однорідних інтегральних рівнянь Вольтерри другого роду з ядрами, що мають слабку особливість.

1. Баранська І. Обернена задача для параболічного рівняння з вільною межею, Мат. методи і фіз.-мех. поля, 2005, т.36, С.32-42. 2. Гринців Н., Іванчов М. Обернена задача для сильно виродженого рівняння теплопровідності в області з вільною межею, Укр. мат. журнал, 2009, т.61, С.28-43. 3. Іванчов М., Салдіна Н. Обернена задача для сильно виродженого параболічного рівняння, Укр. мат. журнал, 2006, т.58, С.1487-1500.

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОЇ ПОВЕДІНКИ КРУГОВОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО ЦИЛІНДРА ЗА ДІЇ ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ

Сеник А.П.

Національний університет “Львівська політехніка”

Забезпечення міцності, надійності та довговічності елементів конструкцій тісно пов’язано зі створенням нових та вдосконаленням існуючих технологій їх обробки. До таких технологій відноситься термообробка потоками енергії. Теоретичною основою визначення раціональних режимів такої обробки з метою забезпечення необхідної міцності поверхневих областей елементів конструкцій є вивчення на базі термомеханіки неоднорідних структур температурних полів та напружень, що виникають в тілах.

Отримання бажаних фізико-механічних ефектів при тепловій обробці поверхні деталей машин та механізмів досягається шляхом математичного моделювання процесу термообробки. Вважається що, температурне поле є єдиною незалежною характеристикою процесу, через яку визначаються всі останні, тому дослідження дії потоку енергії на тіло проводиться в два етапи. На першому - будується математична модель розподілу температурного поля, тобто формулюється крайова задача теплопровідності, в якості параметрів якого є теплофізичні та геометричні характеристики об’єкту, характеристики технологічного процесу та потоку енергії і визначається температурне поле. На другому - температурне поле вважається вже відомою величиною і розраховуються розподіл температурних напружень та процеси, що не впливають на розподіл температурного поля.

В роботі представлено математичну модель впливу потоку енергії на поверхню циліндричного тіла, фізико-механічні характеристики матеріалу якого вважаються функціями температури. Впливом структурно-фазових перетворень матеріалу на температуру тіла знехтувано.

На першому етапі для визначення нестаціонарного температурного поля використаємо нелінійну задачу теплопровідності [1], що складається з рівняння

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial \varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial z}\right)=c(t)\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

граничної умови на боковій поверхні тіла

$$\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r}\bigg|_{r=в}=\gamma(t)\;q(\tau)$$

умови на краях циліндра, а також початкової умови. Тут λ(t), c(t), γ (t) – коефіцієнти теплопровідності, об’ємної теплоємності і теплопоглинаючої здатності матеріалу відповідно, q– функція розподілу густини потужності теплового потоку на боковій поверхні циліндра. Розв‘язок задачі теплопровідності будується з використанням змінної Кірхгофа, а також за допомогою методів інтегральних перетворень Лапласа та Фур’є. Температурне поле в циліндрі визначається через змінну Кірхгофа ϑ [2]

$$t=\lambda_0\left\{\vartheta+t_0S_T\left(\vartheta-\vartheta_0\right)+\frac{1}{\lambda_0}\sum_{j=1}^{N}\left(\lambda_j-\lambda_{j-1}\right)t_jS_T\left(\vartheta-\vartheta_j\right)\right\}\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{\lambda_0}S_T\left(\vartheta-\vartheta_0\right)+\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{1}{\lambda_j}-\frac{1}{\lambda_{j-1}}\right)S_T\left(\vartheta-\vartheta_j\right)\right\}$$

На другому етапі визначаються компоненти тензорів напружень і деформацій, а також вектора переміщень [2]. Задача в такій постановці зводиться до знаходження розв‘язків системи послідовних наближень:

$$\left(u_\alpha,\sigma_{\alpha\beta}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon^n\left(u_\alpha^{(n)},\sigma_{\alpha\beta}^{(n)}\right),\left(\alpha,\beta=r,\varphi,Z\right)$$

Компоненти тензора напружень знаходяться у наступному вигляді:

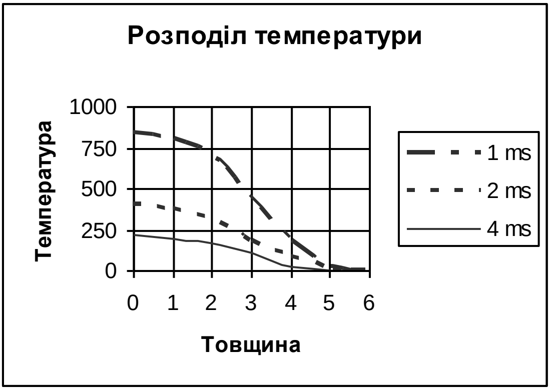
$$\sigma_{rr}^{(n)} = 2G\left(\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r} + \frac{\nu}{1-2\nu}e^{(n)} - \delta_{n0}\frac{1+\nu}{1-\nu}\phi(t)\right),$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)} = 2G\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_\varphi^{(n)}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r}u_r^{(n)} + \frac{\nu}{1-2\nu}e^{(n)} - \delta_{n0}\frac{1+\nu}{1-\nu}\phi(t)\right),$$

$$\sigma_{ZZ}^{(n)} = 2G\left(\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial Z}\frac{\nu}{1-2\nu}e^{(n)} - \delta_{n0}\frac{1+\nu}{1-\nu}\phi(t)\right),$$

На підставі отриманих розв'язків задачі теплопровідності і термопружності проведені чисельні дослідження нестаціонарного температурного поля і квазістатичних температурних напружень у циліндрі, що нагрівається по боковій поверхні потоком тепла.

Розрахунки розподілу температурного поля та викликаних ним температурних напружень виконані для циліндра зі сталі марки 40Х.



На графіку представлений розподіл температури по товщині циліндра в моменти часу τ = 1 мс.; 2 мс.; 4 мс. Розрахунки проводилися для циліндра радіуса R_2 =0.012 м. Координата $\delta = R_2 - r$ відповідає різниці між зовнішнім радіусом циліндра R_2 і біжучою радіальною координатою r.

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шола, 1968. – 600 с. 2. Подстригач Я.С., Ломаки В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. – М.: Наука, 1984. – 368с.