1. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. Посіб. /В. В.Вітлінський / – К.: КНЕУ, 2003.– 408 с. 2 Власов М. П. Моделирование экономических процессов / М. П. Власов, П. Д. Шимко/ — Ростов н/Д : Феникс, 2005. — 409 с. 3. Занг В.Б. Синергетическая экономика: Время и перемены в нелинейной економической теории / Пер. с англ. / В.Б.Занг / — М.: Мир, 1999. — 335 с. 4. Колемаев В.А. Математическая экономика: Учеб. для вузов./В.А. Колемаев / — М.:ЮНИТИ, 1998. — 240 с. 5. Чуличков А.И. Математические методы нелинейной динамики. /А.И.Чуличков /— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. 296 с. 6. Учайкин В. В Метод дробных производных /В. В. Учайкин/ – Ульяновск: Издательство «Артишок», 2008. – 512 с. 7. Hilfer R. Applications of fractional calculus in physics /R. Hilfer / World scientific, Singapore, 2000.– 463 p. 8. Kilbas A. A. Theory and Applications of Fractional Differential Equations /A. A. Kilbas, , H. M Srivastava, J. J. Trujillo/ Elsevier Science, Amsterdam, Vol. 204, 2006 – 523p. 9. Lakshmikantham V. Theory of Fractional Dynamic Systems / V. Lakshmikantham, S. Leela, J. Vasudhara Devi/ Cambridge Scientific Pub., Cambridge, U.K., 2009.– 170 p. 10. Miller K. S. An Introduction to the Fractional Calculus and Differential Equations / K. S. Miller, B. Ross /John Wiley, New York, 1993.– 384 p. 11. Oldham K.B. The Fractional Calculus /J Spanier, K.B.Oldham /Academic Press, New York, London, 1974.– 240 p. 12. Podlubny I. Fractional Differential Equations / I. Podlubny/ Mathematics in Science and Engineering, Vol. 198, Academic Press, New York, London, Toronto, 1999.– 368 p. 13. Samko S. G. Fractional Integrals and Derivatives. Theory and Applications / S. G. Samko, A. A. Kilbas, O. I. Marichev /Gordon and Breach, Yverdon, 1993.– 1006 p

ПРО ОДНУ КОЕФІЦІЄНТНУ ОБЕРНЕНУ ЗАДАЧУ ДЛЯ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ В ОБЛАСТІ З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ

Пабирівський В.В., Пабирівська Н.В., Симовоник І.Б.

Національний університет «Львівська політехніка»

Обернені задачі для параболічних рівнянь у різноманітних постановках розглядались у цілій низці наукових робіт. Досить цікавим виявилось поєднання обернених задач із задачами з вільною межею. В даній роботі вивчається обернена задача визначення старшого коефіцієнта та множника у вільному члені рівняння теплопровідності, яке розглядається в області з невідомою вільною

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

межею. Поставлена задача зводиться до оберненої задачі для виродженого параболічного рівняння, а також досліджуються умови розв'язності даної задачі.

Отже, в області $Q_T = \{(x,t): \quad 0 < x < th(t) \quad , \quad 0 < t < T\}$ розглядається задача визначення четвірки функцій $\big(h(t), a(t), f(t), u(x,t)\big), a(t) > 0, h(t) > 0, t \in [0,T]$, які задовольняють рівняння теплопровідності:

$$u_t = a(t)u_{xx} + f(t)g(x) \tag{1}$$

і умови:

$$u(0,t) = \nu_1(t), \qquad u(th(t),t) = \nu_2(t), \quad t \in [0,T] \tag{2}$$

$$a(t)u_x(0,t) = \nu_3(t), \qquad t \in [0,T], \tag{3}$$

$$\int\limits_0^{th(t)} u(x,t)dx = \nu_4(t), \qquad t \in [0,T], \tag{4}$$

$$\int\limits_0^{th(t)} xu(x,t)dx = \nu_5(t), \qquad t \in [0,T], \tag{5}$$

Шляхом заміни $y = \dfrac{x}{h(t)}$ обернена задача (1) - (5) в області з невідомою вільною межею зводиться до такої оберненої задачі:

$$v_t = \frac{a(t)}{h^2(t)} v_{yy} + \frac{yh'(t)}{h(t)} v_y + f(t)\tilde{g}(y), \quad (y,t) \in \Omega_T$$

$$v(0,t) = \nu_1(t), \qquad v(t,t) = \nu_2(t), \quad t \in [0,T]$$

$$a(t)v_y(0,t) = \nu_3(t)h(t), \qquad t \in [0,T],$$

$$h(t)\int\limits_0^t v(y,t)dy = \nu_4(t), \qquad t \in [0,T],$$

$$h^2(t)\int\limits_0^t yv(y,t)dy = \nu_5(t), \qquad t \in [0,T],$$

де $\Omega_T = \{(y,t): \quad 0 < y < t \quad , \quad 0 < t < T\}$, $v(y,t) = u(yh(t),t)$, $\tilde{g}(y) = g(yh(t))$.

Отримана задача еквівалентна системі інтегро-диференціальних рівнянь, існування розв'язку якої встановлюється за допомогою теореми Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора. Єдиність розв'язку досліджується окремо з використанням теорії

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

однорідних інтегральних рівнянь Вольтерри другого роду з ядрами, що мають слабку особливість.

1. Баранська І. Обернена задача для параболічного рівняння з вільною межею, Мат. методи і фіз.-мех. поля, 2005, т.36, С.32-42. 2. Гринців Н., Іванчов М. Обернена задача для сильно виродженого рівняння теплопровідності в області з вільною межею, Укр. мат. журнал, 2009, т.61, С.28-43. 3. Іванчов М., Салдіна Н. Обернена задача для сильно виродженого параболічного рівняння, Укр. мат. журнал, 2006, т.58, С.1487-1500.

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОЇ ПОВЕДІНКИ КРУГОВОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО ЦИЛІНДРА ЗА ДІЇ ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ

Сеник А.П.

Національний університет “Львівська політехніка”

Забезпечення міцності, надійності та довговічності елементів конструкцій тісно пов’язано зі створенням нових та вдосконаленням існуючих технологій їх обробки. До таких технологій відноситься термообробка потоками енергії. Теоретичною основою визначення раціональних режимів такої обробки з метою забезпечення необхідної міцності поверхневих областей елементів конструкцій є вивчення на базі термомеханіки неоднорідних структур температурних полів та напружень, що виникають в тілах.

Отримання бажаних фізико-механічних ефектів при тепловій обробці поверхні деталей машин та механізмів досягається шляхом математичного моделювання процесу термообробки. Вважається що, температурне поле є єдиною незалежною характеристикою процесу, через яку визначаються всі останні, тому дослідження дії потоку енергії на тіло проводиться в два етапи. На першому - будується математична модель розподілу температурного поля, тобто формулюється крайова задача теплопровідності, в якості параметрів якого є теплофізичні та геометричні характеристики об’єкту, характеристики технологічного процесу та потоку енергії і визначається температурне поле. На другому - температурне поле вважається вже відомою величиною і розраховуються розподіл температурних напружень та процеси, що не впливають на розподіл температурного поля.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua