

О.Р. Давидчак, Р.В. Лісоцкий\*

Національний університет "Львівська політехніка",  
 кафедра мостів та будівельної механіки,  
 \*кафедра будівельних конструкцій та мостів

## ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ЦЕНТРАЛЬНО-СТИСНУТИХ СТРИЖНІВ ІЗ КУСКОВО-ЗМІННОЮ ЖОРСТКІСТЮ

О Давидчак О.Р., Лісоцкий Р.В., 2009

Представлено результати дослідження стійкості центрально-стиснутого стрижня трубчатого поперечного перерізу із змінною жорсткістю. Для підвищення стійкості стрижень підсилений прямокутними пластинами, розташованими вздовж осі стрижня.

In this article the presented results of research of firmness of the centrally compressed bar of tube cut section with variable inflexibility. For the increase of firmness a bar is increased rectangular plates, located along the axis of bar.

**Постановка проблеми.** Під час проектуванні стрижневих металевих систем впливають вимоги щодо забезпечення їх стійкості. Сьогодні існує багато способів та методів конструктивного забезпечення стійкості металевих елементів конструкцій. Разом із цим постійно створюються нові форми конструктивного вирішення несучих елементів конструкцій, які потребують окремих розрахунків або подальших наукових досліджень стійкості. Зокрема, як приклад, в металевих конструкціях автомобільних салонів «Volkswagen» (див. фото 1) використано фасадні стійки трубчатого поперечного перерізу діаметром 14 см і завдовжки 6 м, які розкріплені зв'язками тільки в одній площині. Для забезпечення стійкості в іншій площині було прийняте рішення дискретного посилення стрижня металевими пластинами вздовж осі. Проте у існуючих довідниках та науковій літературі рекомендацій щодо проектування та практичних розрахунків таких стрижнів не знайдено.



Фото. 1. Металева конструкція опори салону «Volkswagen» (м. Львів)

### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Задачам дослідження стійкості стрижнів присвячено багато наукової літератури, особливо для центрально-стиснутих стрижнів. Однак необхідність врахування різних конструктивних особливостей стрижневих елементів спричиняє появу нових методів розрахунку як аналітичних, так і числових. Зокрема, в [1] опубліковано багато статей, які узагальнені у підручнику, на тему застосування методу граничних елементів до задач стійкості стрижневих систем. Застосування методу граничних елементів до задач стійкості стрижневих систем із дискретно-неперервним розподілом параметрів знайшло своє відображення в попередніх роботах авторів статті, зокрема у [2]. У зазначених роботах запропоновано методи розрахунку розрахункових схем без оцінки похибок результатів дослідження для конкретних конструкцій, які виникають під час їх

моделювання. У довідковій літературі щодо способів розрахунку конструкції, показаної на фото 1, не знайдено.

**Мета та задачі досліджень.** Мета роботи полягала в аналітичному та числовому дослідженні стійкості центрально-стиснутого стрижня, який дискретно посилений пластинами, розташованими вздовж його осі.

Для оцінки впливу дискретного посилення стрижнів на їх стійкість виконано розрахунок центрально-стиснутого стрижня із змінною жорсткістю, який показаний на рис. 1, а. Для дослідження стійкості стрижня у площині пластин вибрано розрахункову схему, яка показана на рис. 1, б.

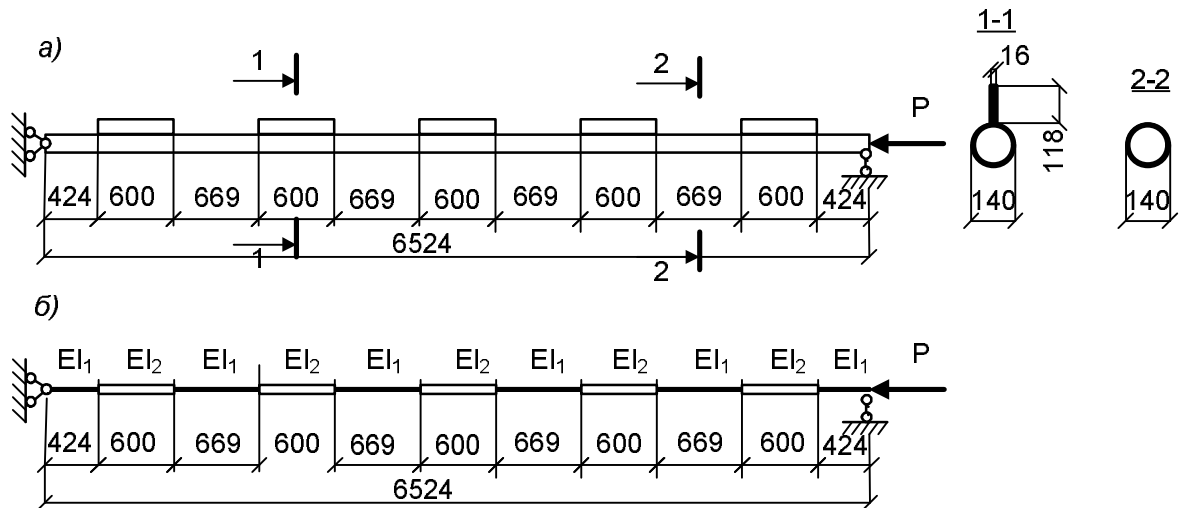


Рис. 1. Досліджуваний стрижень та його розрахункова схема для аналітичного розрахунку критичної сили за втрати стійкості в площині пластин

**Методика розрахунку.** Для дослідження стійкості стрижня використовуємо статичний метод початкових параметрів із використанням рівняння пружної осі стрижня за позовжнього згину. Розглянемо першу форму втрати стійкості в площині підсилювальних пластин. Вважаємо, що із площини, в якій знаходяться пластини, стрижень розкріплений і втрата стійкості не відбувається.

Диференціальне рівняння рівноваги стиснуто-зігнутого стрижня можна звести до такого вигляду [3]:

$$\frac{d^2}{dx^2}(EIy'') + N \frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \quad (1)$$

де  $N$  – позовжня сила, яка являє собою проекцію головного вектора внутрішніх сил на вісь, що паралельна до осі стрижня до деформації.

Розрахункова схема стрижня (рис. 1) утворена із 11-ти ділянок кусково-сталого поперечного перерізу, у межах кожного з яких стрижень має постійний поперечний переріз. Для окремих ділянок рівняння (1) запишеться:

$$EI_i \cdot \frac{d^4 y_i}{dx^4} + N \frac{d^2 y_i}{dx^2} = 0, \quad i=1,11 \quad (2)$$

або

$$y_i^{IV} + \frac{1}{L_i^2} y_i'' = 0, \quad (3)$$

де позначено  $\frac{1}{L_i^2} = \frac{N}{EI_i}$ .

Використовуючи розв'язки однорідного рівняння (3) можна отримати формули методу початкових параметрів для стиснуто-зігнутого стрижня [4]

$$y_i = y_{i0} + j_{i0} L_i \sin \frac{x_i}{L_i} - \frac{M_{i0}}{N} \left( 1 - \cos \frac{x_i}{L_i} \right) - \frac{Q_{i0} L_i}{N} \left( \frac{x_i}{L_i} - \sin \frac{x_i}{L_i} \right);$$

$$\begin{aligned}
j_i &= j_{i0} \cos \frac{x_i}{L_i} - \frac{M_{i0}}{NL_i} \sin \frac{x_i}{L_i} - \frac{Q_{i0}}{N} \left( 1 - \cos \frac{x_i}{L_i} \right); \\
M_i &= j_{i0} NL_i \sin \frac{x_i}{L_i} + M_{i0} \cos \frac{x_i}{L_i} + Q_{i0} L_i \sin \frac{x_i}{L_i}; \\
Q_i^s &= j_{i0} N \cos \frac{x_i}{L_i} - \frac{M_{i0}}{L_i} \sin \frac{x_i}{L_i} + Q_{i0} \cos \frac{x_i}{L_i}; \\
Q_i &= Q_i^s - N j_i,
\end{aligned} \tag{4}$$

де  $y_{i0}; j_{i0}; M_{i0}; Q_{i0}$  – початкові параметри  $i$ -тої ділянки.

Для розрахункової схеми на рис. 1, б початкові параметри за симетричної форми втрати стійкості стрижня мають такі значення:  $y_{10} = 0; j_{10} \neq 0; M_{10} = 0; Q_{10} = 0$ . Рівняння стійкості отримаємо, розписавши граничну умову

$$y(x = 6524) = 0. \tag{5}$$

Увесь стрижень розбиваємо на 11 ділянок, для кожної з яких використовуємо місцеву систему координат. Тоді рівняння (5) можна записати у вигляді

$$y_{11}(x = 424) = y_{110} + j_{110} L_{11} \sin \frac{424}{L_{11}} - \frac{M_{110}}{N} \left( 1 - \cos \frac{424}{L_{11}} \right) = 0, \tag{6}$$

яке, використовуючи рівняння (4), можна звести до рівняння із двома невідомими  $N$  і  $j_0$  та отримати рівняння стійкості.

Для усіх ділянок у наведеному стрижні можливі два значення жорсткостей (розглядається втрата стійкості тільки у площині підкріплювальної пластини):

$$EI_1 = 210000 \cdot 648.5 \cdot 10^{-8} \text{ МН} / \text{м}^2 = 1,3618 \text{ МН} / \text{м}^2;$$

$$EI_2 = 210000 \cdot 2775,5 \cdot 10^{-8} \text{ МН} / \text{м}^2 = 5,8286 \text{ МН} / \text{м}^2.$$

Розв'язавши рівняння стійкості, отримаємо значення критичних сил. Величина першої критичної сили для втрати стійкості за формою однієї півхвилі наведена у таблиці.

Для визначення похибки отриманої критичної сили аналітичним методом, яка виникає через спрощення під час створення розрахункової схеми, був проведений числовий розрахунок визначення критичної сили за допомогою програмного комплексу «Ліра» на основі методу скінченних елементів. Побудована скінченно-елементна модель та отриманий розподіл напружень на фрагменті моделі (рис. 2). Достовірність отриманих результатів програмним комплексом «Ліра» підтверджує обчислена ним модельна задача для труби без підсилення. Отримана «Лірою» критична сила для труби без підсилення збігається із ейлеровою критичною силою –  $N_{кр} = 315.8 \text{ кН}$ .

Результати обчислень (таблиця) першої критичної сили за втрати стійкості за формою однієї півхвилі показують, що для труби із пластинами, показаної на рис.1, а, критична сила становить  $N_{кр} = 390 \text{ кН}$ . Отже, вибране конструктивне посилення збільшило критичну силу у 1,24 рази порівняно із  $N_{кр}$  для простої труби. Порівняння аналітичного і числового розрахунку показує, що спрощення розрахункової схеми під час аналітичного розрахунку (рис. 1, б) призводить до значної похибки – 26 %.

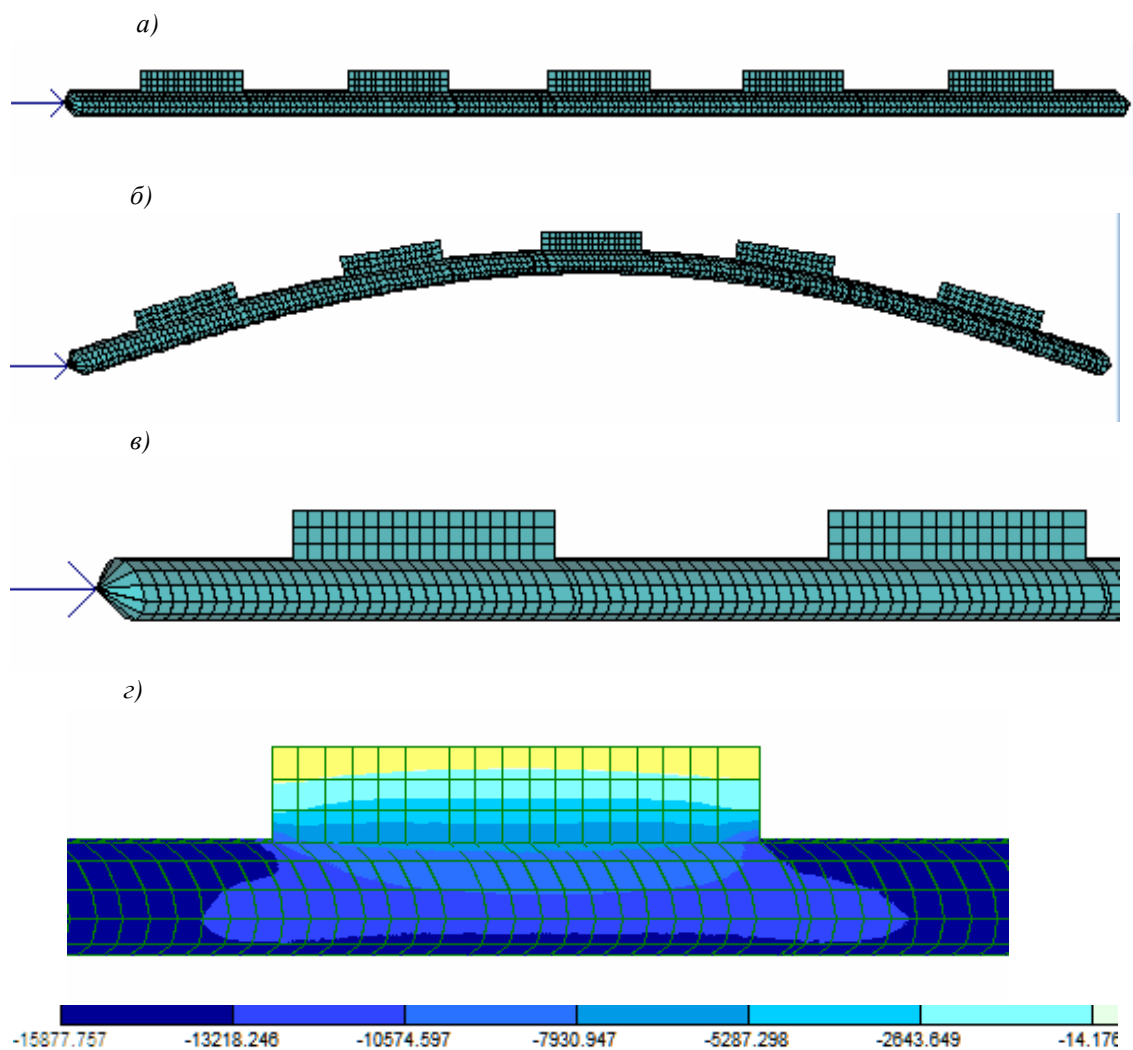


Рис. 2. Скінченно-елементна модель досліджуваного стрижня:  
 а – прямолінійна форма рівноваги стрижня; б – перша форма втрати стійкості; в – фрагмент скінченно-елементної моделі стрижня; г – розподіл напружень на ділянці труби із підсилювальною пластиною за тискаючої сили 390 кН до втрати стійкості.

### Методи та моделі розрахунку. Критичні сили

| № з/п | Методи та моделі розрахунку  | Н <sub>кр</sub> , кН |
|-------|--|----------------------|
| 1     | Для стрижня постійного поперечного перерізу. Переріз стрижня відповідає розрізу 2-2 (рис. 1, а) (трубчатий поперечний переріз) | 315.8                |
| 2     | Для стрижня постійного поперечного перерізу. Переріз стрижня відповідає розрізу 1-1 (рис. 1, а)                                | 1351.5               |
| 3     | Для стрижня змінного поперечного перерізу. Аналітичним методом початкових параметрів для моделі на рис. 1, б                   | 494.2                |
| 4     | Для стрижня змінного поперечного перерізу. Методом скінченних елементів за схемою (рис. 2, а)                                  | 390                  |

**Висновок.** Для забезпечення стійкості конструкцій та економії матеріалу можна використовувати елементи кусково-змінного поперечного перерізу, або кусково-сталеве посилення цих елементів, яке дає змогу, при необхідності незначного збільшення критичної сили, полегшити конструкцію та зменшити її матеріаломісткість порівняно із стрижнями постійного поперечного перерізу. Для визначення величини критичної сили необхідно використовувати адекватні розрахункові моделі, зокрема, скінченно-елементну модель методу скінченних елементів, оскільки

спрощення, які приймаються для аналітичних розрахунків призводять до значних похибок. Для вивчення рекомендацій щодо проектування таких конструкцій необхідне подальше їх дослідження.

1. Баженов В.А., Дащенко А.Ф., Коломиец Л.В., Оробей В.Ф. *Строительная механика: Специальный курс. Применение метода граничных элементов.* – Одесса: Астропринт, 2001. – 240 с. 2. Тацій Р.М., Давидчак О.Р. *Розв'язок задач динаміки і стійкості дискретно-неперервних стрижневих систем // Вісник НУ "Львівська політехніка" "Теорія і практика будівництва".* – 2006. – № 262. – С. 96–103. 3. *Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / Под ред. А.Ф. Смирнова.* – М.: Стройиздат, 1984. – 415 с. 4. Баженов В.А., Гранат С.Я., Шишов О.В. *Будівельна механіка. Комп'ютерний курс: Підручник.* – К., 1999. – 584 с.

УДК 624.131.64

Б.Г. Демчина, А.Б. Пелех, Г.М. Олексин, М.І. Сурмай  
Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра будівельних конструкцій та мостів

## ПОВЕДІНКА ДОЩАТОКЛЕЄНИХ КОЛОН ЗА МІСЦЕВОГО ВПЛИВУ ВИСОКОЇ ТЕМПЕРАТУРИ

© Демчина Б.Г., Пелех А.Б., Олексин Г.М., Сурмай М.І., 2009

**Наведено методику та результати дослідження роботи центрально стиснутих дерев'яних дощатоклеєних колон за місцевої дії високої температури. Виконано аналіз отриманих результатів експериментальних досліджень.**

**This article presents the method and results of research the centrally compressed wooden columns, made with plankglue elements, is resulted at the local action of high temperature. The analysis of the got results of experimental researches is executed and their generalization is done.**

**Постановка проблеми.** Останнім часом зріс попит замовників на конструкції з дерев'яних дощатоклеєних конструкцій, відповідно з'явилися підприємства, що спеціалізуються на виготовленні таких конструкцій. Їх широкому застосуванню сприяє доступна ціна, незначна об'ємна вага, легкість монтажу і велика сировинна база. Також клеєні дерев'яні конструкції при дотриманні вимог з проектування на вплив пожежі ефективно можуть забезпечувати відповідний рівень пожежної безпеки об'єктів, не нижчий, ніж у спорудах, запроектованих з використанням металевих або залізобетонних конструкцій.

Серед найпоширеніших, але не до кінця перевірених засобів вогнезахисту дерев'яних елементів, є захист їх гіпсокартонними листами. Використовують для таких цілей як звичайний так і вогнетривкий гіпсокартон. В українських нормативних документах відсутні рекомендації щодо застосування гіпсокартонних листів для вогнезахисту деревини, а також майже відсутні експериментальні напрацювання з вивчення вогнезахисних властивостей гіпсокартону на різних конструктивних елементах.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Деревина як будівельний матеріал століттями використовується для зведення будівель і споруд. Довгий час в дерев'яних конструкціях використовувалася суцільна деревина, що обмежувало можливості перекриття великих прольотів будівель. Поява клеєних дерев'яних конструкцій усунула значну частину природних недоліків деревини (неоднорідність, наявність сучків і пороків, вплив вологості), відповідно підвищилася надійність конструкцій, оскільки клеєна деревина має постійні механічні властивості. Не зважаючи на пожежну небезпеку, деревина широко використовується в сучасному будівництві. Невелика теплопровідність деревини, масивність і цілісність перетинів дає можливість дерев'яним конструкціям зберігати несучу здатність під час пожежі набагато довше, ніж металевим, які втрачають її