-m+1}^{(x)}| \operatorname{sgn} \nabla x_{k-m+1} \cdot \operatorname{sgn} y_k] \end{aligned} \quad (10)$$

Алгоритм множення знаків під час використання двійкового коду має вигляд [1]

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn} x \cdot \operatorname{sgn} y = & 2 \left(\overline{B^{(x)} \oplus B^{(y)}} \right) - 1; \\ \operatorname{sgn} x \Rightarrow & B^{(x)}, \quad \operatorname{sgn} y \Rightarrow B^{(y)}, \quad B \in \{0,1\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Натомість операції множення на 2^i (для МДІКМ) можна здійснювати логічним зсувом ліворуч.

Виклад основного матеріалу

За допомогою комп'ютерного моделювання проводився кореляційний аналіз періодичного синусоїдального сигналу, змішаного з білим шумом, обмеженим за частотою у співвідношенні сигнал/шум $\text{SNR} = -18\text{дБ}$. Оцінки автокореляційної функції $\hat{K}_{xx}(m)$ обчислювалися в форматі ІКМ-ІКМ на підставі алгоритму (1) та у форматах ІКМ-ДІКМ і ІКМ-МДІКМ на підставі (9). Частота дискретизації f_d задавалася у вигляді відношення $\alpha = f_d / f_N$, де f_N – частота Найквіста для аналізованого періодичного сигналу.

Результати обчислень в змішаних форматах усереднювалися для 100-випадкових реалізацій сигналу і порівнювалися з аналогічними результатами обчислень для 8-розрядного формату ІКМ-ІКМ. Критерієм порівняння вибрано середньоквадратичну похибку КА, яку обраховували на підставі виразу

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \left(\frac{\hat{K}_{xx}^{(PCM)}(m) - \hat{K}_{xx}^{(DM)}(m)}{D_{xx}^{(PCM)}} \right)^2}, \quad (12)$$

де N – кількість зсувів ФК, вибраних для порівняння; $\hat{K}_{xx}^{(PCM)}$, $\hat{K}_{xx}^{(DM)}$ – оцінки ФК відповідно в форматі ІКМ-ІКМ та ІКМ-ДІКМ, $D_{xx}^{(PCM)}$ – дисперсія аналізованого сигналу в форматі ІКМ. Для порівняння кількість зсувів N дорівнювала 20 % від довжини досліджуваного сигналу.

Окрім того, досліджувалася середньоквадратична похибка σ_x апроксимації аналізованого сигналу кодерами ДІКМ з різною розрядністю залежновід відносного кроку квантування $\varepsilon / \varepsilon_{PCM}$, де ε_{PCM} – крок квантування 8-розрядної ІКМ. Ця похибка обчислювалася як відхилення від апроксимації 8-розрядною ІКМ. Усереднені результати обчислень показано на рис. 2, де використано такі позначення: MDK13 – 3-розрядна МДІКМ1, MDK43 – 3-розрядна МДІКМ2, MDK44 – 4-розрядна МДІКМ2, MDK14 – 4-розрядна МДІКМ1, DPCM3 – 3-розрядна ДІКМ, DPCM4 – 4-розрядна ДІКМ. Результати комп'ютерного моделювання показали, що мінімальна похибка апроксимації $\min(\sigma_{xDPCM4})$ досягається під час використання 4-розрядної ДІКМ, тому для наочності на рис. 2 показано залежності відносних похибок $\sigma_x / \min(\sigma_{xDPCM4})$ від відносних кроків квантування $\varepsilon / \varepsilon_{PCM}$.

Як впливає з наведених залежностей 3-розрядна МДІКМ апроксимує вхідний сигнал точніше ніж 3-розрядна ДІКМ. Кодер МДІКМ2 (без нуля) є точнішим від МДІКМ1, особливо під час великих значень ε , коли відсутнє перевантаження кодера за крутістю. Для 4-розрядної МДІКМ мінімум середньоквадратичної похибки досягається під час $\varepsilon = \varepsilon_{PCM}$, а під час $\varepsilon / \varepsilon_{PCM} \geq 4.5$ точність апроксимації порівняно з 3-розрядною МДІКМ вже не покращується.

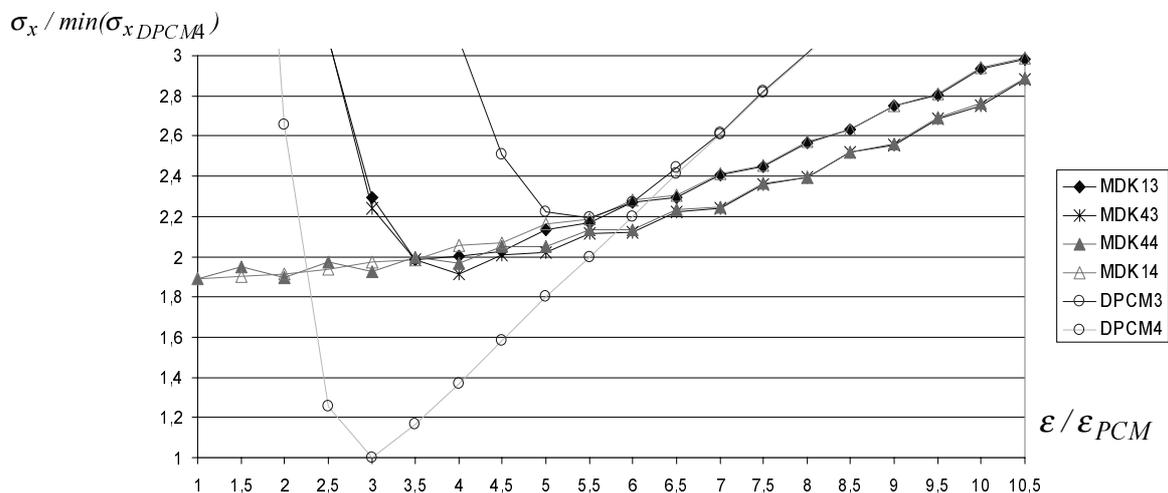


Рис. 2. Сімейство залежностей відносної середньоквадратичної похибки апроксимації $\sigma_x / \min(\sigma_{xDPCM4})$ від відносного кроку квантування $\varepsilon / \varepsilon_{PCM}$ для $\alpha=2$

Дослідження середньоквадратичної похибки σ_k кореляційного аналізу здійснювалося тільки для змішаного формату ІКМ-МДІКМ під час використання 3- і 4-розрядних кодів МДІКМ2. На рис. 3 подано сімейство залежностей σ_k від відносного кроку квантування для різних довжин сигналу та різних частот дискретизації під час використання 3-розрядної МДІКМ.

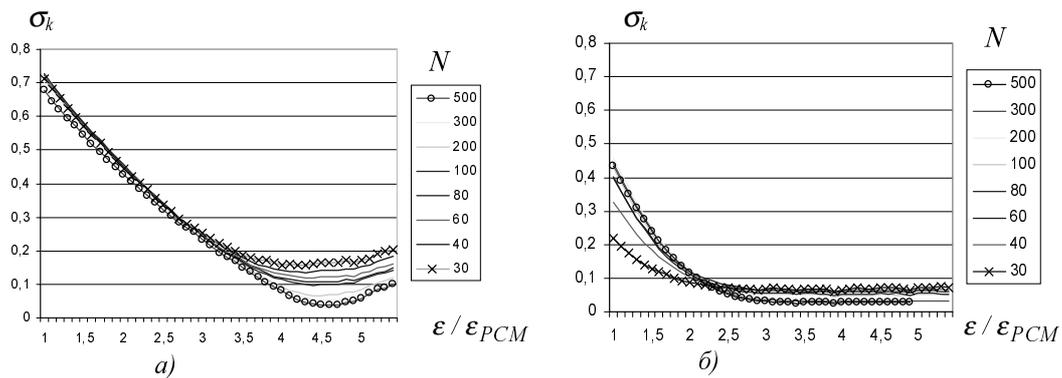


Рис. 3. Залежності σ_k від відношення $\epsilon / \epsilon_{PCM}$ для різних довжин сигналу, коли розрядність кодера МДІКМ2 становить 3, а – $\alpha = 1$, б – $\alpha = 5$

Як видно з рис. 3, а, для низьких частот дискретизації ($f_d = f_N$) похибка σ_k має явно виражений мінімум під час деякої оптимальної величині кроку квантування ϵ_{op} . Різке збільшення σ_k під час $\epsilon / \epsilon_{PCM} < 4.5$ обумовлене похибками перевантаження кодера, а повільне зростання під час $\epsilon / \epsilon_{PCM} > 4.5$ – похибками квантування. При збільшенні частоти дискретизації оптимальна величина кроку зменшується, а мінімум σ_k стає менше вираженим (рис. 3, б для $f_d = 5f_N$).

Залежність оптимального кроку квантування ϵ_{op} від частоти дискретизації для довжини часового ряду $N=300$ показано на рис. 4. Зі зменшенням частоти дискретизації зростає ймовірність перевантаження кодера за крутістю, компенсувати, яку можна збільшенням кроку квантування ϵ . Тому оптимальний крок ϵ_{op} , як видно з рис. 4, зі зменшенням α зростає, що супроводжується збільшенням σ_k (рис. 3).

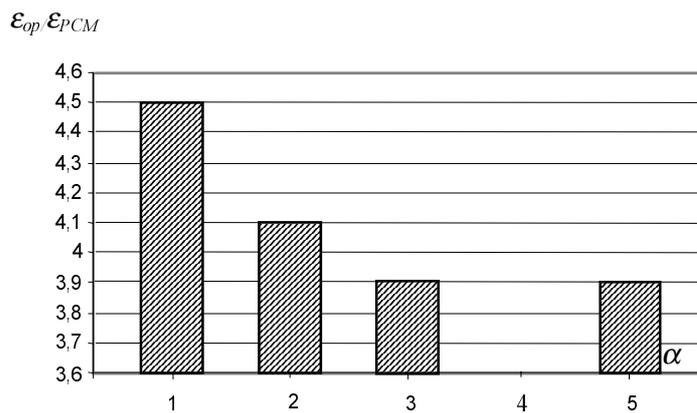


Рис. 4. Залежність $\epsilon_{op} / \epsilon_{PCM}$ від частоти дискретизації для $N=300$

Дослідження середньоквадратичної похибки σ_k для формату ІКМ-ДІКМ під час використання 4-розрядного кодера МДІКМ2 показали, що згідно з очікуваннями, які випливають з результатів, показаних на рис.2, точність обчислення $\hat{K}_{xx}(m)$ порівняно з 3-розрядною МДІКМ не покращується, якщо відсутнє перевантаження кодера за крутістю. Для прикладу на рис. 5 показано

сімейство залежностей середньоквадратичних похибок кореляційного аналізу від кроку квантування для різних довжин сигналу під час $\alpha = 1$. Похибка σ_k в цьому випадку мало залежить від величини кроку ε . Під час збільшення частоти дискретизації якісна картина для показаних залежностей не міняється.

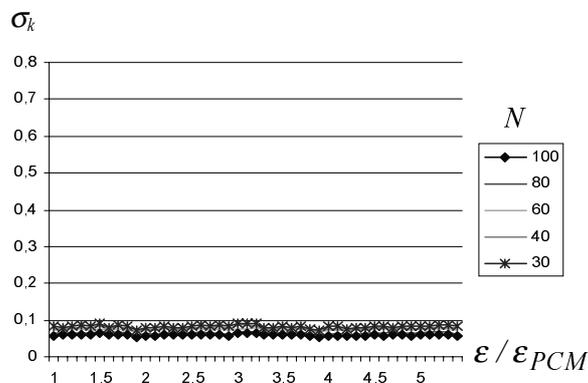


Рис. 5. Залежності σ_k від відношення $\varepsilon / \varepsilon_{PCM}$ для різних довжин сигналу, коли розрядність кодера МДІКМ2 становить 4, $\alpha = 1$

Висновки

Використання модифікованих характеристик МДІКМ-кодерів з кроками квантування кратними 2^i дає змогу спростити структуру корелятора, який оможливістю заміни операцій багаторозрядного перемноження на прості логічні операції зсуву ліворуч. Найбільша точність обчислення оцінки автокореляційної функції під час аналізу шумоподібних сигналів досягається у випадку застосування 3-розрядних кодерів МДІКМ з характеристикою без нульового значення. Збільшення розрядності МДІКМ-кодерів не покращує точності КА порівняно з 3-розрядною МДІКМ.

1. Погрибной В.А. Дельта-модуляция в цифровой обработке сигналов. – М., 1990. 2. Pogribny W., Rozhankivsky I., Drzycimski Z., Milewski A. Differential correlation analysis of short time series / Algorithms, Devices, and Systems for Optical Information Processing III, Proceedings of SPIE. – 1999. – Vol. 3804. – P. 224–232. 3. Погрибний В.О., Рожанківський І.В., Джицімські З., Собульські А. Різницеві методи в кореляційному аналізі коротких рядів // Вимірювальна техніка та метрологія. – 1996. – Вип.52. – С.13–17. 4. Pogribny W., Rajs A. Dokładność algorytmów modulacji delta z krokami kwantowania będącymi potęgą liczby 2 // KST'1999. – 1999. – Т. В. – S. 44–51. 5. Pogribny W., Sobólski A., Drzycimski Z. Metody zwiększania dokładności z krokami kwantowania będącymi potęgą liczby 2 // KST'1999. – 1999. – Т.В — S. 36–41.