

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

Нікулішин Володимир Ігорович

УДК 528.2; 523.34

**МОДЕЛЮВАННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ТА
ВНУТРІШНЬОЇ БУДОВИ МІСЯЦЯ МЕТОДОМ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ**

Спеціальність 05.24.01 – геодезія, фотограмметрія та картографія

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 2015

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Національному університеті «Львівська політехніка»
Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Зазуляк Петро Михайлович,
професор кафедри картографії та
геопросторового моделювання
Національного університету «Львівська політехніка»

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Железняк Олег Олександрович,
завідувач кафедри аерокосмічної геодезії
Національного авіаційного університету

кандидат технічних наук, доцент
Тадєєв Олександр Антонович,
доцент кафедри геодезії та картографії
Національного університету водного господарства та
природокористування

Захист відбудеться « » _____ 2015 р. о _____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.12 у Національному університеті «Львівська політехніка» за адресою: 79013, м. Львів – 13, вул. С. Бандери, 12, ауд. 502 ІІ навч. корп.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1)

Автореферат розісланий « » _____ 2015 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 35.052.12
кандидат технічних наук, доцент

Паляниця Б.Б.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми дослідження. Одним із пріоритетних завдань діяльності Міжнародного комітету з геодезії (International Association of Geodesy (IAG)) є геодезичні дослідження небесних тіл. У рамках цих досліджень передбачено створення на період з 2015 до 2019 р. Міжвідомчого комітету з геодезичної планетології. Водночас міжнародні симпозиуми, які проводяться під егідою IAG Gravity, Geoid and Height Systems (GGHS) та Planetary Sciences (PS), що відбувались в Італії (2012 р.) та Китаї (2013 р.), ухвалили рішення, відповідно до якого для розвитку геодезичної планетології рекомендовано використовувати наукові здобутки з галузі геодезії, фізики і математичного моделювання, отримані для планети Земля.

Така зацікавленість пов'язана зі стрімким розвитком геодезичної планетології в останні десятиліття. Згідно зі звітом IAG протягом 2007-2013 рр. геодезичні дослідження Місяця із застосуванням штучних супутників виконували такі країни, як Японія (SELENE, 2007), Індія (Chandrayaan, 2008), США (LRO 2009, GRAIL 2012), Китай (Chang'e, 2013), в результаті чого було отримано велику кількість вихідних даних. Зокрема, завдяки місії SELENE вдалося вперше побудувати моделі великого розрізнення для топографії та гравітаційного поля з використанням прямих спостережень зворотної сторони Місяця. Найточнішою з обчислених моделей гравітаційного поля була SGM100i, коефіцієнти якої до 70-го степеня та порядку можна використовувати без апіорних обмежень. Ці моделі виявили більш складну структуру параметрів гравітаційного поля Місяця в районах масконів, що не узгоджуються з сучасними теоріями їх утворення. Розробка методів, які б локально аналізували параметри гравітаційного поля, дозволить отримати дані про внутрішню будову масконів Місяця, що узгоджуються з рельєфом та ізостатичними теоріями.

Досить часто для аналізу параметрів гравітаційного поля та топографії в планетарному масштабі використовуються спектральні методи. Зростання популярності таких методів пояснюється збільшенням розрізняювальної здатності даних про параметри гравітаційного поля та висоти рельєфу, що призводить до появи високочастотних компонент досліджуваних полів. Перевагами спектральних методів є можливість розділяти дані на високо- та низькочастотні компоненти, а також визначати кроспектральні характеристики, які обчислюються для декількох наборів даних.

При дослідженні параметрів гравітаційного поля методами спектрального аналізу важливою є локалізація певних частот в просторі, оскільки існує зв'язок між частотою функції, яка відображає параметр гравітаційного поля, та глибиною, густиною і формою тіла, що генерує це поле. Локалізувати частоти дозволяє метод вейвлет-аналізу, що вже набув широкого застосування в багатьох галузях науки та останнім часом став використовуватись для аналізу потенціальних полів. Наукова література, присвячена даній тематиці, дозволяє зробити висновок щодо актуальності використання даної методики, а отримані результати дадуть можливість по-новому оцінити теорію формування масконів Місяця.

Необхідно зазначити, що саме для розв'язку проблем у дослідженні гравітаційного поля, фігури і внутрішньої будови Місяця класичними методами

внесли вагомий внесок такі українські вчені, як Мещеряков Г.О., Зазуляк П.М., Кислюк В.С., Марченко О.М., Церклевич А.Л., Фис М.М., Заяць О.С., Дейнека Ю.П., а також зарубіжні – Чуйкова Н.А., Бурша М., Сагітов М.У., Muller P., Konopliv A.S., Bills B.G., Ferrari N., Khan A., Wieczorek M. A., Namiki N., Matsumoto K. та інші. Дослідженням потенціальних полів за допомогою вейвлет-функцій займалися такі науковці як Утемов З.В., Нургалієв Д.К., Cooper G.R., Moreau F., Gibert D. та інші.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тематика дисертаційної роботи відповідає науковому напряму кафедри картографії та геопросторового моделювання Інституту геодезії Національного університету “Львівська політехніка”: “Математичне моделювання в геодезії, астрономії і геофізиці”.

Мета і задачі досліджень. Основною метою роботи є моделювання параметрів гравітаційного поля та внутрішньої будови Місяця. Для досягнення поставленої мети автор у роботі розв'язував такі наукові задачі:

- обчислення гармонічних коефіцієнтів моделі гравітаційного поля Місяця 90-го степеня та порядку за даними аномалій сили ваги у вільному повітрі, що покривають поверхню Місяця одноградусною сіткою;
- побудова вейвлет-спектрів для аномалій сили ваги у вільному повітрі вздовж профілів, які проходять через центри основних масконів Місяця;
- розробка та реалізація алгоритму для побудови локального розподілу аномальних густин в надрах за побудованими вейвлет-спектрами;
- розробка алгоритму двовимірного вейвлет-перетворення на сфері та використання його для знаходження передавальної функції між рельєфом та аномаліями сили ваги у вільному повітрі у спектральній ділянці;
- встановлення товщини еластичної літосфери Місяця на підставі знайдених передавальних функцій.

Об'єктом досліджень є гравітаційне поле, топографія та внутрішня будова Місяця.

Предметом досліджень є методи дослідження параметрів гравітаційного поля та топографії Місяця.

Методи дослідження. Дослідження ґрунтуються на результатах фундаментальних і прикладних наукових розробок, що мають принципове і важливе значення для вирішення сформульованих задач дисертаційної роботи. В роботі використано досягнення прикладних галузей знань: геодезії, картографії, дистанційного зондування, математичного моделювання. Методологічною основою дослідження є спектральний аналіз, зокрема неперервне вейвлет-перетворення в двовимірному, тривимірному просторі та на сфері.

Наукова новизна отриманих результатів. На основі математичного моделювання розроблено методики для визначення глибини залягання і аномальної густини масконів та товщини еластичної літосфери з використанням неперервного вейвлет-аналізу та даних про параметри гравітаційного поля та топографію Місяця. Ці методики теоретично обґрунтовано, а ефективність їх доведено на моделях.

Запропоновані методики дозволяють локально оцінювати положення та густину масконів Місяця та товщину еластичної літосфери.

В роботі вперше:

- запропоновано використовувати неперервне вейвлет-перетворення для локального дослідження параметрів гравітаційного поля Місяця;
- розроблено методику для побудови двовимірного розподілу неоднорідностей в надрах Місяця, яка базується на неперервному вейвлет-перетворенні;
- розроблено алгоритм тривимірного неперервного вейвлет-перетворення на сфері;
- запропоновано методику визначення товщини еластичної літосфери Місяця на основі неперервного вейвлет-аналізу.

Практичне значення отриманих результатів. На основі проведених досліджень:

- обчислено гармонічні коефіцієнти моделі гравітаційного поля Місяця 90-го степеня та порядку;
- розроблено методику, що базується на неперервному вейвлет-перетворенні для моделювання масконів Місяця з використанням даних про аномалії сили ваги у вільному повітрі;
- за результатами математичного моделювання отримано положення та аномальну густину для 15-ти масконів Місяця;
- обчислено товщину еластичної літосфери для 5-ти регіонів Місяця.

Наукові результати, отримані автором, можна використати під час побудови уточнених ізостатичних моделей, які мають важливе значення в селенодезії. Розроблені методики також можуть використовуватись для аналізу параметрів гравітаційного поля та рельєфу Землі. Матеріали дисертаційної роботи впроваджені в навчальний процес у лекційні та лабораторні курси фахових дисциплін «Основи картографічного моделювання» та «Картографічний метод досліджень» у Національному університеті «Львівська політехніка».

Особистий внесок здобувача

Усі наукові результати, викладені в дисертаційній роботі, отримано автором самостійно, що підтверджується одноосібними публікаціями з ключових питань проблеми [1, 4]. У працях, опублікованих у співавторстві, автору належать: постановка задачі та розробка і реалізація алгоритму для обчислення параметрів моделі гравітаційного поля Місяця з використанням аномалій сили ваги у вільному повітрі [3]; програмна реалізація алгоритму та інтерпретація отриманих результатів [2, 7, 8, 9]; адаптація алгоритму неперервного вейвлет-перетворення для моделювання внутрішньої будови Місяця з використанням аномалій сили ваги у вільному повітрі [5]; встановлення глибини залягання та аномальної густини основних масконів Місяця [5]; розробка алгоритму неперервного вейвлет-перетворення на сфері [6].

Апробація результатів дисертації

Основні теоретичні та експериментальні результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на:

Міжнародній науково-практичній конференції «Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землепорядкування - Європейський досвід» 25- 27 травня 2009 р., Чернігів., Україна; Міжнародній науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “Геодезія, архітектура та будівництво - 2009”, м. Львів; Міжнародній науковій конференції на тему «Культурний ландшафт і науки про Землю - основні завдання та шляхи вирішення» 18-20 червня 2009 р., Львів; XV науково-технічному симпозиумі «Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GPS і GIS -технології» 12-17 вересня 2010 року, м. Алушта (Крим); XVI науково-технічному симпозиумі «Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GPS і GIS -технології» 12-17 вересня 2011 року, м. Алушта (Крим); XVII науково-технічному симпозиумі «Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS -технології» 10-15 вересня 2012 року, м. Алушта (Крим); Всеукраїнській науково-практичній конференції "Проблеми землеустрою та геоінформатики", 2012 р., м. Рівне.

Публікації

Результати досліджень за темою дисертації відображено у 9 публікаціях. З них: 1 стаття в науковому періодичному виданні України, що входить до міжнародних наукометричних баз, 5 статей у фахових виданнях України, 3 публікації у збірниках матеріалів конференцій.

Структура та обсяг дисертації

Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, списку використаних джерел із 110 найменувань. Загальний обсяг дисертації складає 128 сторінок, робота містить 50 рисунків і 15 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету і завдання досліджень, наведено основні наукові результати та особистий внесок автора, подано структуру та обсяг роботи, відомості про публікації.

У **першому розділі** «Сучасний стан та методи дослідження гравітаційного поля і внутрішньої будови Місяця» розглянуто історію дослідження Місяця, а саме його гравітаційного поля та внутрішньої будови. Детально висвітлено результати отримані японським супутником SELENE. Проаналізовано методи досліджень гравітаційного поля та внутрішньої будови Місяця.

До 1976 р. дослідження гравітаційного поля проводилося за даними низки американських та радянських місій, таких як Explorer, Apollo і Луна, результатом чого є більше 20 моделей гравітаційного поля Місяця. Гармонічні коефіцієнти всіх отриманих моделей узгоджувались для малих порядків і відрізнялися для високих. На основі даних, отриманих з місії Lunar Prospector (1999 р.), було побудовано наступні моделі гравітаційного поля Місяця: LP75D, LP75G, LP100J, LP100K, LP165P. Єдиним недоліком цих моделей є відсутність даних прямих спостережень зворотної сторони Місяця при їх побудові. Вперше отримати такі дані вдалося за допомогою японського супутника SELENE (2009 р.). Обчислені моделі більш чітко дозволяють ідентифікувати кільцеві структури на зворотній стороні Місяця та

значно краще корелюють з топографією і мають менші помилки нижчих порядків порівняно з попередніми моделями.

Однією з найважливіших характеристик, які впливають на гравітаційне поле, є параметри внутрішньої будови. На основі літературних джерел було узагальнено інформацію про структуру надр Місяця та встановлено, що вони складаються з кори (50- 70 км), тришарової мантії (шар до глибини 300 км, 800 км та 1570 км) та ядра радіусом 170-360 км. Густина кори коливається в межах $3,24-3,32 \text{ г/см}^3$, а мантії – $4,29-4,51 \text{ г/см}^3$. Найбільш незрозумілим фактом, з точки зору узгодження внутрішньої будови Місяця з топографією та гравітаційним полем, є наявність масконів, які були виявлені Мюллером і Сьогреном у 1968 р. за даними п'яти космічних апаратів Lunar Orbiter (США). Маскони характеризуються значними додатними аномалії сили ваги, що співпадають з центрами великих басейнів Місяця. Аномалії у вільному повітрі в морях Imbrium, Serenitatis, Crisium, Humorum і Nectaris приймають значення до +300 мГал. На той час ці аномалії були пояснені некомпенсованими масами морських базальтів, що наповнили ці басейни через великий проміжок часу після їх формування внаслідок вулканічної діяльності. Проте аналіз даних, які отримані за допомогою місії Clementine (США, 1994), визначив максимальну товщину базальтових морів на Місяці, яка становить 2 км. Цей факт не пояснює появи таких великих значень аномалії сили ваги. Завдяки сучасним моделям параметрів гравітаційного поля та топографії Місяця встановлено, що ці надлишкові аномалії сили ваги у вільному повітрі оточені кільцями з негативними аномаліями. Це свідчить про те, що маси в надрах Місяця некомпенсовані, в результаті чого спостерігаються значні ізостатичні аномалії, яких немає на Землі. Такі великі ізостатичні аномалії є як на видимій, так і на зворотній стороні Місяця. Нове уявлення про походження цих аномалій дає модель «розплавлення-охолодження». Однією з найпоширеніших особливостей цієї моделі є формування внаслідок зіткнення з метеоритом глибокого басейну розплаву, існування якого підтверджують наукові дослідження автора, що стосуються побудови функції розподілу мас у випадку тришарової моделі Місяця та свідчать, що радіальні похідні вищих порядків від гравітаційного потенціалу Місяця мають особливості на глибинах, що співпадають з верхньою та середньою мантією.

Припущення про існування глибокого басейну розплаву потребує проведення локального та окремого дослідження параметрів гравітаційного поля і топографії кожного маскону. З появою в останні роки завдяки місіям SELENE (Японія, 2007), LRO (США, 2009) та GRAIL (США, 2012) моделей топографії та гравітаційного поля високого розрізнення стало можливим розглядати більш дрібні структури. Таке дослідження потребує розділення високо- та низькочастотних компонент цих явищ з використанням методів спектрального аналізу. Широкого застосування в різних галузях науки набув метод вейвлет-перетворення, який, на відміну від перетворення Фур'є, дозволяє представляти дані одночасно в просторовій та спектральній ділянці. Наукові праці Утемова та Нургалієва, Moreu та Fedì, пов'язані із застосуванням вейвлет-аналізу до потенціальних полів, в сукупності з сучасними теоріями про походження позитивних аномалій сили ваги над ударними кратерами Місяця, демонструють нерозкриті можливості цього методу для аналізу параметрів гравітаційного поля та топографії Місяця.

Тому необхідною є розробка методів та алгоритмів, що базуються на неперервному вейвлет-перетворенні, які дозволять провести аналіз аномалій сили ваги і рельєфу Місяця та в результаті отримати значення глибин залягання, аномальних густин масконів та товщини еластичної літосфери. Використання цих даних сприятиме виокремленню характерних відмінностей між внутрішньою будовою видимої і зворотної сторони Місяця та в подальшому допоможе краще зрозуміти ізостатичні процеси, які відбуваються в його надрах.

У **другому розділі** «Аналіз параметрів гравітаційного поля Місяця з використанням неперервного вейвлет-перетворення» представлена методика обчислення гармонічних коефіцієнтів моделі гравітаційного поля Місяця. Використовуючи параметри отриманої моделі, розроблено алгоритм для моделювання масконів Місяця на основі неперервного вейвлет-перетворення. З використанням даного алгоритму обчислені розподіли густин вздовж профілів, які проходять через центри основних масконів Місяця.

Із спостережень супутника SELENE були отримані дані про аномалії сили ваги у вільному повітрі, які задаються на одноградусній сітці, а їх загальна кількість становить 64800 (360x180). Використаємо ці дані для побудови моделі селенопотенціалу Місяця. Аномалії сили ваги у вільному повітрі представимо виразом:

$$\Delta g = -\frac{GM_c}{\rho^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \left(\frac{R}{\rho}\right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin(\phi)), \quad (1)$$

де GM_c – селеноцентрична гравітаційна стала; C_{nm} , S_{nm} – гармонічні коефіцієнти; R – середній радіус Місяця; ϕ – широта; λ – довгота; $P_{nm}(\sin(\phi))$ – приєднані функції Лежандра.

На основі співвідношення (1) формуємо систему рівнянь, в якій C_{nm} та S_{nm} – невідомі, а Δg – стовпець вільних членів. Коефіцієнти при невідомих записуються в матрицю \mathbf{A} , кількість рядків в якій становить 64800, а кількість стовпців залежить від степеня та порядку n та m . Оскільки Δg є нерівноточними вимірами, то вираз для обчислення стовпця невідомих \mathbf{V} у матричному вигляді має вигляд:

$$\mathbf{V} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{P}_0 \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_0 \Delta g, \quad (2)$$

де \mathbf{P}_0 – вагова матриця помилок вихідних величин Δg .

У результаті обчислень було отримано модель 90-го порядку. На рис.1 показано зміни порядкових дисперсій:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2)}{2n+1}} \quad (3)$$

для отриманої моделі параметрів гравітаційного поля до 90-го порядку, а також емпіричний закон зміни, встановлений Конопльовим А.С. для гармонічних коефіцієнтів гравітаційного потенціалу Місяця:

$$\sigma_n = \frac{\beta \cdot 10^{-4}}{n^2} = \frac{1.2 \cdot 10^{-4}}{n^2}. \quad (4)$$

Отримана модель, на відміну від попередніх, чітко розділяє кільцеві структури, пов'язані з басейнами на протилежній стороні Місяця (рис.2).

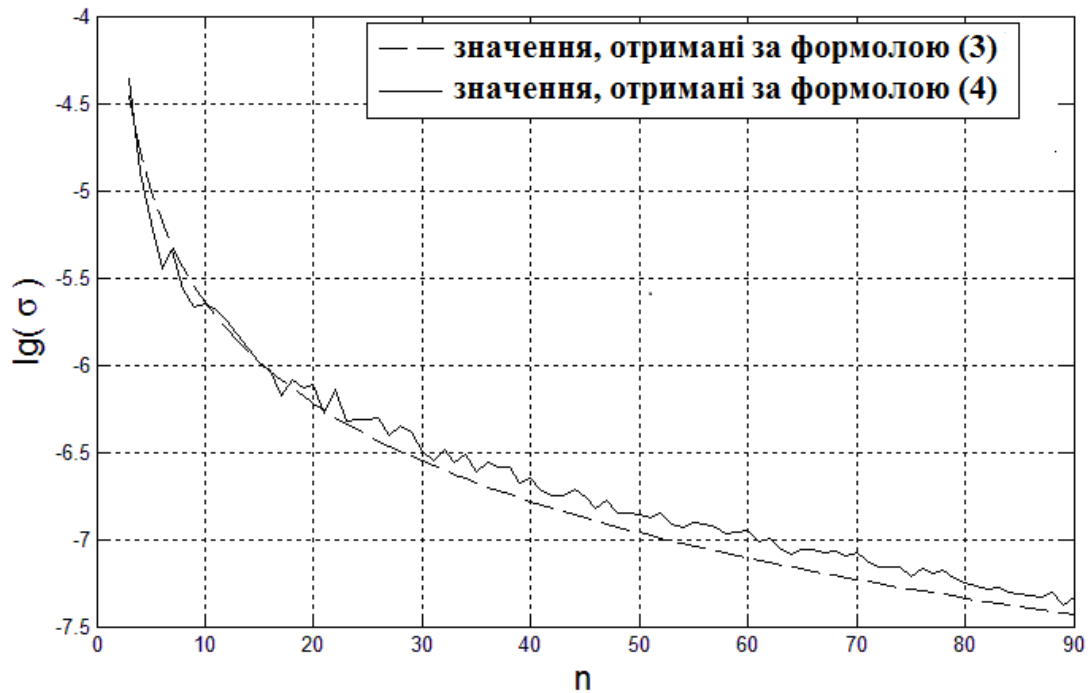


Рис.1. Зміна порядкових дисперсій σ_n для отриманої моделі та емпіричне значення

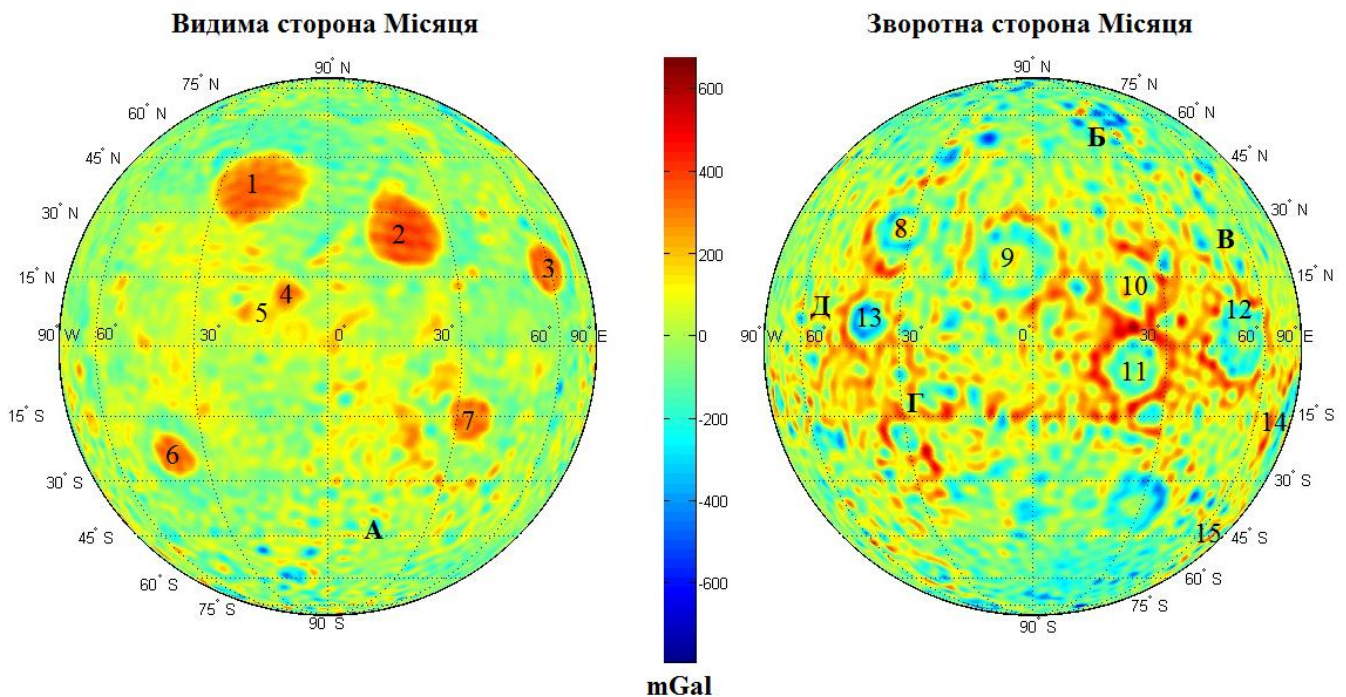


Рис.2. Аномалії сили ваги у вільному повітрі Місяця, зображені в екваторіальній азимутальній проекції. Чорними цифрами позначені маскони: 1 – Imbirum, 2 – Serenitatis, 3 – Crisium, 4 – Eratosthenes, 5 – Copernicus, 6 – Humor, 7 – Nectaris, 8 – Moscoviense, 9 – Freundlich-Sharanov, 10 – Dirichlet-Jackson, 11 – Korolev, 12 – Hertzprung, 13 – Mendeleev, 14 – Orientale, 15 – Mendel-Rydberg. Буквами позначені ділянки, для яких визначалась товщина еластичної літосфери

Із рис.2 видно, що маскони видимої та зворотної сторони Місяця кардинально відрізняються. Маскони видимої сторони (на рис.2 позначені цифрами 1-6) характеризуються додатними аномаліями сили ваги у вільному повітрі та мають форму, близьку до круга, в середині якого значення аномалій сили ваги є постійною величиною. У свою чергу маскони зворотної сторони Місяця характеризуються двома концентричними кільцями додатних та від'ємних аномалій сили ваги. В центрі цих кілець міститься пік, створений додатними значеннями сили ваги. Така відмінність між масконами видимої та зворотної сторони Місяця свідчить про неоднакову будову кори та верхньої мантії на видимій та зворотній стороні.

Розглянемо неперервне вейвлет-перетворення, яке в подальшому застосуємо для аналізу параметрів гравітаційного поля отриманої моделі селенопотенціалу. Отже, значення вейвлет-коефіцієнтів отримуємо за допомогою виразу

$$W(x', h) = \frac{1}{\sqrt{h}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \psi\left(\frac{x-x'}{h}\right) dx, \quad (5)$$

де $\frac{1}{\sqrt{h}}$ – нормувальний множник, $\psi\left(\frac{x-x'}{h}\right)$ – вейвлет-функція, в якій x' відповідає за локалізацію функції за віссю x , а параметр h масштабує функцію, $f(x)$ – функція, що описує досліджуване явище (в даному випадку аномалії сили ваги у вільному повітрі). Функція ψ не є гармонійною (рис.2б) та володіє такими властивостями, як локалізація, нульове середнє, обмеженість та автотемпературність.

Представимо неоднорідність у надрах Місяця за допомогою двовимірної точкової маси з аномальною густиною $\Delta\rho$ та запишемо вертикальну складову сили ваги:

$$\Delta g(x) = G \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h \cdot \Delta\rho(x', h)}{\sqrt{((x-x')^2 + h^2)^3}} dx' dh, \quad (6)$$

де G – гравітаційна стала, h – глибина залягання точкової маси, x' – горизонтальна координата залягання неоднорідності, $\Delta\rho$ – аномальна густина точкової маси.

Відносна частота Δg на пряму залежить від глибини залягання неоднорідності. Максимальні значення вейвлет-коефіцієнтів вказують на найбільшу схожість між вейвлетом та функцією, яку ми аналізуємо, у частотній ділянці. За зміну відносної частоти вейвлета у формулі (5) відповідає масштабний коефіцієнт h , який є величиною обернено пропорційною до неї. Визначити відносну частоту для центрального піку вейвлета можливо, порівнявши його з будь-якою гармонічною функцією (синусом або косинусом). Частота, при якій гармонічна функція максимально збігається з центральним піком вейвлета, і буде називатись відносною частотою вейвлет-функції. Визначити її можна за формулою:

$$v_a = \frac{v_0}{h}, \quad (7)$$

де v_0 – максимум функції взаємної кореляції $p(v)$ при $h=1$ (рис.3а)

$$p(v) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x,1) \cdot \cos(2\pi vx) dx. \quad (8)$$

Отже, для того, щоб максимум вейвлет-спектра для функції Δg співпадав з глибиною залягання неоднорідності, потрібно підібрати таку вейвлет-функцію, щоб

із зміною h відносна частота вейвлета та функції Δg були рівні між собою. Для двовимірної точкової маси, що знаходиться на глибині 1 км, частота функції Δg рівна 0,26 Гц. Серед класичних вейвлет-функцій такою ж частотною характеристикою володіє МНАТ-вейвлет (рис.3б). Цей факт дозволяє використовувати його для визначення глибини залягання неоднорідностей у вигляді двовимірних точкових мас.

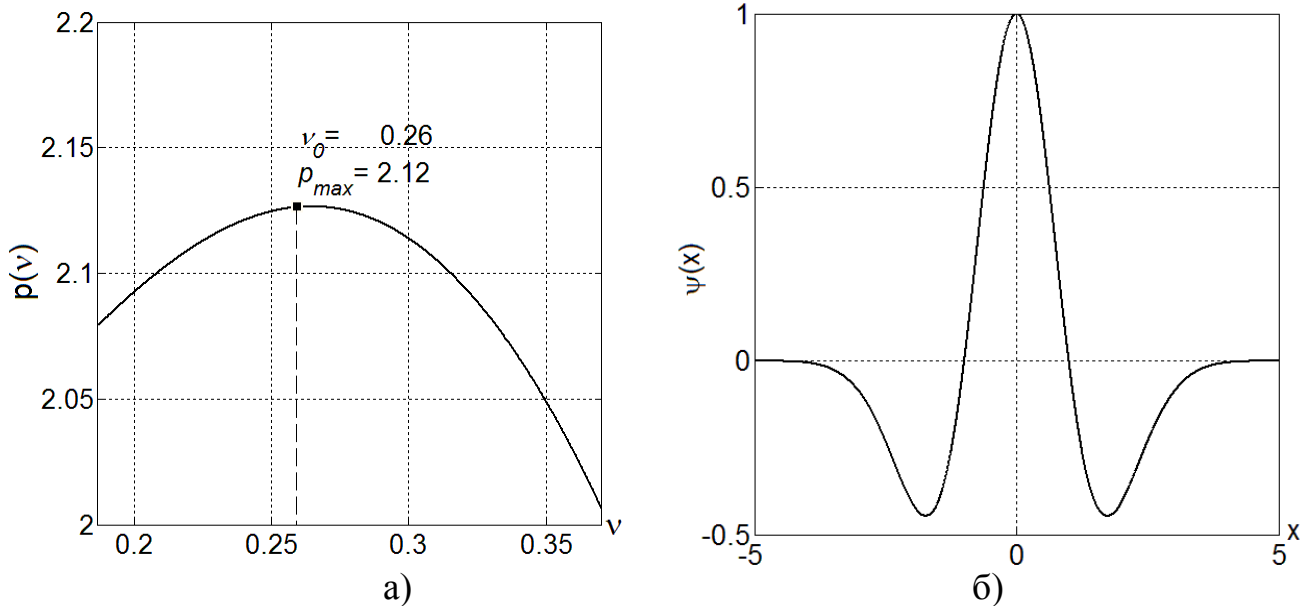


Рис.3. а) визначення v_0 за максимумом функції взаємної кореляції для вейвлета МНАТ б) Гаусовий вейвлет другого порядку, або МНАТ-вейвлет: $g = (1 - x^2) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

Хоча значення вейвлет-коефіцієнтів дають інформацію про розподіл густини з глибиною, проте вони є далекими від реальних величин. Тому запишемо аномальну густину точкової маси як суму вейвлет-коефіцієнтів та невідомих поправок v :

$$\Delta\rho(x', h) = W(x', h) + v(x', h) \quad (9)$$

та перепишемо рівняння (6) у дискретній формі для одиничної сітки розмірністю $N_1 \times N_2$:

$$\Delta g(x) = G \sum_{x'=1}^{N_1} \sum_{h=1}^{N_2} \frac{h \cdot \Delta\rho(x', h)}{\sqrt{((x - x')^2 + h^2)^3}}. \quad (10)$$

Після підстановки (9) в (10) та нескладних математичних перетворень отримаємо систему рівнянь (кількість рівнянь N_1), в якій $N_3 = N_1 \times N_2$ невідомих:

$$\sum_{x'=1}^{N_1} \sum_{h=1}^{N_2} a(x, x', h) v(x', h) + l(x, x', h) = 0, \quad x = 1..N_1, \quad (11)$$

де

$$a(x, x', h) = \frac{h}{\sqrt{((x - x')^2 + h^2)^3}}, \quad l(x, x', h) = \sum_{x'=1}^{N_1} \sum_{h=1}^{N_2} \frac{h}{\sqrt{((x - x')^2 + h^2)^3}} W(x', h) - \frac{\Delta g(x)}{G}. \quad (12)$$

Отримавши розв'язок такої системи рівнянь відносно v методом найменших квадратів, зможемо знайти значення аномальної густини $\Delta\rho$.

Для побудови розподілу аномальних густин у надрах Місяця застосуємо дану методику (вирази (6)-(12)) до профілів, побудованих за значеннями аномалій сили

ваги у вільному повітрі, які проходять через центри масконів, зображених на рис.3 зі сходу на захід та з півдня на північ. На рис.4 представлено розподіл густини для маскону видимої сторони Місяця Imbirum.

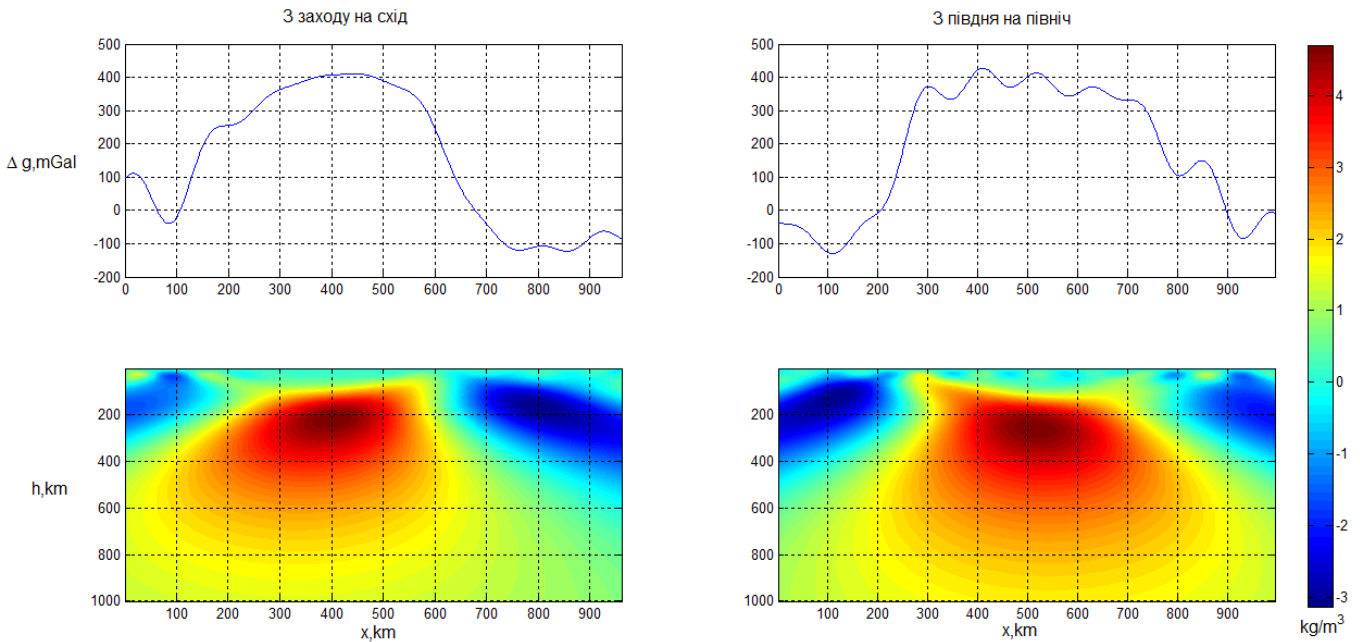


Рис.4. Розподіли аномальних густин, побудовані вздовж профілів, що проходять через центр маскону Imbirum

Всі розподіли густини масконів видимої сторони Місяця є однотипними і відрізняються лише глибиною залягання (табл.1).

Таблиця 1

Глибини залягання максимумів та мінімумів густини для масконів видимої сторони Місяця

Назва	Глибина максимуму густини, км		Глибина мінімуму густини, км		Аномальна густина, $\frac{кг}{м^3}$	
	Захід-схід	Південь-північ	Захід-схід	Південь-північ	Максимальна	Мінімальна
Serenitatis	220	250	150	200	4,9	-3,1
Crisium	195	180	120	105	4,1	-2,3
Eratosthenes	115	115	60-115	60-100	3,5	-2,1
Copernicus	140	95	30-85	22-80	2,5	-1,0
Humorum	145	135	95	100	4,8	-3,2
Nectaris	155	155	100	90	3,7	-2,2

Маскони зворотної сторони Місяця за отриманими розподілами можна розділити на два типи. До першого типу можна віднести маскони Orientale, Mendel-Rydberg, Moscoviense, Freundlich-Sharanov, Hertzsprung (рис.5). Отримані розподіли цих масконів характерні тим, що максимуми та мінімуми аномальних густин знаходяться на однакових глибинах (від 45 до 125 км) та змінюються в діапазоні від -5 до 5 $кг/м^3$. На рис.5 зображено розподіл аномальних густин для профілів, що проходять через центр маскону Orientale. Для маскону Freundlich-Sharanov, крім

аномального розподілу густини на глибині до 200 км, значення густини має ще один максимум на глибині 300 км (профіль захід-схід) та 500 км (профіль південь-північ).

Другий тип масконів (Dirichlet-Jackson, Mendeleev, Korolev) характеризується тим, що з глибиною величини аномальних густин періодично міняють знак (рис.6), що свідчить про те, що глибинні неоднорідності утворилися значно раніше внаслідок зіткнення з великим метеоритом. А поверхневі аномалії густини є результатом дрібного метеоритного бомбардування та вулканічної діяльності.

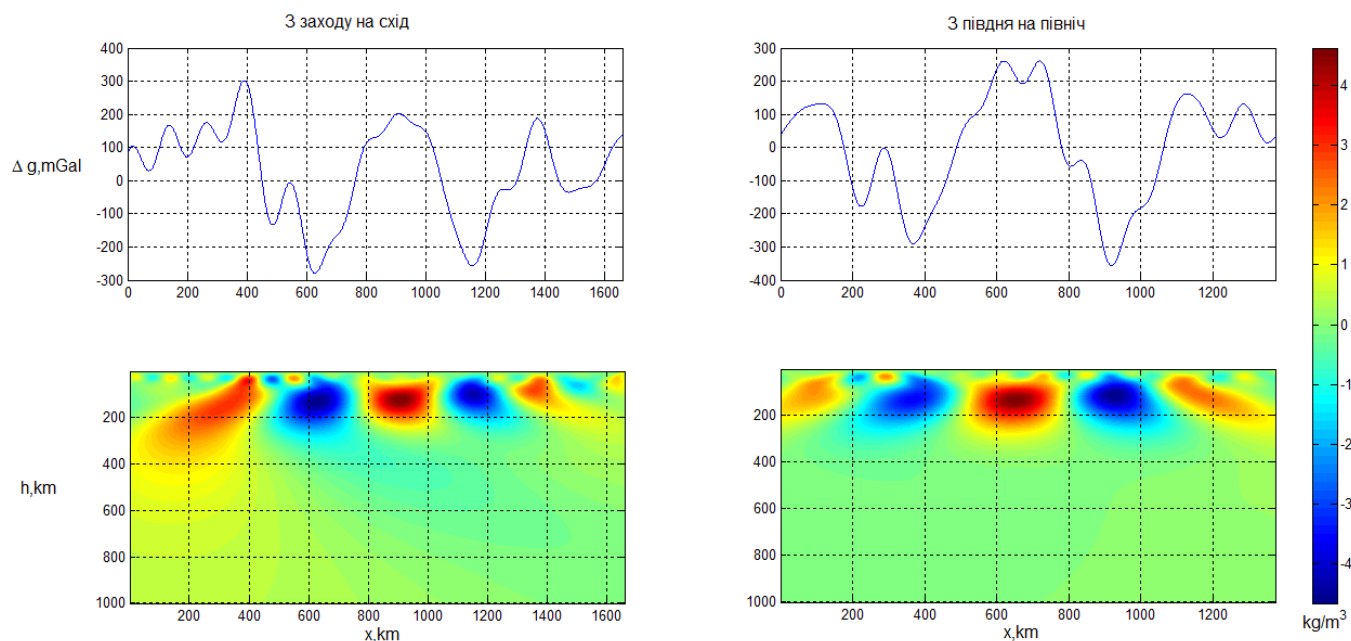


Рис.5. Розподіли аномальних густин, побудовані вздовж профілів, що проходять через центр маскону Orientale

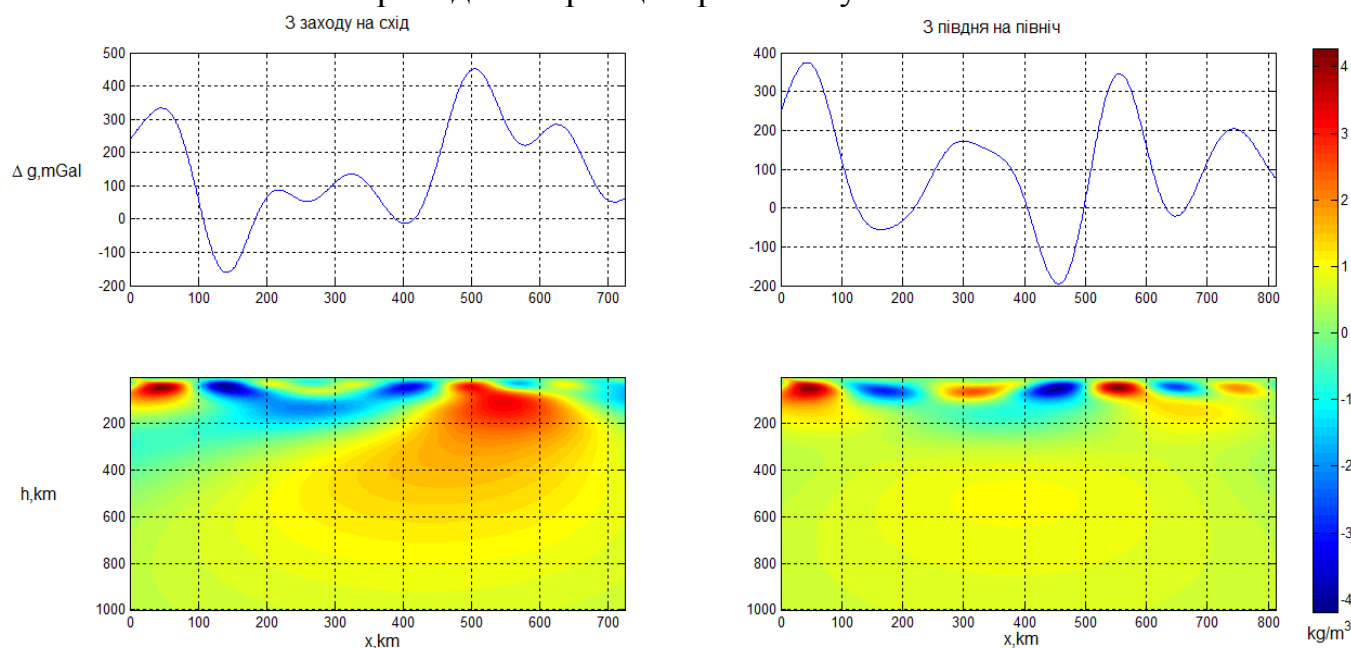


Рис.6. Розподіли аномальних густин, побудовані вздовж профілів, що проходять через центр маскону Dirichlet-Jackson

Хоча отриманий результат є формальним розв'язком оберненої задачі гравіметрії і має низку недоліків, пов'язаних з апіорним вибором форми джерела, проте такий розподіл можна використовувати для інтерпретації поруч з

геологічними або геофізичними даними, а також при побудові ізостатичних моделей.

Отримані значення зіставлено з результатами аналогічних досліджень, проведених Таракановим Ю.І. та Зайцем О.С. У деяких випадках глибини відрізняються більш ніж на 100 км. Такі відмінності можна пояснити тим, що дані розподіли побудовані в двовимірному просторі без урахувань мас, що знаходяться перпендикулярно до площини вейвлет-спектра.

Для кожного маскону була виконана оцінка точності за внутрішньою збіжністю. Максимальне значення середніх квадратичних похибок параметрів складає $8,720 \cdot 10^{-8}$ кг/м³.

Порівнюючи маскони видимої і невидимої сторін Місяця можна відзначити, що основні джерела аномалій сили ваги на видимій стороні Місяця знаходяться у верхній мантії, а неоднорідності густини зворотної сторони Місяця залягають на глибинах, які відносять до границі кори і верхньої мантії.

У **третьому розділі** «Застосування методу передавальних функцій для дослідження параметрів гравітаційного поля та топографії Місяця» представлена методика визначення товщини еластичної літосфери з використанням коефіцієнтів неперервного вейвлет-перетворення топографії та аномалій сили ваги Місяця, заданих у сферичних координатах.

Завдяки сучасним моделям параметрів гравітаційного поля та топографії Місяця були отримані дані про значну некомпенсованість надр Місяця в районах масконів. Ця некомпенсованість пояснюється особливостями рельєфу та внутрішньої будови надр Місяця. Моделі ізостатичної компенсації є важливими як в геодезії, так і в селенодезії. Ізостатична редуція сили тяжіння завжди розглядалась як одна з найкращих для розв'язання геодезичних задач, проте складність математичних моделей змушувала науковців шукати більш прості та доступні рішення. Класичні ізостатичні моделі Пратта і Ері пропонують тільки локальну компенсацію вздовж вертикальних стовпців, а тому використання їх дає результат, який не завжди співпадає з реальними даними. У зв'язку з цим Венінг-Мейнес модифікував ізостатичну модель Ері, запропонувавши замість локальної регіональну компенсацію. В цій теорії топографія розглядається як навантаження на нерозривну, еластичну плиту. Для Місяця ж характерними є неоднорідності в корі та мантії, які теж впливають на прогин еластичної літосфери. Для подальшого дослідження нами було запропоновано замінити у моделі Венінг-Мейнеса одношарову еластичну пластину двошаровою, яка складається з кори та верхньої частини мантії. Причому неоднорідності густини можуть бути присутні як в корі, так і в мантії, так і в корі та мантії одночасно. Така еластична літосфера під дією сили p (утворюється в результаті навантаження рельєфу та внутрішніх неоднорідностей) прогинається на величину w та вздовж напрямку x описується таким диференціальним рівнянням:

$$D \frac{d^6 w}{dx^6} + 4D \frac{d^4 w}{dx^4} + ET_e R^2 \frac{d^2 w}{dx^2} + 2ET_e R^2 w = R^4 \left(\frac{d^2 p}{dx^2} + p - p\nu \right), \quad (13)$$

де $D = \frac{ET_e^3}{12(1-\nu^2)}$ – жорсткість літосфери, E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуасона, T_e – товщина еластичної літосфери, R – середній радіус планети. Це рівняння можна використовувати, якщо товщина плити становить не більше десятої частини радіуса планети, а товщина літосфери скрізь однакова.

Одним з факторів, що впливає на відхилення еластичної літосфери, є рельєф. Уздовж напрямку x представимо його як періодичну функцію:

$$h = H \cdot \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}, \quad (14)$$

де h – висота рельєфу, λ – довжина хвилі, H – максимальне значення відхилення рельєфу.

Залежно від геометричних, фізичних та механічних характеристик літосфери відхилення w під дією навантаження можуть мати різні значення. Результат такого прогину відображається у значеннях аномалій сили ваги. З розв'язку рівняння Лапласа за умови (13), (14) отримаємо:

$$\Delta g = A \sin kx, \quad \text{де} \quad \begin{cases} A = 2\pi\rho_c GH \cdot (1 + A'), & \text{якщо } \Delta g = \Delta g_{fa}, \\ A = 2\pi\rho_c GH \cdot A', & \text{якщо } \Delta g = \Delta g_B, \end{cases} \quad (15)$$

де $A' = \frac{(\rho_c - \rho_m)g(k^2 - 1 + \nu)e^{2\pi\frac{T_c}{\lambda}}}{\frac{D}{R^4}k^6 - \frac{4D}{R^4}k^4 + \left(\frac{ET_e}{R^2} + g(\rho_m - \rho_c)\right)k^2 - \left(\frac{2ET_e}{R^2} + g(\rho_m - \rho_c)\right)(1 - \nu)}$, Δg_{fa} – аномалії

сили ваги у вільному повітрі, Δg_B – аномалії сили ваги в редукції Буге, ρ_m , ρ_c , ρ_l – густина мантії, кори та поверхневого навантаження відповідно, $\Delta\rho$ – аномальні значення густини у корі та мантії, H – максимальна висота топографії, w – відхилення літосфери, спричинене вертикальним навантаженням, T_e , T_c , M – товщина еластичної літосфери, кори та мантії відповідно.

Для вивчення явищ, які представлені за допомогою виразів (14), (15), з метою визначення товщини еластичної літосфери, є ефективним досліджувати їх не як окремі функції, а знайти співвідношення, яке б відображало їхні спільні спектральні характеристики. В теорії систем таку залежність називають передавальною функцією (ПФ). Для наборів даних, якими задаються висоти рельєфу та аномалії сили ваги Місяця, ПФ залежить від фізичних, геометричних та механічних властивостей його еластичної літосфери і відображає ізостатичну реакцію на поверхневе та внутрішнє навантаження. Властивість вейвлет-перетворення одночасного представлення функції в спектральній та просторовій ділянках дозволить досить просто перейти в частотну ділянку та знайти ПФ між аномаліями сили ваги та висотами рельєфу.

Для переходу в спектральну ділянку виконуємо вейвлет-перетворення функцій, що описують аномалії сили ваги у вільному повітрі (15) та рельєф (14) з використанням МНАТ-функції (рис.3б). Результат вейвлет-перетворення представимо виразами

$$W_g(a,b) = A \cdot a^2 k^2 \cdot e^{\frac{-a^2 k^2}{2}} \sin kb, \quad (16)$$

$$W_h(a,b) = H \cdot a^2 k^2 \cdot e^{\frac{-a^2 k^2}{2}} \sin kb,$$

де $W_g(a,b)$ – вейвлет коефіцієнти аномалій сили ваги, $W_h(a,b)$ – вейвлет-коефіцієнти висот рель'єфу, параметр a представляє частотну характеристику вейвлет-перетворення, а b відповідає за лінійне зміщення. Саму ж передавальну функцію між параметрами гравітаційного поля та рельєфом запишемо як відношення скалярного добутку функцій $W_g(a, b)$ та $W_h(a, b)$ норми функції $W_h(a, b)$:

$$Z_a = \frac{S_{hg}(a)}{S_{hh}(a)}, \quad (17)$$

де

$$S_{hg}(a) = \int W_h(a,b)W_g(a,b)db, \quad S_{hh}(a) = \int W_h(a,b)^2 db. \quad (18)$$

З урахуванням (16) формули (18) будуть мати вигляд:

$$S_{hg}(a) = 0.5AHa^4k^4 e^{-a^2k^2} \left(b - \frac{1}{2k} \sin 2kb \right),$$

$$S_{hh}(a) = 0.5H^2a^4k^4 e^{-a^2k^2} \left(b - \frac{1}{2k} \sin 2kb \right), \quad (19)$$

а передавальну функцію запишемо як відношення амплітуд функцій, що задають висоти рельєфу (14) та аномалії сили ваги (15):

$$Z_a = \frac{A}{H}. \quad (20)$$

Враховуючи (15) співвідношення для Z_a , запишемо:

$$Z_a = \begin{cases} 2\rho_c G \cdot (1 + A') & \text{для } \Delta g_{fa}, \\ 2\rho_c G \cdot A' & \text{для } \Delta g_B. \end{cases} \quad (21)$$

За допомогою виразу (21) представлено модельне значення передавальної функції між топографією та гравітаційними аномаліями. Отримані вирази для Z_a є функціями від багатьох параметрів еластичної літосфери та хвильового числа k :

$$Z_a = f(\rho_c, \rho_m, \nu, E, T_e, T_c, g, R, k). \quad (22)$$

Для отримання практичних значень передавальної функції на основі моделей топографії та аномалій сили ваги, обчислених з використанням даних спостереження, виникає необхідність виконувати двовимірне неперервне вейвлет-перетворення дискретних даних, заданих у сферичних координатах. Враховуючи це, нами було розроблено алгоритм двовимірного неперервного вейвлет-перетворення на сфері. Розглянемо основні етапи алгоритму, опускаючи складні математичні викладення та детальні пояснення:

– задання значення масштабу a , параметра зміщення b та кута повороту κ (для анізотропної вейвлет-функції);

– обчислення оптимальної ширини вікна для вейвлет-функції $\psi(x)$ за формулами:

$$t = \frac{1}{\|\psi\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot |\psi(x)|^2 dx, \quad \Delta t = \frac{1}{\|\psi\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} [t - x]^2 \cdot |\psi(x)|^2 dx; \quad (23)$$

– визначення ширини вікна N_φ та N_λ в кутовій мірі вздовж паралелі φ_0 та меридіану λ_0 . Значення N_φ та N_λ в радіанах визначаються за формулами:

$$N_\varphi = \frac{\Delta t}{R \cdot \cos \varphi}, \quad N_\lambda = \frac{\Delta t}{R}; \quad (25)$$

– обчислення значень вейвлет-коефіцієнтів:

$$W(a, \varphi_0, \lambda_0, \kappa) = -R^2 \sum_{\lambda=\lambda_0-\frac{N_\lambda}{2}}^{\lambda_0+\frac{N_\lambda}{2}} \sum_{\varphi=\varphi_0-\frac{N_\varphi}{2}}^{\varphi_0+\frac{N_\varphi}{2}} \theta \cdot f(\lambda, \varphi) \psi\left(\frac{\theta, \alpha, \kappa}{a}\right), \quad (26)$$

де θ і α обчислюються за відомими формулами сферичної тригонометрії:

$$\cos \theta = \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(\lambda_0 - \lambda),$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos \varphi \sin(\lambda_0 - \lambda)}{\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos(\lambda_0 - \lambda)}; \quad (27)$$

– циклічно змінюючи величини φ_0 в межах $(-\pi/2; \pi/2)$ та λ_0 в межах $(0; 2\pi)$ на величину b , обчислюємо вейвлет-спектр для всієї сферичної поверхні.

Тривимірний МНАТ-вейвлет у сферичних координатах для ізотропного та анізотропного випадку запишеться за допомогою формул:

$$\psi(\alpha, \theta) = (1 - R^2 \cdot \theta^2) \cdot e^{-\frac{R^2 \theta^2}{2}}, \quad (28)$$

$$\psi(\alpha, \theta, \kappa) = (1 - R^2 \cdot \theta^2 \cos^2 \delta \cos^2 \kappa) \cdot e^{-\frac{R^2 \theta^2 \cos^2 \delta \cos^2 \kappa}{2}}, \quad (29)$$

де θ - це полярна відстань, а α - азимут точки, κ - кут повороту анізотропної вейвлет-функції. Анізотропний вейвлет дозволяє усереднювати досліджуване явище тільки в певному напрямку. Повертаючи вейвлет на кут κ в горизонтальній площині, можна отримати вейвлет-коефіцієнти, орієнтовані за різними напрямками.

Використовуючи приведені алгоритм за формулою (26), були обчислені вейвлет-коефіцієнти для моделі топографії LALT360 (SELENE, 2009) та аномалій сили ваги у вільному повітрі, задані у сферичних координатах φ, λ (рис.7).

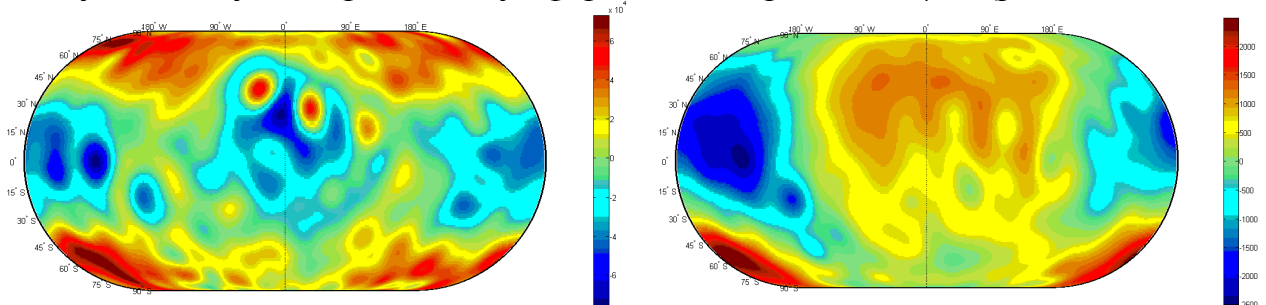


Рис.7. Вейвлет-перетворення аномалії сили ваги у вільному повітрі (зліва) та топографії Місяця (справа) обчислені для довжини хвилі 109 км.

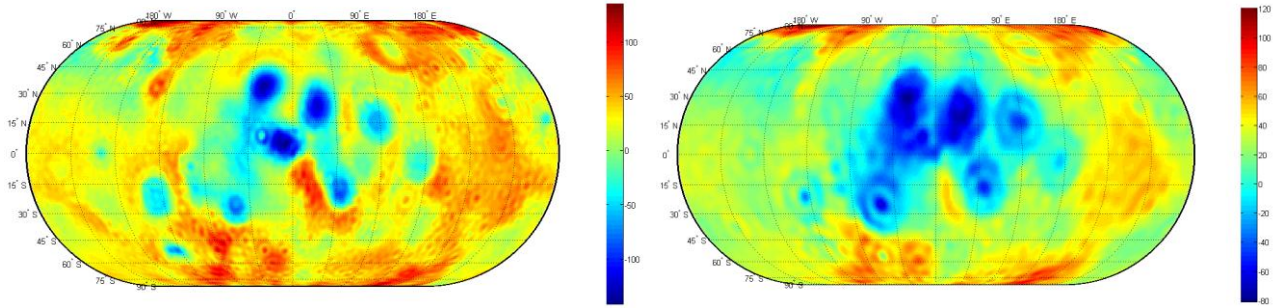


Рис.8. Значення передавальних функцій, обчислене для довжин хвиль 109 км (зліва) та 217 км (справа)

Вейвлет-коефіцієнти обчислено для довжин хвиль 109 км, 217 км, 435 км та 870 км, які відповідають довжинам хвиль даних спостереження на різних ділянках. За формулами (17), (18) з використанням отриманих вейвлет-коефіцієнтів було обчислено емпіричне значення передавальної функції для 5-ти ділянок Місяця. Для довжин хвиль 109 км та 217 км значення ПФ представлено на рис.8.

На основі аналізу літературних джерел встановлено значення деяких параметрів, що використовуються в (21), (22). Задавшись цими значеннями (табл. 2) та емпіричними значеннями передавальних функцій, з рівняння (21) визначено товщину еластичної літосфери T_e для п'яти ділянок Місяця (рис.2). Отримані результати подано в табл. 3

Таблиця 2

Значення параметрів, що використовуються при визначенні товщини еластичної літосфери

R , км	E , Па	ν	ρ_l , кг/м ³	ρ_c , кг/м ³	ρ_m , кг/м ³	T_c , кг/м ³	GM , м ³ /с ²	g , м/с ²
1738	$9 \cdot 10^9$	0,3	2700-2900	2600-3100	3400	5-100	$4902,8007 \cdot 10^9$	1.625

Слід зазначити, що отримані співвідношення дозволяють визначати товщину еластичної літосфери ділянок, на яких відсутні маскони та не спостерігаються значні ізостатичні аномалії. Це спричинено тим, що внутрішня будова масконів, як показано в другому розділі, має складну багатошарову будову та не може бути представлена двошаровою моделлю. Цей факт не забороняє використовувати дану методику для дослідження товщини еластичної літосфери в ділянках, де розміщені маскони. Проте модельні значення передавальної функції (21) потрібно коректувати відповідно до внутрішньої будови кожного з масконів, враховуючи результати, отримані в другому розділі.

Для підтвердження даної методики з використанням поданого алгоритму обчислено товщину еластичної літосфери для п'яти регіонів на Місяці (рис.2). В табл. 3. представлено результати обчислень поряд з аналогічними даними, отриманими в роботі Wiczoreka M. A.

Таблиця 3

Результати обчислень товщини еластичної літосфери

Регіон	Товщина кори, км	Густина кори, кг/км^3	Обчислена товщина еластичної літосфери, км	Товщина еластичної літосфери обчислена Wieczorekem, км
А	42	2670	14	20
Б	45	2860	13	11
В	85	2810	24	30
Г	66	2700	10	14
Д	69	3010	17	21

Максимальна різниця між отриманими результатами та результатами Wieczoreka M. A. допустима в межах точності його обчислень та складає 6 км.

Загальні висновки до роботи

За результатами досліджень:

1. Побудовано модель селенопотенціалу 90-го степеня та порядку за аномаліями сили ваги у вільному повітрі отриманими зі спостережень супутника SELENE, які покривають поверхню Місяця одноградусною сіткою.

2. Доведено, що з використанням вейвлет-перетворення можна визначати положення та аномальну густину масконів Місяця за аномаліями сили ваги у вільному повітрі.

3. Для 15-ти масконів Місяця побудовано розподіли густин вздовж профілів, які проходять через їхні центри (з Заходу на Схід та з Півночі на Південь).

4. Встановлено, що отримані розподіли густини масконів видимої сторони Місяця є однотипними за будовою. Глибини залягання неоднорідностей змінюються від 115 до 220 км. Позитивні аномалії густини знаходяться в межах від 2,5 до 4,9 кг/м^3 , а негативні від -3,2 до -1,0 кг/м^3 . Серед масконів зворотної сторони Місяця виділяються два типи, що свідчить про різні механізми утворення.

5. Виконана оцінка точності за внутрішньою збіжністю не перевищує 10^{-7} кг/м^3 . Порівняння отриманих глибин залягання масконів з результатами таких науковців, як Тараканов Ю.І. та Заяць О.С. виявило відмінності, які в деяких випадках перевищують 100 км. Такі відмінності можна пояснити тим, що дані розподіли побудовані в двовимірному просторі без урахувань мас, що знаходяться перпендикулярно до площини вейвлет-спектра.

6. Опрацьовано і реалізовано методику визначення товщини еластичної літосфери Місяця за даними про аномалії сили ваги у вільному повітрі та топографію з використанням неперервного вейвлет-перетворення.

7. Встановлено, що товщина еластичної літосфери для досліджуваних регіонів змінюється в діапазоні від 12 до 24 км, а максимальна різниця між отриманими результатами та результатами автора Wieczoreka M. A. є допустима в межах точності та складає 6 км.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Стаття у науковому періодичному виданні України, що входить до міжнародних наукометричних баз:

1. Нікулішин В.І. Дослідження фізичних властивостей небесних тіл за

допомогою неперервних базисних функцій на прикладі Місяця / В.І. Нікулішин // Науково-теоретичний журнал «Кинематика и физика небесных тел». – Київ. – 2014, 2/14, том 30. – С.77-80.

Статті у фахових виданнях України:

2. Нікулішин В.І. Використання многочленів Лежандра для апроксимації одновимірних розподілів густини мас планет та дослідження їх збіжності / М.М. Фис, В.І. Нікулішин, Р.М. Озімбловський // Міжвідомч. Наук. техн. збірник «Геодезія картографія і аерофотознімання». – 2010. – №73. – С. 3-6.

3. Нікулішин В.І. Модель гравітаційного поля Місяця, одержана за аномаліями у вільному повітрі / П.М. Зазуляк, В.І. Нікулішин // Міжвідомч. Наук. техн. збірник «Геодезія картографія і аерофотознімання». – 2011. – №75. – С. 3-7.

4. Нікулішин В.І. Практика застосування вейвлет-аналізу до гравітаційного поля Місяця / В.І. Нікулішин // Міжвідомч. Збірн. Наук. праць «Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва». – Л. – 2012, II (24)-й вип. – С.65-68.

5. Нікулішин В.І. Моделі розподілу мас масконів Місяця, побудовані з використанням неперервного вейвлет-перетворення / П.М. Зазуляк, В.І. Нікулішин // Міжвідомч. Наук. техн. збірник «Геодезія картографія і аерофотознімання». – 2013. – №78. – С. 160-168.

6. Нікулішин В.І. Алгоритм неперервного вейвлет-перетворення на сфері / П.М. Зазуляк, В.І. Нікулішин // Міжвідомч. Збірн. Наук. праць «Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва». –Л. – 2013, II (26)-й вип. – С.21-24.

Матеріали в наукових виданнях, збірниках наукових доповідей конференцій:

7. Нікулішин В.І. Наближення одновимірних розподілів тіл рядом по поліномах Лежандра та способи покращення збіжності / М.М. Фис, В.І. Нікулішин, І.Я. Покотило, З.О. Котик // Збірник наукових праць “Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землевпорядкування – Європейський досвід. – Чернігів. – 2009.– С. 42-44.

8. Нікулішин В.І. Один варіант наближеного знаходження розподілу мас еліпсоїдальних планет / М. М. Фис, П. М. Зазуляк, В.І. Нікулішин // Вісник Львівського національного аграрного університету. Архітектура і сільськогосподарське будівництво.– Львів. – 2011. – №12. – С. 198–203.

9. Нікулішин В.І. Методи апроксимації радіальних розподілів густини мас планет многочленами Лежандра і дослідження їх збіжності / М.М. Фис, В.І. Нікулішин, І.Я. Покотило // Матеріали XIV міжнародного науково-технічного симпозіуму “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища GPS і GIS – технології”.– Львів. – 2010. – С. 258–259.

АНОТАЦІЯ

Нікулішин В.І. Моделювання особливостей гравітаційного поля та внутрішньої будови Місяця методом вейвлет-аналізу. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.24.01 – геодезія, фотограмметрія та картографія. – Національний університет «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України, м. Львів, 2015.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню гравітаційного поля, топографії та внутрішньої будови Місяця з використанням неперервного вейвлет-

перетворення. На основі даних, отриманих за допомогою японської місії SELENE, побудовано модель селенопотенціалу 90-го степеня та порядку. Розроблено методику визначення аномальної густини та глибини залягання масконів Місяця з використанням неперервного вейвлет-перетворення. Дану методику застосовано до параметрів отриманої моделі селенопотенціалу та обчислено глибини залягання і аномальні густини основних масконів Місяця. Виконано порівняльний аналіз масконів видимої та зворотної сторони Місяця та зіставлено отримані результати з результатами інших авторів. Розроблено алгоритм неперервного вейвлет-перетворення на сфері для ізотропного та анізотропного випадків. За допомогою даного алгоритму були обчислені передавальні функції між висотами рельєфу та аномаліями сили ваги, на основі яких визначено товщину еластичної літосфери для 5-ти ділянок Місяця.

Ключові слова: Місяць, гравітаційне поле, модель топографії, вейвлет-аналіз, МНАТ-вейвлет, маскон, аномалії сили ваги, передавальна функція.

АННОТАЦІЯ

Никулишин В.И. Моделирование особенностей гравитационного поля и внутреннего строения Луны методом вейвлет-анализа. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.24.01 – геодезия, фотограмметрия и картография. – Национальный университет "Львівська політехніка" Министерства образования и науки Украины, г. Львов, 2015.

Диссертация посвящена исследованию гравитационного поля, топографии и внутреннего строения Луны с использованием непрерывного вейвлет-преобразования. В диссертации проведен обзор литературных источников, в которых освещены вопросы, связанные с исследованиями гравитационного поля и внутреннего строения Луны. Выполнен анализ методов исследования гравитационного поля и внутреннего строения Луны с акцентом на современные достижения в спектральном изучении временных рядов. Особое внимание уделено вейвлет-преобразованию, которое позволяет отображать исследуемую функцию в пространственной и спектральной области одновременно.

На основе данных, полученных с помощью японской миссии SELENE, вычислено гармоничные коэффициенты модели гравитационного поля Луны 90-й степени и порядка. Полученная модель, в отличие от предыдущих, четко разделяет кольцевые структуры, связанные с бассейнами на противоположной стороне Луны. Разработана методика определения аномальной плотности и глубины залегания масконов Луны с использованием непрерывного вейвлет-преобразования. Данную методику применено к профилям, построенным по значениям аномалий силы тяжести в свободном воздухе, которые проходят через центры основных масконов видимой и обратной стороны Луны с востока на запад и с юга на север. Выполнен сравнительный анализ масконов видимой и обратной стороны Луны, а полученные результаты сопоставлены с результатами других авторов.

Представлено модельное значение передаточной функции между топографией и гравитационными аномалиями, которая зависит от параметров эластичной литосферы и волнового числа k . Для получения практических значений передаточной функции на основе моделей топографии и аномалий силы тяжести, вычисленных с использованием данных наблюдений, разработан алгоритм

непрерывного вейвлет-преобразования на сфере для изотропного и анизотропного случаев. С помощью данного алгоритма были вычислены передаточные функции между высотами рельефа и аномалиями силы тяжести, на основе которых определено толщину эластичной литосферы для 5-ти участков Луны.

Ключевые слова: Луна, гравитационное поле, модель топографии, вейвлет-анализ, МНАТ-вейвлет, маскон, аномалии силы тяжести, передаточная функция.

ANNOTATION

Nikulishyn V. I. Modeling peculiarities of the gravity field and internal structure of the Moon by wavelet analysis. – Manuscript.

The Thesis for obtaining the Ph. D. degree in technical sciences in specialty 05.24.01 – geodesy, photogrammetry and cartography. – Lviv Polytechnic National University under the Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2015.

The thesis is devoted to investigation of the gravity field, topography and internal structure of the Moon using a continuous wavelet transform. Based on the data, obtained using the Japanese mission SELENE, the model of selenopotential of 90th degree and order is constructed. The methodology for determining density anomalies and stratification depth of lunar mascons is worked out with the use of continuous wavelet transform. Application of this technique to the parameters of derived model of selenopotential made it possible to calculate the stratification depth and density anomaly of basic lunar mascons. It is made the comparative analysis of mascons on visible and the far side of the Moon, and the results have been compared with the results of other authors. The algorithm of continuous wavelet transform on the sphere for isotropic and anisotropic cases is worked out. By means of this algorithm, it has been calculated the transfer functions between the heights of relief and anomalies of gravity, upon which the thickness of elastic plate for five areas of the Moon was determined.

Keywords: the Moon, gravity field, model of topography, wavelet analysis, МНАТ-wavelet, mass concentration, anomalies of gravity anomaly, transfer function.