РЕГУЛЯРИЗОВАНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ЗА ПРИНЦИПОМ РЕДУКЦІЇ

Матвійчук Я.М., Карчевська О.І.

Національний університет «Львівська політехніка»

Головною причиною невдач ідентифікації математичних макромоделей динамічних систем є некоректність задачі ідентифікації [1]. Часто некоректність викликана надлишковістю структури макромоделі, тобто наявністю в її структурі елементів і параметрів, непотрібних для даної задачі макромоделювання, "зайвих".

Пропонуємо принцип редукції математичної моделі, тобто виявлення і видалення надлишкових параметрів у структурі моделі і тим самим регуляризації процедури параметричної ідентифікації.

Допустимо, що для модельованого об’єкта апріорі відома точна математична модель з вектором параметрів $p = (p_1,\ldots,p_n)$, обчисленим деякою процедурою параметричної ідентифікації. Нехай параметри є множниками передач елементів моделі, тобто нульове значення параметра еквівалентне відсутності елемента. Нехай також розв’язок задачі ідентифікації вектор p неперервно залежить від умов задачі в деякому околі цих умов.

Ускладнимо математичну модель, що означає появу надлишкових параметрів у векторі $p = (p_1,\ldots,p_n,p_{n+1},\ldots,p_m)$. Тоді для "зайвих" параметрів $p_{n+1},\ldots,p_m$ процедура ідентифікації обчислить майже нульові значення (в межах точності обрахунків):

$$p_i \approx 0;\ \ i = n+1,\ldots,m. \tag{1}$$

Однак лише за ознакою (1) не можна визначити і видалити "зайві" параметри, бо в загальному випадку серед значень "незайвих" параметрів $p_1,\ldots,p_n$ можуть бути дуже близькі до машинного нуля і разом з тим безумовно суттєві.

Введемо до умов задачі ідентифікації невеликі збурення *disturb* в межах вказаного вище околу неперервності розв’язку. Вектор параметрів p, обчислений процедурою ідентифікації для збуреної задачі, буде відмінним від вектора p незбуреної задачі. Для кожного параметра обчислимо модулі відносних відхилень за спеціальною формулою

$$\delta_i = abs((\,p_i - p_i)\quad p_i\,);\ \ i=1,\ldots,m. \tag{2}$$

Неважко помітити, що для "незайвих" параметрів внаслідок неперервної залежності параметрів від збурень абсолютні відхилення $(\,p_i - p_i)$ прямують до нуля, якщо збурення прямують до нуля. Відповідна ситуація має місце для відносних відхилень:

$$\delta_i \to 0 \ \text{ для всіх } \ i = 1,\ldots,n, \ \text{ якщо } \ disturb \to 0. \tag{3}$$

Навпаки, для "зайвих" параметрів внаслідок (1) відносні відхилення (2) близькі до одиниці для ненульових збурень в межах околу неперервності:

$$\delta_\mathrm{i} \approx 1 \;\text{ для всіх }\; \mathrm{i} = \mathrm{n}+1,\dots,\mathrm{m}, \;\text{ якщо }\; disturb \neq 0. \tag{4}$$

Критерії (3) і (4) отримані для точної моделі. Поширимо їх на довільні математичні макромоделі.

В загальному випадку "зайві" параметри виявляють себе значно більшими відносними відхиленнями (2) порівняно з "незайвими" параметрами. Послідовне вилучення відповідних "зайвих" елементів математичної моделі повинно регуляризувати задачу ідентифікації, тобто підвищувати її точність та стійкість. Численні приклади макромоделювання підтверджують цей висновок.

Загальний алгоритм редукції математичної моделі наступний.

1. Ідентифікація моделі з параметрами p_i .
2. Ідентифікація слабо збуреної моделі з параметрами p_i .
3. Обчислення модулів відносних відхилень параметрів за формулою $\delta_\mathrm{i} = abs((p_\mathrm{i} - p_\mathrm{i}) / p_\mathrm{i})$.
4. Якщо немає відносних відхилень, що помітно більші за середнє значення, то кінець редукції.
5. Видалення елемента моделі, для якого δ_i найбільше (власне редукція). Перехід до 1.

Розглянемо приклад застосування редукції до математичної макромоделі у вигляді нейронної мережі, що апроксимує економічну систему прогнозування дохідностей акцій, облігацій та відсоткової ставки за депозитами на основі часових рядів макроекономічних показників та показників фондового ринку [2].

На вхід мережі подаються 8 економічних показників: індекс споживчих цін; грошова маса; доходи населення; державні видатки; ВВП; середньозважена ставка за депозитами; індекс облігацій kinbonds; індекс першої фондової торгівельної системи. Вихідними даними є дохідності середньозваженої ставки депозитів, індексу облігацій kinbonds, індексу першої фондової торгівельної системи. Вхідні та вихідні дані є поквартальними за період від 2002 до 2012 року, всього 44 точки.

За цими даними методом back propagation ідентифікується тришарова нейронна мережа з 12 нейронами у прихованому шарі. Активаційна функція – сигмоїд з α=0.5. Змінними параметрами є 276 передач між нейронами. Критерій апроксимації – середньоквадратичне значення похибки відтворення вихідних даних.

Ітераційна редукція мережі полягає у почерговому видаленні зв’язків згідно з наведеним вище алгоритмом, тільки без зупинки редукції. Графік залежності якості апроксимації від номеру ітерації показано на рис. 1.

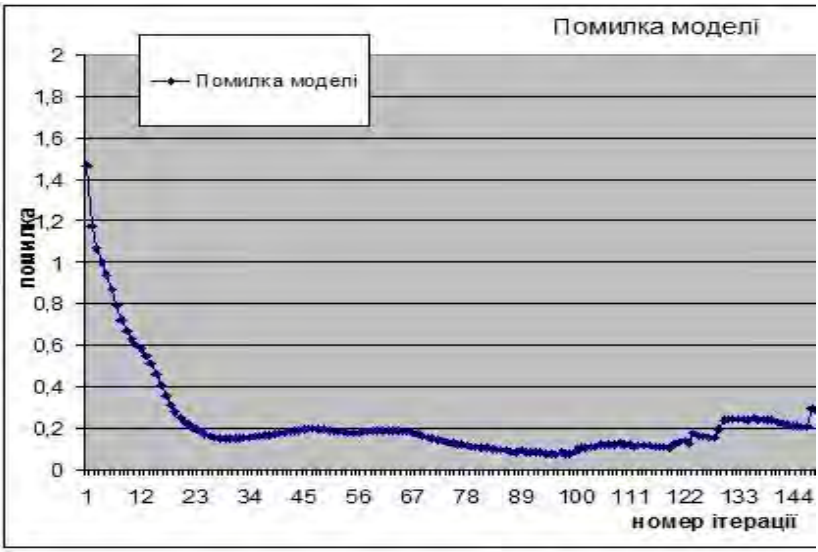

Рис. 1. Залежність похибки апроксимації
від кількості редукованих зв'язків нейронної мережі.

Найменше значення похибки 0.09 досягнено на ітерації 99, коли видалено 35% зв'язків. Порівняно з початковим значенням 1.47 похибка зменшилась внаслідок редукції мережі у 16 раз.

1. Я.М.Матвійчук. Математичне макромоделювання динамічних систем: теорія та практика. / Наук. видання. Видавн. центр ЛНУ ім.І.Франка, 2000. –215с. http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/22710.
2. Карчевська О. І. Нейродинамічний підхід до моделювання фінансових потоків компанії зі страхування життя. // Вісник Львівської державної фінансової академії. – 2009. – № 17. – С. 234-244.