МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

**Костючко Сергій Миколайович**

УДК 510.589+681.587.72

# МЕТОД ДОПОМІЖНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ЧУТЛИВОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ І СИНТЕЗУ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

01.05.02 – *математичне моделювання та обчислювальні методи*

**Автореферат**

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 2015

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному університеті «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник – доктор технічних наук, професор
**Чабан Василь Йосипович,**
Національний університет «Львівська політехніка», професор кафедри теоретичної та загальної електротехніки

Офіційні опоненти – доктор технічних наук, професор
**Мохор Володимир Володимирович,**
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", завідувач кафедри кібербезпеки та застосування спеціальних інформаційних систем та технологій

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
**Куриляк Дозислав Богданович,**
Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, завідувач відділом фізичних основ діагностики матеріалів

Захист відбудеться 21 жовтня 2015 року о $14^{00}$ год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному унівеситеті «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12).

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічній біблотеці Національного унівеситету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розісланий «17» вересня 2015 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор Р.А. Бунь

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** На сучасному етапі розвитку теорії та практики проектування та експлуатації нелінійних технічних систем, потреба в методах математичного моделювання, які дають змогу обчислювати параметричну чутливість дуже велика. Наприклад, у задачах оптимального проектування важливо знати, як впливають на ті чи інші характеристики об'єкта сталі параметри. Про міру такого впливу судять саме за функцією параметричної чутливості. Є досить широкий клас задач, для розв'язання яких потрібно застосовувати апарат теорії чутливості. Задача аналізу складається з чотирьох етапів: розрахунку перехідних і усталених процесів, визначення статичної стійкості останніх, дослідження параметричних чутливостей. Саме заключний етап перекидає місток у задачу синтезу. Сучасна теорія параметричної чутливості нелінійних систем ґрунтується на загальній теорії звичайних диференціальних рівнянь. Але практичне застосування її наразилося на непоборну трудність побудови диференціальних рівнянь чутливості. Тому у реальних технічних задачах існуючі класичні підходи не дають змоги отримати прийнятні результати. У результаті чого вона виявилася застосовна лише в найпростіших випадках, але не застосовна в прикладних задачах, які розглядаються у цьому дослідженні – нелінійних виконавчих об'єктах, у яких взаємодіють процеси різного фізичного походження – механічні та електричні. Для подолання цих труднощів у цій роботі запропоновано ввести в розгляд так звану допоміжну модель параметричної чутливості, як співмножника до матриці коефіцієнтів диференціальних рівнянь стану, записаних у нормальній формі Коші.

Методи аналізу параметричної чутливості виконавчих об'єктів нелінійних систем будуються на підставі їхніх математичних моделей. У дисертаційній роботі використано відомі математичні моделі виконавчих об'єктів нелінійних систем, які пройшли успішну апробацію на практиці і мають структуру, що найбільше відповідає розв'язуваній задачі. Ця робота орієнтована на аналіз складних систем, що містять досліджувані виконавчі об'єкти. Тому, щоб врахувати всі можливі стани системи, у роботі удосконалено існуючі математичні моделі в предметній області дослідження, які б дали змогу зняти обмеження на симетричність стану системи, можливість появи розривних функцій невідомих. Удосконалені моделі є результатом математичних трансформацій над відомими вихідними моделями у полі прийнятих їхніх вихідних припущень, тому вони забезпечують збіг з основними засадами класичної теорії в предметній області дослідження.

Розроблений загальний підхід побудови диференціальних рівнянь чутливості ґрунтується на ідеї використання допоміжних рівнянь стану, де вихідні диференціальні рівняння стану, записані в узагальнених координатах і швидкостях, заміняються диференціальними рівняннями стану записаними в узагальнених імпульсах. Це стосується як звичних механічних представлень, так і аналогічних їм представлень у будь-якій предметній області, наприклад динаміці, електродинаміці, електромеханіці тощо. Для практичної реалізації запропонованого методу в дисертаційній роботі постала дилема. Чи зробити вибір на користь механічних систем, чи електричних. Урешті-решт було знайдене компромісне рішення – електромеханічних, як найскладніших на даний час з точки зору математичного моделювання. Саме у таких системах зосереджене сузір'я усіх труднощів, які постають у процесі практичної реалізації. Разом з тим тут виникла трудність математичного моделювання, яка виникає на стику взаємодії процесів різного фізичного походження. Показавши працездатність запропонованого методу побудови допоміжних рівнянь чутливості, на вибраних прикладних задачах можна стверджувати, що метод є загальним.

Використані математичні моделі виконавчих об'єктів нелінійних систем одержано на підставі теорії електромаґнетних кіл, а не електричних. Це не тільки спрощує процес одержання таких моделей, а й дає змогу записати рівняння стану в нормальній формі Коші, а відтак дає змогу аналізувати довготривалі процеси, які, зазвичай, мають місце на практиці.

Таким чином, теорія чутливості нелінійних систем є тим об'єднуючим фактором, що дає змогу аналізувати задачу аналізу фізичної системи вцілому на підставі спільної математичної основи, якою є загальна теорія нелінійних диференціальних рівнянь на якій будуються єдині алгоритми аналізу не тільки параметричних чутливостей, але й перехідних і усталених процесів, а заодно й статичної стійкості останніх, що є на часі сучасного математичного моделювання.

Запропонований метод допоміжної параметричної чутливості дає досліднику надійний обчислювальний засіб на підставі єдиного математичного апарату розв'язання задачі Коші для нелінійних диференціальних рівнянь, двоточкової крайової задачі для нелінійних диференціальних рівнянь, визначення статичної стійкості періодичних станів, і, що основне, розв'язання задачі Коші і двоточкової крайової задачі лінійних параметричних рівнянь чутливості. Найважливіше те, що запропонований метод усуває потребу диференціювання правих частин вихідних рівнянь за аргументом у області лінійних перетворень.

Для аналізу періодичних станів систем з невідомими різних частот у роботі широко використовується теорія приведення вихідних диференціальних рівнянь у області лінійних перетворень.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконана в межах держбюджетних науково-дослідних робіт:

– «Методи та засоби візуального виявлення та ідентифікації літальних апаратів у полі зору відеокамери», 2011-2013 рр., номер держреєстрації 0111U009068 (розробка та аналіз методів оцінки якості порівняння зображень);

– «Математичне моделювання електромагнетних процесів у системах із зосередженими й розподіленими параметрами», 2014-2018 рр., номер держреєстрації 0114U001228 (побудова математичних моделей виконавчих об'єктів нелінійних систем, дослідження параметричної чутливості виконавчих об'єктів).

Результати досліджень використовуються у навчальному процесі при підготовці фахівців спеціальності «Системна інженерія» (акт № 67-01-398 від 23.03.2015 р.).

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є розвиток методів математичного моделювання параметричних чутливостей у складних динамічних системах.

Для досягнення цієї мети необхідно було розв'язати такі задачі.

1. Здійснити аналіз відомих принципів та підходів для дослідження параметричної чутливості нелінійних систем і на підставі його вибрати найперспективніший.

2. Розвинути метод побудови функцій чутливостей на складні нелінійні системи на підставі запропонованого методу допоміжної параметричної чутливості.

3. На підставі методу допоміжної параметричної чутливості дослідити параметричні чутливості реальних технічних пристроїв.

4. Використовуючи розроблений метод, удосконалити математичні моделі нелінійних виконавчих об'єктів комп'ютеризованих систем для можливості аналізу несиметричних станів системи і появи розривних часових функцій.

5. Провести необхідний об'єм комп'ютерних симуляцій для підтвердження працездатності розробленого методу, а заодно, на прикладі найпростішого пристрою, показати повну відповідність одержаних результатів тим, що випливають із класичної теорії в обхід побудови допоміжних рівнянь чутливості.

*Об'єкт дослідження:* нелінійні динамічні системи амплітудно-частотного керування електромеханічними пристроями.

*Предмет дослідження:* математичні моделі виконавчих об'єктів нелінійних динамічних систем.

**Методи дослідження.** Для розроблення математичних моделей виконавчих об'єктів нелінійних систем використана теорія електромагнетних кіл, теорія диференціального і інтегрального числення. При аналізі перехідних і усталених процесів використано загальна теорія нелінійних диференціальних рівнянь, числові методи. Розроблення нового методу дослідження параметричної чутливості вимагає використання загальної теорії чутливості неперервних систем.

**Наукова новизна одержаних результатів:**

– уперше, на підставі загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь, розроблено метод дослідження параметричних чутливостей складних динамічних систем мультиплікативним представленням матриці коефіцієнтів нелінійних динамічних систем та матриці допоміжних параметричних чутливостей;

– уперше розроблено математичні моделі перехідної та усталеної параметричної чутливості електромеханічних пристроїв комп'ютеризованих систем управління та показано її ефективність для їх опису, зокрема для асинхронного трифазного та однофазного конденсаторного мотора;

– уперше розроблено математичну модель перехідної параметричної чутливості трифазного електромеханічного пристрою при однофазному живленні з метою аналізу його несиметричних станів;

– удосконалено математичні моделі трифазних виконавчих електромеханічних пристроїв, на випадок однофазного живлення з метою аналізу несиметричних станів системи, пов'язаних з обривами в колах живлення і появи при цьому можливих розривних часових функцій струмів.

**Практичне значення одержаних результатів.** Розроблений метод допоміжної параметричної чутливості дає змогу досліджувати електромеханічні пристрої комп'ютеризованих систем амплітудно-частотного управління, а також оцінювати вплив параметрів цих систем.

Результати роботи впроваджено в навчальний процес в Національному університеті «Львівська політехніка». Алгоритм розрахунку параметричної чутливості нелінійних систем використано у приватному підприємстві «АРТ-ЕНЕРГО», м. Львів, для вибору оптимальних параметрів електрообладнання. Акти використання результатів дисертаційного дослідження подано в додатках до дисертації.

**Особистий внесок здобувача.** Усі теоретичні та числові експериментальні дослідження виконано автором самостійно. У роботах, написаних у співавторстві, здобувачу належить:

[1] – метод дослідження параметричної чутливості складних нелінійних систем, участь у постановці числового експерименту;

[3, 4, 10, 15] – розробка математичних моделей досліджуваних виконавчих об'єктів нелінійних систем та постановка обчислювального експерименту;

[5, 7, 9, 16] – аналіз та постановка обчислювального експерименту;

[6] – метод допоміжної параметричної чутливості та поширення цього методу на один з виконавчих об'єктів нелінійних систем, проведення симуляцій параметричних чутливостей виконавчих пристроїв;

[8, 11, 14] – розробка алгоритму аналізу параметричної чутливості перехідних та усталених періодичних станів виконавчих пристроїв нелінійних систем, проведення комп'ютерних симуляцій;

[12, 13] – розроблення математичних моделей трифазного виконавчого об'єкта при однофазному живленні, постановка обчислювального експерименту.

**Апробація результатів дисертації:**

Основні результати дисертаційної роботи були обговорені та отримали позитивну оцінку на таких науково-технічних конференціях:

ІІІ та IV міжнародних науково-технічних конференціях з підвищення рівня ефективності енергоспоживання в електротехнічних пристроях і системах (Луцьк; 28-30 червня 2010, 14-16 квітня 2012).

The 15th–19th International Modelling Schools of Association for the Advancement of Modelling and Simulation Techniques in Enterprises - Ukraine and Poland (Alushta, 05-10 September 2010, 05-10 September 2011, 05-10 September 2012, 05-10 September 2013; Lviv, 30-31 October 2014).

**Публікації.** За тематикою дисертаційної роботи опубліковано 16 наукових робіт, серед яких: 4 публікації у періодичних виданнях України, що входять до міжнародних наукометричних баз даних [1-4], 4 статті у виданнях, що входять до переліку наукових фахових видань з технічних наук [5-8], 2 розділи у колективних монографіях [9-10], 4 статті в інших наукових виданнях [11-14] та 2 публікації у матеріалах і тезах доповідей наукових конференцій [15, 16].

**Структура дисертації.** Дисертація складається із вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел з 139 найменувань, розташованого на

13 сторінках, і додатків. Повний обсяг дисертації складає 161 сторінку, з них 123 сторінки основного тексту. Робота містить 96 рисунків.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми, мету та основні задачі дослідження. Описано зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Сформульовано наукову новизну отриманих результатів. Даються дані про особистий внесок здобувача, апробацію результатів роботи та публікації.

**Перший розділ** присвячено огляду літературних джерел, постановці задачі роботи та прийнятті вихідних припущень.

Процес дослідження нелінійних систем ставить перед науковцями цілу низку задач. Їх можна класифікувати відповідно до етапів процесу, а саме, на задачі пов'язані з проектуванням систем та їх обслуговуванням. Задачі пов'язані з проектуванням систем є значно складніші. Під параметричною чутливістю нелінійних систем розуміють залежність її невідомих від швидкості зміни постійних параметрів цієї системи. Питання чутливості розглядалися також у теорії помилок в обчислювальній математиці, у теорії електричних кіл, у класичній механіці і т.д. Розвиток теорії чутливості, як самостійний розділ науки, припав на шістдесяті роки. Бурхливий розвиток теорії адаптивних систем у значній мірі призвів до цих розробок.

Перебуваючи на стадії стрімкого розвитку, теорія параметричної чутливості потребує все досконалішого вивчення та дослідження. Не дивлячись на те, що деякі роботи по теорії чутливості опубліковані досить давно, літератури, що містить систематичний виклад цього питання є досить мало та вона, на жаль, обмежується журнальними статтями.

В дисертаційній роботі постала проблема не тільки побудувати і дослідити моделі параметричної чутливості нелінійних систем, а й розробити алгоритми та комп'ютерні програми, які б давали можливість досліджувати вплив тих чи інших постійних параметрів виконавчих об'єктів на їх поведінку, причому аналіз здійснювати з наперед заданою точністю. Провести необхідні комп'ютерні симуляції для підтвердження теоретичних розробок.

До числа постійних параметрів досліджуваного об'єкта можуть належати деякі параметри зовнішньої системи, а також різні величини, які не мають прямого фізичного змісту, але входять у параметричну модель, наприклад, коефіцієнти відповідних диференціальних рівнянь. У зв'язку з цим для вихідної реальної системи та її моделі термін «параметр» має розширене значення. Таке трактування терміну параметр дає змогу розширити круг задач, що розглядаються, оскільки дає можливість вивчати вплив на систему різних зовнішніх і внутрішніх факторів.

**Другий розділ** містить загальні теоретичні положення дисертаційної роботи, одержані на підставі загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь. Описано рівняння електромагнетного кола, двоточкову періодичну крайову задачу для диференціальних рівнянь стану, принцип побудови математичних моделей нелінійних систем, метод аналізу параметричної чутливості.

У роботі розглянуто магнетні, електричні та електромагнетні кола. До числа невідомих в електричних колах відносять інтегральні величини електричного поля – струми обмоток та електричні напруги. У магнетних колах до числа невідомих відносять інтегральні величини магнетного поля – магнетні потоки і магнетні напруги. В електромагнетних колах до числа невідомих належать як перші, так і другі величини. Саме на підставі теорії електромагнетних кіл уперше вдалося побудувати диференціальні рівняння математичних моделей досліджуваних пристроїв у нормальній формі Коші, що значно спростило процес аналізу вцілому.

В електромеханічних пристроях відбувається перетворення електромагнетної енергії у механічну або навпаки. Тому тут до рівнянь електромагнетного стану пристрою додаються рівняння механічного руху.

Принцип побудови математичних моделей є одними з найголовніших в математичному моделюванні. Від вигляду математичної моделі залежить її дискретний аналог, який потім реалізують на комп'ютерній техніці. Від аналогу залежить наскільки здійснювані обчислення будуть об'ємними та яку вони матимуть точність розрахунків, а це визначає і конкурентну здатність моделі.

У виконавчих об'єктах мають місце електромагнетні й електромеханічні процеси. Тут до числа невідомих належать як електромагнетні (струми, напруги, потокозчеплення, ЕРС), так і механічні (швидкість обертання, кут повороту, електромагнетний й механічний моменти, тощо) величини. Електромагнетні процеси є окремим випадком електромеханічних, коли рівняння механічного руху виключаються із загальної системи диференціальних рівнянь стану.

Задачу розрахунку параметричної чутливості найпростіше розв'язувати на підставі рівняння чутливості (рівняння першої варіації від рівнянь стану).

Диференціальне рівняння стану виконавчого пристрою запишемо в загальному вигляді:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t),\ \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(\boldsymbol{\lambda}),\ t_0 = t(\boldsymbol{\lambda}), \tag{1}$$

де $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)_t$, $\mathbf{f}_1 = (f_1, f_2, ..., f_n)_t$ – вектор невідомих і вектор-функція невідомих, $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m)$ – колонка сталих параметрів, $\mathbf{x}_0$ – вектор початкових умов, $t_0$ – початковий час.

Диференціюючи (1) за $\boldsymbol{\lambda}$, отримаємо рівняння чутливості

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{S} + \frac{\partial \mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \boldsymbol{\lambda}},\ \mathbf{S} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\lambda}},\ \mathbf{S}_0 = \frac{\partial \mathbf{x}_0}{\partial \boldsymbol{\lambda}} - \mathbf{f}_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t_0)\frac{\partial t_0}{\partial \boldsymbol{\lambda}}. \tag{2}$$

де $\mathbf{S}$ – матриця параметричних чутливостей.

Зауважимо, що рівняння (2) є неоднорідним лінійним параметричним рівнянням.

Оскільки рівняння (1) має періодичний розв'язок $\mathbf{x}(T) = \mathbf{x}(0)$, то рівняння (2) має теж періодичний розв'язок $\mathbf{S}(T) = \mathbf{S}(0)$.

Взяття частинних похідних за $\mathbf{x}$ і $\boldsymbol{\lambda}$ у правій частині (2) – досить складна задача, а то й не здійсненна. Тому для її розв'язання введемо нову колонку невідомих $\mathbf{y}$. Така заміна має зміст лише тоді, коли відомий зв'язок між $\mathbf{x}$ і $\mathbf{y}$. У аналізованому класі задач його можна подати як:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{G}_s(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})\mathbf{x}, \tag{3}$$

де $\mathbf{G}_s(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$ – матриця статичних параметрів.

Рівняння стану досліджуваної нелінійної системи стосовно вектора $\mathbf{y}$ запишемо також у загальному вигляді:

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t). \tag{4}$$

Заміну $\mathbf{x}$ на $\mathbf{y}$ треба здійснювати так, щоб рівняння (4) було простіше за рівняння (1). Для цього достатньо рівняння, записані в узагальнених швидкостях, замінити на відповідні рівняння, записані в узагальнених імпульсах. Наприклад, у задачах електромеханіки струми трактуються як узагальнені швидкості, а потокозчеплення, як узагальнені імпульси.

Введемо матрицю допоміжних параметричних чутливостей $\boldsymbol{\chi}$ по відношенню до вектора $\mathbf{y}$. Для цього продиференціюємо (3) за $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\frac{d\boldsymbol{\chi}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{S} + \frac{\partial \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \boldsymbol{\lambda}},\ \boldsymbol{\chi} = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \boldsymbol{\lambda}},\ \boldsymbol{\chi}_0 = \mathbf{G}_d^{-1}, \tag{5}$$

де $\mathbf{G}_d = \mathbf{G}_d(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$ – матриця диференціальних параметрів досліджуваного пристрою.

Рівняння (5) теж має періодичний розв'язок $\boldsymbol{\chi}(t)$. Функція $\boldsymbol{\chi}(t)$, крім виконуваної допоміжної ролі, нерідко становить самостійний інтерес.

Установимо зв'язок між матрицями параметричних чутливостей $\mathbf{S}$ і $\boldsymbol{\chi}$. Для цього продиференціюємо (3) за $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\mathbf{S} = \mathbf{G}_d^{-1}\left(\boldsymbol{\chi} - \frac{\partial \mathbf{G}_s}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\mathbf{x}\right). \tag{6}$$

Структура матриці $\mathbf{G}_S$ набагато простіша, ніж $\mathbf{G}_d$, тому взяття похідної $\partial \mathbf{G}_s / \partial \boldsymbol{\lambda}$ не має перешкод.

Підставивши (6) у (5), отримаємо шукане неоднорідне лінійне диференціальне рівняння допоміжної параметричної чутливості:

$$\frac{d\boldsymbol{\chi}}{dt} = \frac{\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}_d^{-1}\left(\boldsymbol{\chi} - \frac{\partial \mathbf{G}_s}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\mathbf{x}\right) + \frac{\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \boldsymbol{\lambda}}. \tag{7}$$

Якщо прийняти, що $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{x}(0)$ (де $\mathbf{x}(0)$ – колонка початкових умов, яку на відміну від (1) тепер, для зручності, позначатимемо саме так), то (7) вироджується в однорідне рівняння

$$\frac{d\boldsymbol{\chi}}{dt} = \frac{\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}_d^{-1}\boldsymbol{\chi}, \tag{8}$$

що описує модель чутливості до початкових умов.

$T$-періодичний розв’язок рівняння (1) має задовольняти рівнянню цілі

$$f(\mathbf{x}(0)) = \mathbf{x}(0) - \mathbf{x}(T) = 0. \tag{9}$$

Диференціальні рівняння (1) і граничні умови (9) становлять двоточкову $T$–періодичну крайову задачу для диференціальних рівнянь стану. Розв’язання цієї задачі доцільно здійснювати методом побудови моделі чутливості до початкових умов, як таким, що дає найповнішу інформацію для розрахунку усталених станів, визначення їх статичної стійкості, а також усталених параметричних чутливостей.

Трансцендентне рівняння (9) необхідно розв’язувати ітераційним методом Ньютона

$$\mathbf{x}(0)^{(s+1)} = \mathbf{x}(0)^{(s)} - f'\left(\mathbf{x}(0)^{(s)}\right)^{-1} f\left(\mathbf{x}(0)^{(s)}\right). \tag{10}$$

Матрицю Якобі $f'(\mathbf{x}(0))$ отримаємо диференціюванням за $\mathbf{x}(0)$ рівняння цілі (9)

$$f'(\mathbf{x}(0)) = \mathbf{E} - \mathbf{\Phi}(T); \quad \mathbf{\Phi}(T) = \partial\mathbf{x}(\mathbf{x}(0), T)/\partial x(0); \quad \mathbf{\Phi}(T) = \mathbf{A}(T)\boldsymbol{\chi}(T), \tag{11}$$

де $\mathbf{A}$ – матриця коефіцієнтів рівнянь стану, записаних у нормальній формі Коші. Матриця $\mathbf{\Phi}(T)$ називається матрицею монодромії.

Матриця монодромії є, по суті, матрицею чутливостей до початкових умов. Кожний її рядок можна розглядати як градієнт певної змінної у просторі початкових умов, а кожен її стовпець характеризує чутливість усієї множини змінних до однієї і тієї ж початкової умови, тобто їхню швидкість зміни за відповідною початковою умовою.

При розв’язанні системи рівнянь (1), (8), (10) отримаємо усталений процес, що дає змогу перейти до наступного етапу аналізу: розрахунку параметричної чутливості.

Матрицю параметричної чутливості (2) розіб’ємо на стовпчики і запишемо як вектор

$$\mathbf{S} = (\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, ..., \mathbf{S}_m), \tag{12}$$

де $m$ – число елементів вектора постійних параметрів $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\lambda}$ = const. Причому $\mathbf{S}_i = \partial\mathbf{y}/\partial\lambda_i$, $i = 1,2,...,m$ є вектори параметричних чутливостей елементів вектора $\mathbf{y}$ до окремих сталих параметрів.

Умову періодичного розв’язку диференціального рівняння (2) запишемо у вигляді (9):

$$f(\mathbf{S}_i(0)) = \mathbf{S}_i(0) - \mathbf{S}_i(T), \; i = 1,2,...,m. \tag{13}$$

Рівняння (13) розв’язуємо також ітераційним методом Ньютона, але оскільки (2) є лінійне рівняння, то розв’язок отримуємо за одну ітерацію за будь-якого початкового наближення. Тому приймаємо його нульовим. Тоді формула (10) набуває вигляду:

$$\mathbf{S}_i(0)^{(1)} = f'\left(\mathbf{S}_i(0)^{(0)}\right)^{-1} \mathbf{S}_i(T)^{(0)}, \; i = 1,2,...,n. \tag{14}$$

Метод побудови моделей чутливості до початкових умов успішно пройшов апробацію у комп'ютерних програмах розрахунку усталених процесів (стійких і нестійких, симетричних і несиметричних) виконавчих об'єктів і ферорезонансних станів. Комп'ютерні програми, виконані на цій основі, за об'ємом як пам'яті, так і обчислень значно простіші за існуючі, що ґрунтуються на розрахунках у позачасовій області, і вигідно відрізняються від них можливістю здійснювати розрахунок з наперед заданою точністю, гарантованою ітераційною формулою Ньютона.

У **третьому розділі** розроблено математичні моделі виконавчих об'єктів на прикладі трифазного асинхронного мотора, конденсаторного однофазного асинхронного мотора, трифазного асинхронного мотора в однофазному стані. Розв'язано двоточкову крайову задачу для диференціальних рівнянь стану, наведено результати комп'ютерної симуляції.

Математичні моделі нелінійних систем одержано за загальновживаними припущеннями, прийнятими при їх побудові:

– не враховуються втрати в сталі;

– магнетне поле умовно розділено на дві частини – основне й дисипації, основне поле вважається плоскопаралельним;

– зубчасті зони замінені еквівалентними гладкими магнетними шарами.

Ці допущення стосуються лише окремих елементів системи.

Частота струмів в нерухомих і рухомих контурах різна. Щоб звести систему до однієї частоти, зокрема нерухомих контурів, обмотки рухомих контурів пристрою приводяться за числом витків і за частотою до обмоток нерухомих контурів. Отже, вони обтікаються не фізичними, а приведеними струмами в області лінійних перетворень. Це дає змогу однозначно визначити період невідомих *T*.

Як приклад виконавчого об'єкта використаємо трифазний асинхронний мотор загальнопромислового призначення. Рівняння (1) такого пристрою презентує відому його А-модель

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{A}(\mathbf{u} - \mathbf{\Omega}'\mathbf{\Psi} - \mathbf{R}\mathbf{i}), \tag{15}$$

де $\mathbf{i} = (i_{SA}, i_{SB}, i_{RA}, i_{RB})$ – колонка струму статора та перетворені струми обмотки ротора; $\mathbf{u}=(u_{SA},\ u_{SB}, 0, 0)_t$, – колонка фазних напруг обмотки статора; $\Psi_{RA}, \Psi_{RB}$ – повні потокозчеплення обмотки ротора; $\mathbf{\Omega}$ – матриця кутової швидкості; $\mathbf{R}$ – колонка резистивних опорів обмоток статора й ротора.

Диференціальне рівняння (4), що відповідає (15) запишемо у вигляді

$$\frac{d\mathbf{\Psi}}{dt} = \mathbf{u} - \mathbf{\Omega}'\mathbf{\Psi} - \mathbf{R}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{\Psi}, \tag{16}$$

де $\mathbf{L}^{-1}$ – обернена матриця статичних індуктивностей.

Запишемо рівняння механічного руху у вигляді

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J}(M_E - M(\omega)),\ M_E = \sqrt{3}p_0(\Psi_{SA}i_{SB} - \Psi_{SB}i_{SA}), \tag{17}$$

де $M = M(\omega, t)$ – механічний момент; $J$ – момент інерції; $p_0$ – кількість пар магнетних полюсів приладу; $\Psi_{SA}, \Psi_{SB}$ – повні потокозчеплення обмотки статора; $M_E$ – електромагнетний момент. Колонка невідомих має вигляд $\mathbf{x} = (i_{SA}, i_{SB}, i_{RA}, i_{RB}, \omega)_t$.

У випадку однофазного конденсаторного мотора з трифазною обмоткою статора рівняння ускладнюється за рахунок коденсатора

$$\frac{du_c}{dt} = -\frac{i_{SA} + i_{SB}}{C}. \tag{18}$$

У такому випадку колонка невідомих розширюється за рахунок напруги конденсатора $\mathbf{x} = (i_{SA}, i_{SB}, i_{RA}, i_{RB}, \omega, u_C)_t$. Тоді (15) та (16) ускладнюється за рахунок появи напруги конденсатора.

При відсутності конденсатора накладається умова $i_{SB} = -i_{SA} = i_S$, а колонка невідомих приймає вигляд $\mathbf{x} = (i_S, i_{RA}, i_{RB}, \omega)_t$. Якщо розрахунок перехідних процесів виконавчих об'єктів нелінійних систем звести до розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь стану, то побудовані на цій основі алгоритми дають змогу розраховувати не тільки перехідні процеси, а й перехідну параметричну чутливість на спільній математичній підставі загальної теорії звичайних нелінійних диференціальних рівнянь.

Однофазний стан насиченого трифазного асинхронного мотора – достатньо частий випадок у практиці експлуатації систем керування. Він може бути наперед передбачуваний за відсутності трифазного джерела живлення, а може бути як аварійний у робочому стані за трифазного живлення. Математична модель такого стану роботи призначена для аналізу роботи виконавчого об'єкта автономно, так і – як елемента складної системи.

Характерною особливістю однофазного стану трифазного асинхронного мотора є те, що запуск його можливий тільки за умови розгону до деякої критичної початкової швидкості в прямому або реверсному напрямках.

Задля наочності на рис. 1 показано часові перебіги кутової швидкості двох виконавчих пристроїв – однофазного конденсаторного мотора та асинхронного трифазного мотора в однофазному стані живлення. Як видно конденсаторний мотор успішно запускається при нульовій початковій кутовій швидкості. У той час як для трифазного мотора при однофазному живленні необхідно було задати не нульові початкові умови, щодо швидкості. На лівому і правому рисунках є по дві часові залежності $\omega = \omega(t)$, які відповідають пуску кожного з пристроїв при відсутності навантаження і при його наявності. Логічно, що при наявності навантаження на валу пристрою час розгону збільшується. А у випадку відсутності конденсатора можна спостерігати навіть провал швидкості на початковому етапі перехідного процесу. Аби показати істиний перебіг процесу в усталеному стані на лівому рисунку показано в кружку відповідні залежності при значно збільшеному масштабі. Як видно усталений процес має також коливний періодичний характер, але за мізерної амплітуди коливання.

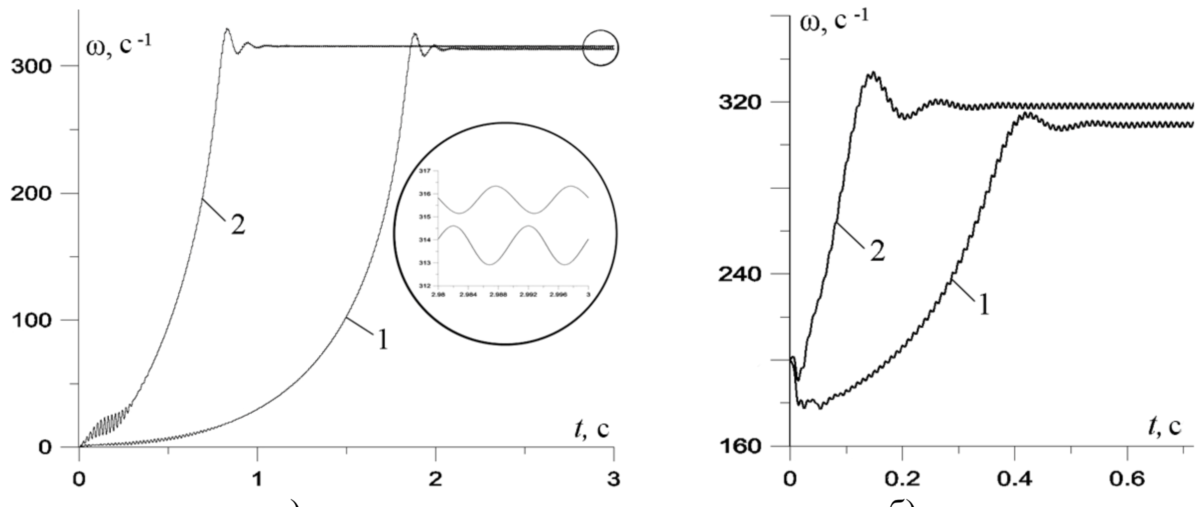



Рис. 1. Залежність $\omega = \omega(t)$ при запуску: а) однофазного конденсаторного мотора (1 – пуск ненавантаженого виконавчого мотора, 2 – навантаженого активним моментом 5 Нм); б) асинхронного мотора в однофазному стані при $\omega(0)^{(0)} = 200$ с$^{-1}$ (1 – пуск ненавантаженого виконавчого об'єкта, 2 – навантаженого активним моментом 0,2 Нм)

Нові математичні моделі трифазного електромеханічного пристрою в однофазному стані при наявності і відсутності конденсатора одержані з відомих добре апробованих математичних моделей на підставі суворих математичних перетворень. Тому вони забезпечують таку ж точність аналізу, що у вихідних, підтверджену всестороннім експериментом.

У **четвертому розділі** узагальнено основні засади другого і третього розділів. Побудовано допоміжну модель параметричної чутливості, досліджено параметричну чутливість згаданих вище виконавчих об'єктів нелінійних систем. Допоміжна модель параметричної чутливості узагальнює допоміжну модель чутливості до початкових умов.

Допоміжна модель параметричної чутливості – це той ключ, що уможливив використання найсучасніші досягнень теорії звичайних нелінійних диференціальних рівнянь до аналізу трьох з чотирьох основних етапів аналізу будь-якої фізичної системи, а саме: розрахунку усталених процесів, визначення їхньої статичної стійкості і параметричної чутливості.

Покажемо алгоритм дослідження параметричної чутливості для загального випадку. Вигляд тих чи інших матриць залежить від досліджуваного конкретного виконавчого об'єкта нелінійної системи.

Сумісному інтегруванню на інтервалі $[0,T]$ підлягають диференціальні рівняння (15) та (17) при початкових умовах, що виключають перехідну реакцію, і рівняння

$$\frac{d\boldsymbol{\chi}}{dt} = -(\mathbf{\Omega} + \mathbf{RA})\boldsymbol{\chi} + \mathbf{F}, \tag{19}$$

причому тут

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} + \mathbf{R}\mathbf{L}^{-1}\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\mathbf{I} - \frac{\partial \mathbf{\Omega}'}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\mathbf{\Psi} - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\mathbf{I},$$

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}}{dt} = \frac{p_0}{J}\left(\frac{\partial M_E}{\partial \boldsymbol{\lambda}} - \frac{\partial M(\omega)}{\partial \omega}\boldsymbol{\eta}\right) + p_0\left(M_E - M(\omega)\right)\frac{\partial (1/\mathrm{J})}{\partial \boldsymbol{\lambda}}, \tag{20}$$

де

$$\frac{\partial M_E}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \sqrt{3}p_0(\chi_{SA}i_{SB} + \Psi_{SA}S_{SB} - \chi_{SB}i_{SA} - \Psi_{SB}S_{SA}),$$

при нульових початкових умовах. Інтегрування здійснюємо за формулою (14).

Перейшовши завчасно від $\boldsymbol{\chi}_i(0)$ до $\mathbf{S}_i(0)$ отримуємо періодичний розв'язок.

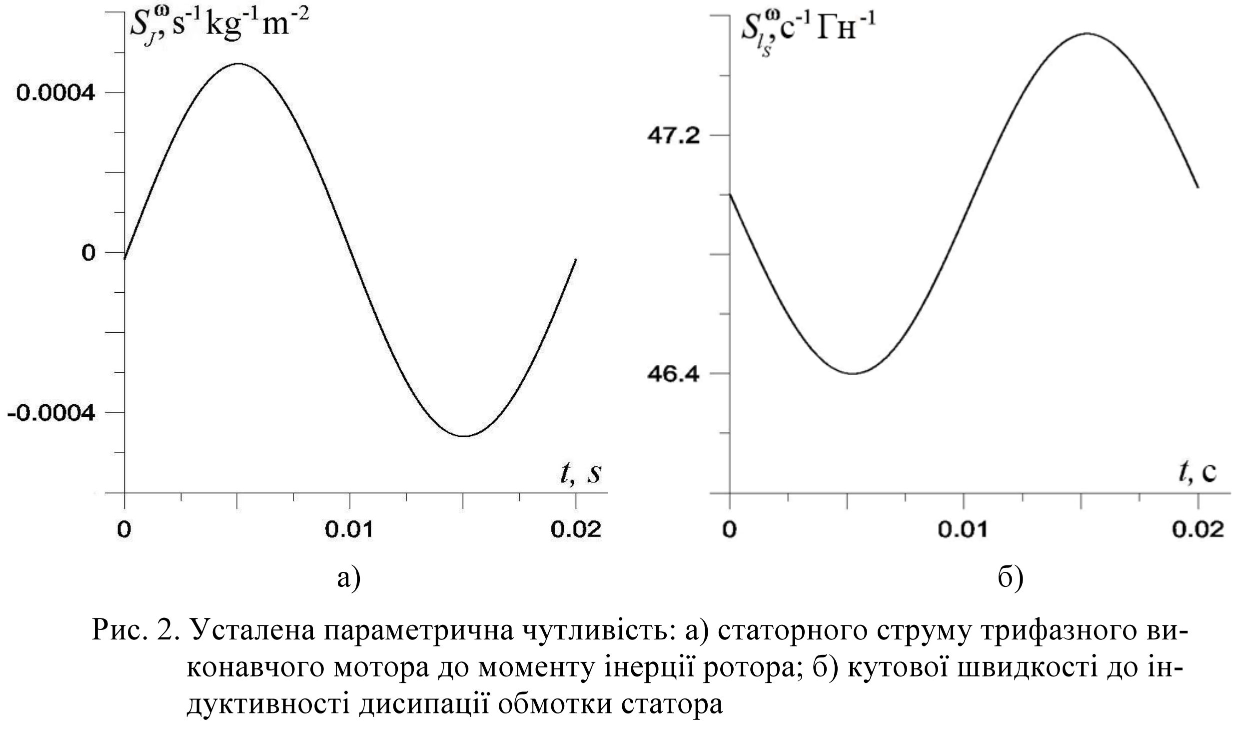
Матрицю параметричних чутливостей $S$ знаходимо за формулою

$$\mathbf{S} = (\mathbf{A}\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\eta})_t, \tag{21}$$

де

$$\boldsymbol{\chi} = \frac{\partial \mathbf{\Psi}}{\partial \boldsymbol{\lambda}};\ \ \boldsymbol{\eta} = \frac{\partial \omega}{\partial \boldsymbol{\lambda}}. \tag{22}$$

За результатами комп'ютерної симуляції на рис. 2 показані періодичні криві параметричних чутливостей кутової швидкості до індуктивності дисипації обмотки статора й до момента інерції трифазного виконавчого мотора на одному часовому періоді інтегрування. Варто відмітити, що параметричні чутливості характеризують швидкість реакції змінної до величини постійного параметру. Тому, на рисунку спостерігається значна розбіжність у величинах цих швидкостей.




а) б)

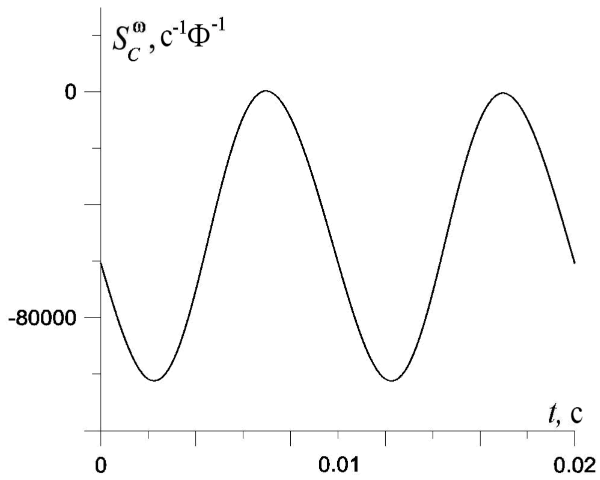
Рис. 2. Усталена параметрична чутливість: а) статорного струму трифазного виконавчого мотора до моменту інерції ротора; б) кутової швидкості до індуктивності дисипації обмотки статора

Диференціюючи (18) за $\boldsymbol{\lambda}$ отримаємо потрібне варіаційне рівняння

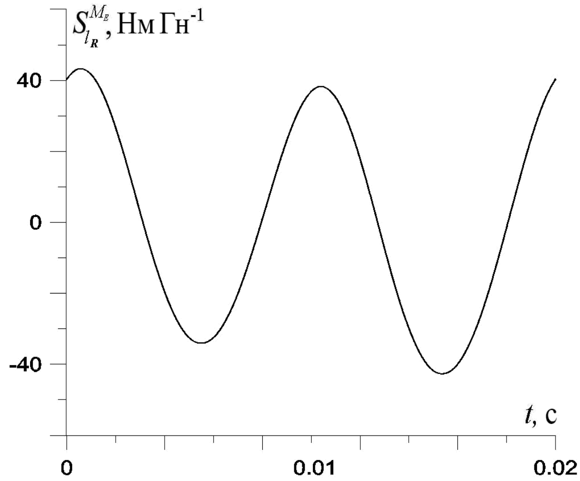
$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} = -\frac{1}{C}\left(\frac{\partial i_{SA}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} + \frac{\partial i_{SB}}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right) - \left(i_{SA} + i_{SB}\right)\frac{\partial C^{-1}}{\partial \boldsymbol{\lambda}}. \tag{23}$$

При цьому матриця параметричних чутливостей теж має складніший вигляд $\mathbf{S} = (\mathbf{A}\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\eta})_t$.

На рис. 3 показано періодичні криві параметричних чутливостей кутової швидкості до ємності конденсатора та електромагнетного момента до індуктивності дисипації роторної обмотки однофазного конденсаторного виконавчого мотора. Виходячи з періодичності обох кривих, можна спостерігати явно виражену подвійну частоту їхньої часової зміни.




а)




б)

Рис. 3. Усталена параметрична чутливість: а) кутової швидкості однофазного конденсаторного виконавчого мотора до ємності конденсатора; б) електромагнетного моменту до індуктивності дисипації роторної обмотки

Зазвичай усталені параметричні чутливості характеризують їх середньоквадратичними значеннями.

Зважаючи на мале значення часового кроку інтегрування, інтеграл доцільно замінити формулою прямокутників

$$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{S}(t_i)^2}\,, \tag{24}$$

де $n$ – число часових кроків інтегрування на періоді.

Таблиця 1 демонструє параметричну чутливість асинхронного конденсаторного виконавчого об’єкта при однофазному живленні до окремих параметрів системи (як електричних, так і механічних). Оскільки кожна клітина цієї матриці виражає середньоквадратичну швидкість зміни певної невідомої за певним параметром, то щоб знайти прирости невідомих достатньо цю матрицю помножити на колонку приростів параметрів.

*Таблиця 1*

| | $r_S$ | $r_R$ | $U_m$ | $J$ | $l_R$ | $l_S$ | $C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_{SA}$ | 0,16 | 0,04 | 0,03 | 1,25 | 17,26 | 130,79 | 102743,10 |
| $\omega$ | 0,05 | 1,06 | 0,04 | 17,28 | 63,58 | 288,47 | 61972,75 |
| $M_E$ | 0,18 | 0,10 | 0,07 | 4,99 | 28,19 | 205,93 | 284118,80 |

Для дослідження симетричних і несиметричних станів існує широкий загал математичних моделей. Що ж стосується обезструмлення і розривних функцій, довелося побудувати таку модель – трифазний пристрій у сенсі однофазного живлення.

Уперше побудовано математичну модель і продемонстровано на прикладі однофазного асинхронного виконавчого об'єкта, яка передбачає насичення головного магнетного кола. Вона доповнює загал відомих моделей, що дає змогу зняти теоретичні обмеження на аналіз вище названих систем керування.

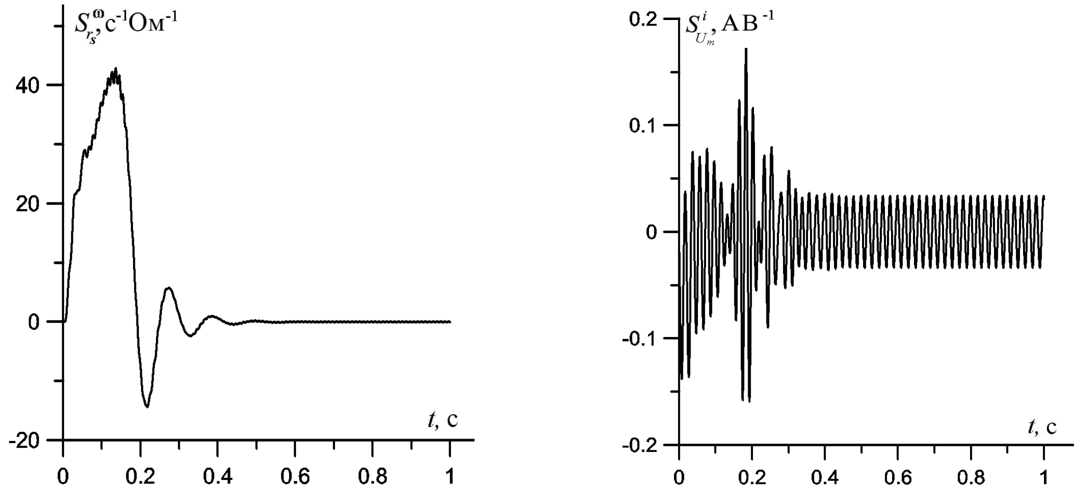
Часова дискретизація заданих диференціальних рівнянь і диференціальних рівнянь їх чутливостей (до початкових умов і параметричних) здійснюється за явними або неявними методами.

Неявні методи набагато складніші за явні. Їх комп'ютерна реалізація пов'язана з побудовою на кожному часовому кроці ітераційних петель. Застосування неявних методів оправдане лише у випадку штивних диференціальних рівнянь стану системи. Оскільки у розглядуваних прикладах штивність не спостерігалась, то в роботі були задіяні лише явні методи числового інтегрування. Але звертаємо увагу, що запропонований метод допоміжної параметричної чутливості аж ніяк не пов'язаний з тими чи іншими методами числового інтегрування. Це суто прикладна задача, яка розв'язується алгоритмічним шляхом.

Щоб продемонструвати можливості розроблених комп'ютерних програм аналізу параметричної чутливості на рис. 4 на відміну від попередніх двох рисунків, де показано часовий перебіг усталених періодичних параметричних чутливостей на часовому інтервалі одного періоду, тут показано часовий перебіг перехідних параметричних чутливостей. Перехідний процес знаходиться за тим самим алгоритмом, що й усталений. Але якщо у випадку усталеного процесу задається значення реального періоду повторюваності функції, то у випадку перехідного процесу цей період задається як завгодно великим, таким, щоб час реального процесу не вийшов за межі періоду.

Щоб судити про складність матриць коефіцієнтів, покажемо найпростішу з них – випадок однофазного пристрою, яку шукаємо за кривою $\psi_m = \psi_m(i_m)$:

$$\mathbf{A} = q \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & \mathrm{A}_{SA} & \mathrm{A}_{SB} \\ \hline \mathrm{A}_{AS} & \mathrm{A}_{A} & \mathrm{A}_{AB} \\ \hline \mathrm{A}_{BS} & \mathrm{A}_{BA} & \mathrm{A}_{B} \\ \hline \end{array} . \qquad (25)$$




а) б)

Рис. 4. Перехідна параметрична чутливість: а) кутової швидкості однофазного виконавчого об'єкта до опору обмотки статора; б) статорного струму до амплітуди джерела живлення

Тут А-коефіцієнти мають вигляд

$$\mathrm{A}_{SA}=-c_2c_5-c_3c_8;\quad \mathrm{A}_{SB}=-c_2c_6-c_3c_9;\quad \mathrm{A}_{AS}=-c_5c_4-c_6c_7;$$

$$\mathrm{A}_{BS}=-c_8c_4-c_9c_7;\quad \mathrm{A}_{A}=c_5/q+\mathrm{A}_{AS}\mathrm{A}_{SA};\quad \mathrm{A}_{AB}=c_6/q+\mathrm{A}_{AS}\mathrm{A}_{SB};$$

$$\mathrm{A}_{BA}=c_8/q+\mathrm{A}_{BS}\mathrm{A}_{SA};\ \mathrm{A}_{B}=c_9/q+\mathrm{A}_{BS}\mathrm{A}_{SB};\quad q=1/(c_1+c_4\mathrm{A}_{SA}+c_7\mathrm{A}_{SB}),$$

де

$$\Delta=g_1g_2;\ c_1=c_2-c_3+2/\alpha_s;\ c_2=b(2d_1-d_3-d_2)+1/\tau;\ c_3=b(d_1+d_3-2d_2)-1/\tau;$$

$$c_4=\Delta(c_6+c_9)-1/\alpha_R;\ c_5=b(2d_2+d_3)/\Delta+1/g_1;\ c_6=-b(d_1+2d_3)/\Delta;$$

$$c_7=-\Delta(c_5+c_8)+1/\alpha_R;\ c_8=-b(d_2+2d_3)/\Delta;\ c_9=b(2d_2+d_3)/\Delta+1/g_1;$$

$$d_1=i_A^2,\ d_2=i_B^2,\ d_3=i_Ai_B;\ b=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\tau}\right)\frac{1}{i_m^2};\ \ g_1=\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\alpha_R};\ \ g_2=\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\alpha_R};$$

$$\tau=\left[\frac{\psi_m(i_m)}{i_m}\right]^{-1};\ \rho=\left[\frac{d\psi_m(i_m)}{di_m}\right]^{-1};\ i_m=2\sqrt{(i_A^2+i_Ai_B+i_B^2)/3};\ \ i_A=i_S+i_{RA};\ i_B=-i_S+i_{RB}.$$

На цьому прикладі показана основна трудність застосування класичної теорії чутливості до практичних інженерних задач. Якщо прийняти до уваги складність елементів матриці (25), що описуються наступними за нею виразами, як функціями струмів електричних обмоток, то побудова рівнянь чутливості, пов'язана з диференціюванням цієї матриці за колонкою струмів, практично не можлива. Ідея допоміжної параметричної чутливості полягає якраз у тому, щоб уникнути такого диференціювання. Рівняння допоміжної параметричної чутливості не потребують диференціювання матриці коефіцієнтів вихідних диференціальних рівнянь взагалі. Тут задіяні, у правій частині диференціальних рівнянь, лише колонки вільних членів.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальне наукове завдання – розвинуто методи математичного моделювання параметричних чутливостей у складних динамічних системах. Отримані результати теоретичних досліджень та обчислювальних експериментів підтверджують високу адекватність та точність розробленого методу дослідження параметричної чутливості виконавчих об'єктів нелінійних систем. При цьому отримано нові наукові та практичні результати.

1. Огляд доступної літератури показав, що в математичному моделюванні задача аналізу усталеної параметричної чутливості нелінійних фізичних систем ще не знайшла свого належного розв'язання. Найчастіше як кінцевий результат при дослідженні складних нелінійних систем знаходимо підміну понять – залежності тих чи інших невідомих від дискретних змін тих чи інших параметрів. У цей час як сучасні обчислювальні засоби дають можливість задачу аналізу параметричної чутливості поставити на міцну математичну основу загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь.
2. Розроблена математична модель допоміжної параметричної чутливості стала тим реальним об'єднуючим фактором, який уможливив задачу аналізу нелінійних технічних систем поставити на спільну основу загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь об'єднавши в єдиний алгоритм усі етапи аналізу об'єкта: розрахунок перехідних і усталених процесів, визначення їх статичної стійкості і параметричної чутливості (усталеної і перехідної).
3. З використанням розробленого методу удосконалено математичну модель нелінійного виконавчого пристрою, на прикладі трифазного асинхронного мотора в однофазному режимі роботи, яка уможливлює аналіз перехідних станів широкого типу, у тому числі з появою розривних функцій у комутаційних станах.
4. З використанням розробленого методу удосконалено математичну модель нелінійного виконавчого пристрою, на прикладі трифазного асинхронного мотора в однофазному режимі роботи при підімкненому конденсаторі.
5. Показано, що диференціальні рівняння допоміжної параметричної чутливості динамічної системи необхідно будувати так, щоб коефіцієнтами рівнянь виступали одночасно як диференціальні, так і статичні параметри. В такому разі відсутня будь-яка обмеженість на вибір тих чи інших постійних параметрів.
6. Розроблені на базі запропонованого методу програмні засоби можна застосувати у задачах аналізу і синтезу комп'ютеризованих систем амплітудно-частотного управління асинхронними електроприводами.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Tchaban V. Auxiliary model of parametric sensitivity / Vasil Tchaban, Serhiy Kostiuchko, Zorana Tchaban // Computational Problems of Electrical Engineering. – Lviv, 2012. – V. 2, № 2. – P. 105-111.

2. Костючко С. Перехідна параметрична чутливість асинхронного мотора при однофазному живленні / С. Костючко // Технічні вісті. – Львів, 2013. – №1(37), 2(38). – С. 113-115.
3. Чабан В. Математична модель насиченого трифазного асинхронного мотора в однофазному стані / В. Й. Чабан, С. М. Костючко, О. В. Чабан // Електротехніка і електромеханіка. – Харків, 2012. – № 1. – С. 60-61.
4. Чабан В. Математична модель насиченого трифазного конденсаторного асинхронного мотора / В. Й. Чабан, С. М. Костючко // Електротехніка і електромеханіка. – Харків, 2012. – № 2. – С. 53-55.
5. Чабан В. Алгоритм розрахунку перехідних і усталених процесів асинхронного мотора / В. Й. Чабан, З. І. Гоголь, С. М. Костючко // Електротехніка і електромеханіка. – Харків, 2011. – № 3. – С. 46-48.
6. Чабан В. Параметрична чутливість виконавчого мотора комп'ютерної системи управління / В. Й. Чабан, С. М. Костючко // Комп'ютерні системи та мережі: Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2013. – № 773. – С. 137-142.
7. Чабан В. Побудова матриці монодромії глибокопазних асинхронних моторів / Чабан В., Гоголь З., Костючко С. // Електроенергетичні та електромеханічні системи: Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2010. – № 671. – С. 124-128.
8. Костючко С. Метод допоміжної параметричної чутливості виконавчих об'єктів систем керування / С. М. Костючко, В. Й. Чабан // Інформаційні системи та мережі: Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2014. – № 805. – С. 144-149.
9. Tchaban V. The theory of electromagnetic circuits / V. Tchaban, O. Tchaban, Z. Tchaban, S. Kostiuchko / Computing in Science and Technology / edited by Tadeusz Kwater, Boguslaw Twarog. – Rzeszow, 2012/2013. – P. 34-55. – ISBN 978-83-7338-895-6.
10. Tchaban V. Mathematical modeling of nonsymmetrical transient and steady-state processes of induction motors / Vasil Tchaban, Serg Kostiuchko, Tadeusz Kwater / Computing in Science and Technology / edited by Tadeusz Kwater, Wlodzimier Zuberek. – Rzeszow, 2011. – P. 129-146. – ISBN 978-83-7583-378-2.
11. Костючко С. Симуляція параметричної чутливості електричного кола у ферорезонансних станах / С. Костючко, В. Чабан // Технічні вісті. – Львів, 2012. – №1(35), 2(36). – С. 13-15.
12. Tchaban V. About one two-point boundary value problem / V. Tchaban, O. Tchaban, S. Kostiuchko, Z. Tchaban // Технічні вісті. – Львів, 2011. – №1(33), 2(34). – P. 10-12.

13. Чабан В. Алгоритм розрахунку перехідних процесів трифазного асинхронного мотора при однофазному живленні / В. Чабан, З. Гоголь, С. Костючко // Технічні вісті. – Львів, 2010. – №1(31), 2(32). – С. 66-67.
14. Tchaban V. Parametric sensitivity of three-phase induction motor / V. Tchaban, S. Kostiuchko // Технічні вісті. – Львів, 2014. – №1(39), 2(40). – С. 26-29.
15. Чабан В. Перехідні і усталені процеси конденсаторного мотора / В. Чабан, З. Гоголь, С. Костючко // Матеріали IV міжнародної науково-технічної конференції «Підвищення рівня ефективності енергоспоживання в електротехнічних пристроях і системах», 14-16 червня 2012 р. / Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України, Луцький національний технічний університет. – Луцьк, 2012. – С. 72-73.
16. Чабан В. Побудова матриці монодромії глибокопазних асинхронних моторів / Чабан В., Гоголь З., Костючко С. // Матеріали III міжнародної науково-технічної конференції «Підвищення рівня ефективності енергоспоживання в електротехнічних пристроях і системах», 28-30 червня 2010 р. / Міністерство освіти і науки України, Луцький національний технічний університет. – Луцьк, 2010. – С. 192-193.

## АНОТАЦІЇ

**Костючко С. М. Метод допоміжної параметричної чутливості для аналізу і синтезу нелінійних систем**. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – Математичне моделювання та обчислювальні методи. – Національний університет «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України, Львів, 2015.

Не дивлячись на теоретичну завершеність існуючі методи аналізу параметричної чутливості застосовні лише до найпростіших задач. Застосування їх до складних задач унеможливлюється із-за потреби диференціювати рівняння стану за вектором невідомих. Щоб уникнути цього диференціювання в дисертації розроблено теорію допоміжної параметричної чутливості, яка ґрунтується на заміні рівнянь узагальнених швидкостей рівняннями узагальнених імпульсів. Диференціальні рівняння останніх не підлягають розв'язанню, а відіграють допоміжну роль у процесі виведення рівнянь чутливості в предметній області дослідження. Матриця параметричних чутливостей знаходиться у вигляді добутку матриці коефіцієнтів диференціальних рівнянь стану, записаних у нормальній формі Коші, на матрицю допоміжних параметричних чутливостей.

Аби записати диференціальні рівняння стану досліджуваних виконавчих об'єктів у потрібній нормальній формі Коші, довелося відмовитися від традиційної теорії електричних кіл на користь теорії електромагнетних кіл. У роботі задіяні як відомі, так і розроблені нові математичні моделі для дослідження спеціальних станів.

Виконано значний обсяг комп'ютерних симуляцій перехідних і усталених

станів параметричних чутливостей, результати яких представлено графічно.

*Ключові слова:* нелінійна система, параметрична чутливість, нелінійність, допоміжна модель, алгоритм.

**Костючко С. М. Метод вспомагательной параметрической чувствительности для анализа и синтеза нелинейных систем.** – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – Математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный университет «Львивська политэхника» Министерства образования и науки Украины, Львов, 2015.

Несмотря на теоретическую завершенность существующие методы анализа параметрической чувствительности применимы только к простейшим задачам. К сложным задачам они неприменимы из-за необходимости дифференцировать уравнения состояния по вектору неизвестных. Чтобы избежать этого дифференцирования в диссертации разработана теория вспомогательной параметрической чувствительности, основанная на замене уравнений обобщенных скоростей уравнениями обобщенных импульсов. Дифференциальные уравнения последних не подлежат решению, а играют вспомогательную роль в процессе вывода уравнений чувствительности в предметной области исследования. Матрица параметрических чувствительностей находится в виде произведения матрицы коэффициентов дифференциальных уравнений состояния, записанных в нормальной форме Коши, на матрицу вспомогательных параметрических чувствительностей.

Чтобы записать дифференциальные уравнения состояния исследуемых исполнительных объектов в нужной нормальной форме Коши, пришлось отказаться от традиционной теории электрических цепей в пользу теории електромагнитных цепей. В работе задействованы как известные, так и разработанные новые математические модели для исследования специальных состояний.

Выполнен большой объем компьютерных симуляций переходных и установившихся состояний параметрических чувствительностей, результаты которых представлены графически.

*Ключевые слова:* нелинейная система, параметрическая чувствительность, нелинейность, вспомогательная модель, алгоритм.

**Kostiuchko S. M. The method of auxiliary parametric sensitivity for analysis and synthesis non-linear systems**. – Manuscript.

Dissertation for the degree of candidate of technical sciences, specialty 01.05.02 – Mathematical modeling and computational methods. – Lviv Polytechnic National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2015.

Despite the theoretical completeness, existing methods of analysis of parametric sensitivity are applicable only to simple problems. Their application to complicated tasks is impossible due to the need to differentiate equation of state by vector of unknowns. To avoid this differentiation in dissertation the theory of auxiliary parametric sensitivity have been developed, which is based on the replacement equations of generalized velocity by equations of generalized pulses. Differential equations of the

last model can't be solved, they perform a supporting role in the output equations of sensitivity in the subject field of research. Matrix of parametric sensitivities is found as the multiplication of the coefficients matrix of differential state equations, which are written in normal Cauchy's form, to the matrix of auxiliary parametric sensitivity.

To write differential state equation of investigated actuating devices in the needed Cauchy's normal form, we must abandon the traditional theory of electrical circuits for theory of electromagnetic circuits. In this work the known and developed new mathematical models for analysis of special states have been involved.

For solving this problem, it is necessary, at first, to construct a mathematical model of the actuating device. This model is based on construction of monodromy matrix, and simulation of transient and steady-state process, and investigation steady-state parametric sensitivity at the same time.

To show the real possibilities of the proposed method of constructing a mathematical model of parametric sensitivity of non-linear systems was chosen actuating electromechanical device, in which there are:

– non-linearity, which caused by movement and saturation magnetic circuit;
– physical processes of different nature are interacting;
– coefficients of the differential equations are depending of time;
– there are available variables with different frequencies in the steady-state.

This actuating device is asynchronous electric motor.

Based on the theory of nonlinear differential equations were investigated parametric sensitivity of three-phase induction motor, three-phase asynchronous motor with single-phase power supply, three-phase capacitor asynchronous motor. Differential equations parametric sensitivity are linear, it eliminates the need to construct a Newton's iteration. As a result, was obtained the final solution in one iteration.

In this dissertation a large number of computer simulations of transient and steady-state parametric sensitivities were executed, the results of which are presented graphically.

*Keywords:* non-linear systems, parametric sensitivity, non-linearity, auxiliary model, algorithm.

Підписано до друку 10.09.2015 р.
Формат 60 × 90 1/16. Папір офсетний.
Друк на різографі. Умовн. друк. арк. 1,5. Обл.-видав. арк. 0,89.
Тираж 100 прим. Зам. 153369.

Поліграфічний центр
Видавництва Національного університету «Львівська політехніка»
вул. Ф.Колесси, 4, 79013, Львів
*Реєстраційне свідоцтво серії ДК № 4459 від 27.12.2012 р.*