

and Astrophysics, 312, 1996.–P.1017-1030. 11. Williams J.G. Contributions to the Earth's obliquity rate, precession and nutation // The Astronomical Journal, 108, 1994.–711-724.

УДК 528.21/22

П. Двудіт, О. Заяць, Ю. Голубінка
Національний університет «Львівська політехніка»

ОБЧИСЛЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГРАВИТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ ЗА ДАНИМИ ГРАВИМЕТРИЧНИХ І GPS – ВИМІРІВ

© Двудіт П., Заяць О., Голубінка Ю., 2007

В работе представлена методика вычисления высот квазигеоида и гравиметрических составляющих уклонений отвесных линий. Разработан алгоритм вычисления указанных параметров с использованием “чистых” аномалий силы тяжести и представлены результаты практических вычислений для пунктов локального полигона.

The method of quasigeoid height and gravimetric plumb lines deflections computation is proposed. The appropriate computation algorithm was developed and some practical results for local area were given.

Постановка проблеми

Традиційно для обчислення висот квазігеоїда і гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній використовують “змішані” аномалії сили ваги, оскільки визначення планових і висотних координат виконується окремо. Проблему визначення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній і висот квазігеоїда у пунктах фізичної поверхні Землі за виміряними на ній “змішаними” аномаліями сили ваги розв’язав М. С. Молоденський [6]. Його інтегральні формули складаються з головних і поправкових членів. Головні члени формул (нульове наближення) збігаються з відповідними формулами Стокса і Венінг-Мейнеса. Далі можна обчислити поправкові члени в першому і другому наближеннях Молоденського, які залежать від рельєфу [4]. В задачах Молоденського як і Стокса використовують “змішані” аномалії прискорення сили ваги, що представлені у вигляді гравіметричних карт різних масштабів. Ці характеристики отримують числовим інтегруванням шляхом врахування впливу окремих областей поля аномалій сили ваги. Для цього використовують прозору палетку В.Ф.Єремєєва [5], виготовлену в масштабі гравіметричних карт. Але вказана методика обчислення не дає можливості автоматизувати процес обчислень.

Сучасні супутникові навігаційні системи (GPS, ГЛОНАСС) дають можливість визначати геодезичну висоту пунктів фізичної поверхні Землі. А це означає, що з GPS-вимірів можна обчислити “чисті” аномалії сили ваги [8].

В роботі пропонується методика обчислення елементів гравітаційного поля з використанням “чистих” аномалій сили ваги та перетворених формул Венінг-Мейнеса і Неймана-Коха. Для цього розроблено алгоритм числового інтегрування та виконано його реалізацію в середовищі візуального програмування Delphi 5.0 на мові програмування Object Pascal з використанням цифрової моделі поля аномалій сили ваги.

Зв’язок із важливими науковими і практичними завданнями

Уточнення і автоматизація процесу обчислень гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній і висот квазігеоїда направлено на вирішення основної наукової задачі геодезії – визначення фігури та зовнішнього гравітаційного поля Землі з точністю сучасного рівня.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Подальше використання супутникової техніки для геодезичної практики в останніх роках пов'язано з моделями гравітаційного поля Землі. Для обчислення висот геоїда і гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній використовують комбінований метод, в якому вплив далеких зон враховується за даними параметрами планетарної моделі, а вплив центральної зони обчислюється за інтегральними формулами з використанням детальних гравіметричних даних. Так за останні роки отримані такі моделі гравітаційного поля, як EGM-96, EIGEN-CG01C, в яких коефіцієнти розкладу геопотенціалу приведені до 360 порядку. Крім цього побудована модель квазігеоїда EGG 97, точність якої складає 10 сантиметрів.

Невирішені частини загальної проблеми

З появою нових космічних технологій (GPS, ГЛОНАСС тощо) змінився підхід до вирішення основної геодезичної граничної задачі і відповідно отримання нових формул для обчислення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній і висот квазігеоїда з використанням поля "чистих" аномалій прискорення сили ваги, що, безумовно, підвищить точність їх визначення.

Виклад основного матеріалу досліджень

Висоти квазігеоїдата ζ та гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній ξ , η можна обчислити за даними поля аномалій сили ваги. У випадку використання поля "змішаних" аномалій обчислення виконуються за відомими формулами Стокса і Венінг-Мейнеса [1]:

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} d\sigma \quad (2)$$

Тут

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} + 1 - 5 \cos \psi - 6 \sin(\psi/2) - 3 \cos \psi \ln[\sin(\psi/2) + \sin^2(\psi/2)] \quad (3)$$

$$\frac{dS(\psi)}{d\psi} = -\frac{\cos \frac{\psi}{2}}{2 \sin \frac{\psi}{2}} \left[\frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} + 12 \sin \frac{\psi}{2} - 32 \sin^2 \frac{\psi}{2} + \frac{3}{1 + \sin \frac{\psi}{2}} - 12 \sin^2 \frac{\psi}{2} \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \right] \quad (4)$$

$$d\sigma = \sin \psi d\psi dA \quad (5)$$

Якщо використовується поле "чистих" аномалій, то обчислення виконуються за формулами Неймана-Коха і перетвореними формулами Венінг-Мейнеса [7]:

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \delta g K(\psi) d\sigma \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \delta g \frac{dK(\psi)}{d\psi} \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} d\sigma \quad (7)$$

Тут

$$K(\psi) = \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - \ln \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} \right) \quad (8)$$

$$\frac{dK(\Psi)}{d\Psi} = -\frac{\cos \frac{\Psi}{2}}{2 \sin^2 \frac{\Psi}{2}} \cdot \frac{1}{1 + \sin \frac{\Psi}{2}} \quad (9)$$

де Δg – “змішана” аномалія прискорення сили ваги; δg – “чиста” аномалія прискорення сили ваги; $S(\psi)$ – функція Стокса; $K(\psi)$ – функція Неймана-Коха; γ – нормальне значення прискорення сили ваги в точці; R – середній радіус Землі ($R = 6371 \text{ км}$); $d\sigma$ – елемент сферичної поверхні; ψ – сферична відстань від досліджуваної до біжучої точки; α – азимут напрямку.

В роботах [2,3] були отримані робочі формули для врахування впливу центральної, близьких та далеких зон з використанням поля “чистих” аномалій сили ваги. Відомо, що на висоту квазігеоїда ζ і гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній ξ , η суттєво впливають як близькі, так і далекі зони. Повністю врахувати вплив всіх зон практично неможливо, оскільки користувачу не доступні гравіметричні дані на всю поверхню Землі. Тому ми пропонуємо враховувати вплив центральної і близької зони до $\psi_{\max} \leq 1^\circ$, а далеких зон від $1^\circ \leq \psi \leq 180^\circ$ – за моделями гравітаційного поля Землі. Для цього було використано стандартну процедуру “вилучення-відновлення”. В наших дослідженнях ми використовували модель EGM-96 до 360 порядку і степеня включно. Гравітаційна модель EGM-96 – це сферичний гармонійний розклад аномального потенціалу гравітаційного поля до 360-го ступеню та 360-го порядку, який нараховує 130137 коефіцієнтів. EGM-96 була створена за гравіметричними даними і даними із спостережень за супутниками [11].

Обчислення висот квазігеоїда та гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній виконується в такій послідовності:

1. Збір вихідної інформації. За вихідні дані приймаються точки, в яких відомі координати B і L , геодезична висота H , нормальна висота H^γ , “чисті” та “змішані” аномалії δg , Δg ;
2. Для заданого набору даних обчислюємо ζ_M , ξ_M , η_M за моделями гравітаційного поля Землі (EGM 96), використовуючи наступні співвідношення [1]:

$$\zeta_M = \frac{T_{зб.}}{\gamma} \quad (10)$$

$$\xi_M = -\frac{\partial T_{зб.}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\rho''}{R\gamma} \quad (11)$$

$$\eta_M = -\frac{\partial T_{зб.}}{\partial \lambda} \cdot \frac{\rho''}{R\gamma \cdot \cos \varphi} \quad (12)$$

$$T_{зб.} = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a}{R} \right)^m \left(\bar{C}_{nm} \cos(m\varphi) + \bar{S}_{nm} \sin(m\varphi) \right) \bar{P}_{nm}(\sin \lambda) \quad (13)$$

$$U_{норм.} = \frac{GM}{R} \left(1 + \sum_{m=2}^{\infty} \bar{C}_{no} P_{nm}(\sin \lambda) \right) \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{\partial U_{\text{норм.}}}{\partial R} = \frac{GM}{R^2} \left(1 + \sum_{n=2}^{\infty} \bar{C}_{no} (n+1) \bar{P}_{nm}(\sin \lambda) \right) - \omega^2 R \cos^2(\lambda) \quad (15)$$

$$\delta g_M = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n (n-1) (\bar{C}_{nm} \cos(m\varphi) + \bar{S}_{nm} \sin(m\varphi)) \bar{P}_{nm}(\sin \lambda) \quad (16)$$

де $T_{зб.}$ – аномальний потенціал, $U_{\text{норм.}}$ – нормальний потенціал, $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$ – повністю нормовані гармонійні коефіцієнти моделі геопотенціалу; $\bar{P}_{nm}(\sin \lambda)$ – повністю нормовані приєднані поліноми Лежандра; GM – геоцентрична стала; R – геоцентричний радіус еліпсоїда; ω – кутова швидкість обертання Землі; φ і λ – геоцентричні координати точки;

3. Виконуємо процедуру “вилучення”, яка передбачає знаходження різниці між вимірними і модельними значеннями аномалій сили ваги

$$\Delta \delta g = \delta g_{\text{вим.}} - \delta g_M; \quad (17)$$

4. З використанням отриманих різниць $\Delta \delta g$ створюємо регулярну сітку на заданий район робіт з кроком, меншим за роздільну здатність моделі гравітаційного поля. Фактично крок моделі визначається щільністю розташування вихідної інформації. Для побудови сітки використовуються загальноприйняті в геодезії методи інтерполяції (середня квадратична колокація, метод Крайгінга, радіальні базисні функції, мультипольний аналіз);
5. Отриману в пункті 4 сітку (рис.1 суцільна лінія) перетворюємо в іншу сітку з відомими середніми значеннями залишків $\Delta \delta g$ у вузлах сітки (рис.1 штрихова лінія). При цьому крок нової сітки не зміниться, тільки зменшаться межі. Перетворення сітки виконується за формулою (18). Ця сітка і буде використовуватися для числового інтегрування.

$$\overline{\Delta \delta g}_{j,i} = 0.25 (\Delta \delta g_{j,i} + \Delta \delta g_{j+1,i} + \Delta \delta g_{j,i+1} + \Delta \delta g_{j+1,i+1}) \quad (18)$$

де $\overline{\Delta \delta g}_{j,i}$ – середнє значення залишків аномалій сили ваги (відповідає вузлам сітки зображеної штриховою лінією).

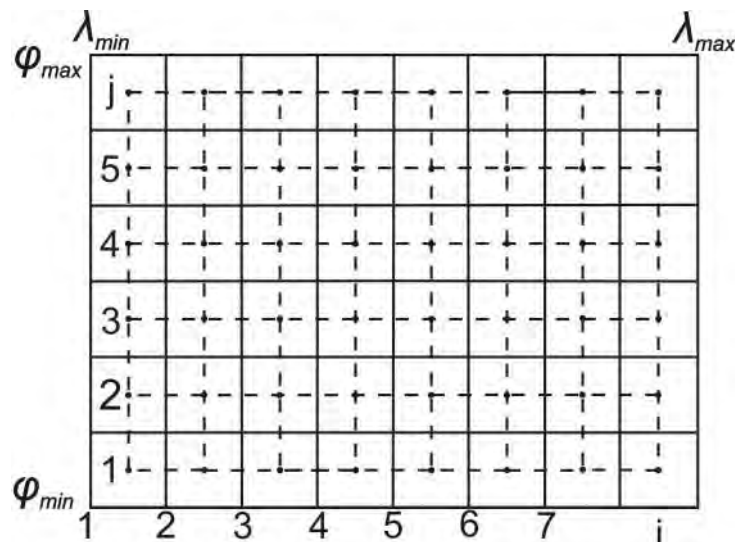


Рис.1 Методика перетворення однієї сітки в іншу

Пунктами 1 – 5 передбачається підготовка інформації до числового інтегрування.

Для відновлення $\Delta\delta g$ у будь-якій точці з координатами B_Q і L_Q в межах створеної сітки необхідно виконати такі операції:

1. Вибираємо точку Q з координатами B_Q , L_Q , в якій необхідно визначити висоту квазігеоїда ζ та гравіметричні складові відхилень прямокутних ліній ξ , η ;
2. Для виконання числового інтегрування вибираємо із створеної сітки n сферичних трапецій, центри яких знаходяться на відстані, меншій ніж ψ_{\max} від точки Q (рис.2).

Сферичну відстань між точками P і Q можна обчислити з співвідношення:

$$\cos \psi = \sin \varphi_Q \sin \varphi_P + \cos \varphi_Q \cos \varphi_P (\lambda_Q - \lambda_P) \quad (19)$$

де P – біжуча точка центру i -тої трапеції;

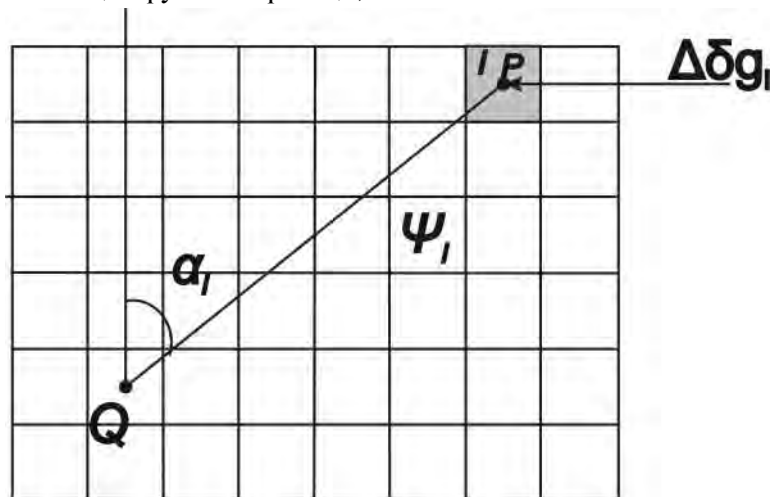


Рис.2 Параметри, які використовуються для визначення $\Delta\zeta$, $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ у методі числового інтегрування

3. Середні значення $\overline{\Delta\delta g}$ у вибраних трапеціях використовуємо для знаходження наступних параметрів:

$$\begin{cases} \Delta\zeta_{зм.} \\ \Delta\zeta_{чист.} \end{cases} = \frac{R}{2\gamma} \sum_{i=1}^n \Delta\delta g_i \begin{cases} S(\psi) \\ K(\psi) \end{cases} d\sigma_i \quad (20)$$

$$\begin{cases} \Delta\xi_{зм.} \\ \Delta\xi_{чист.} \end{cases} = \frac{\rho''}{4\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \Delta\delta g_i \begin{cases} \frac{dS(\psi)}{d\psi} \\ \frac{dK(\psi)}{d\psi} \end{cases} \cos \alpha \cdot d\sigma_i \quad (21)$$

$$\begin{cases} \Delta\eta_{зм.} \\ \Delta\eta_{чист.} \end{cases} = \frac{\rho''}{4\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \Delta\delta g_i \begin{cases} \frac{dS(\psi)}{d\psi} \\ \frac{dK(\psi)}{d\psi} \end{cases} \sin \alpha \cdot d\sigma_i \quad (22)$$

де n – кількість трапецій.

Елемент площі сферичної трапеції (рис.3), обмеженої координатними лініями φ_1 , φ_2 та λ_1 , λ_2 на одиничній сфері обчислюється за формулою:

$$d\sigma_i = 2\Delta\lambda \cdot \sin \varphi \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (23)$$

тут

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1;$$

4. Виконуємо процедуру “відновлення”, тобто до модельних значень трансформант гравітаційного поля, обчислених у точці Q з використанням моделі геопотенціалу, додаємо проінтегровані залишки і фактично отримуємо реальні значення з врахуванням впливу ближніх зон. При цьому в процедурі “відновлення” повинна використовуватись та ж сама модель геопотенціалу, що і в процедурі “вилучення”.

$$\zeta_Q = \Delta\zeta_Q + (\zeta_Q)_M \quad (24)$$

$$\xi_Q = \Delta\xi_Q + (\xi_Q)_M \quad (25)$$

$$\eta_Q = \Delta\eta_Q + (\eta_Q)_M \quad (26)$$

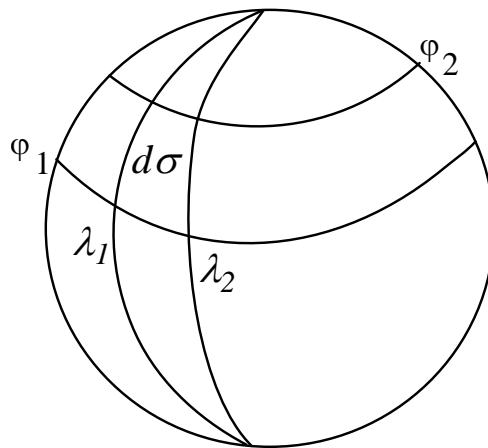


Рис.3 Елемент площі сферичної трапеції

За вказаною методикою були виконані обчислення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній ξ , η та висот квазігеоїда ζ для шести пунктів на локальний полігон Gtubów території Польщі. В цих шести пунктах були виконані гравіметричні і астрономічні спостереження, GPS-виміри та високоточне геометричне нівелювання. Максимальна відстань між точками складає 5 кілометрів, а висоти точок коливаються від 400 до 600 метрів [10]. Для обчислення були використані виміряні дані B , L , H , H^γ , Δg , δg на територію Польщі, Чехії, Словаччини та Угорщини (приблизно 8000 точок). Використовувалася модель гравітаційного поля Землі – EGM 96 [11]. Для таких обчислень навколо кожної з шести точок використовувалася розбивка на блоки $1,8' \times 1,8'$ до $\psi_{\max} \leq 1^\circ$. Для порівняння нами було обчислено в тих самих шести точках ζ , ξ , η за методикою мультипольного аналізу [9]. Результати обчислень зведені в таблицях 1 – 4.

Таблиця 1

Результати обчислення ζ , ξ , η за даними “чистих” і “змішаних” аномалій

Назва точки	за “змішаними” аномаліями				за “чистими” аномаліями			
	$\xi''_{гр.}$	$\xi''_{аг.}$	$\eta''_{гр.} = \eta''_{аг.}$	$\zeta, м$	$\xi''_{гр.}$	$\xi''_{аг.}$	$\eta''_{гр.} = \eta''_{аг.}$	$\zeta, м$
GK 1	8,089	7,999	7,610	38,756	8,042	7,952	7,662	38,744
GS 1	7,806	7,716	8,910	38,786	7,880	7,790	8,846	38,776
PW 10	7,975	7,915	8,859	38,719	7,948	7,888	8,785	38,708

CHOD	7,102	7,042	9,360	38,594	7,128	7,068	9,226	38,583
WYSK	8,056	7,996	9,342	38,480	7,916	7,856	9,205	38,469
GPT 1	7,957	7,887	7,862	38,875	8,041	7,971	7,933	38,864

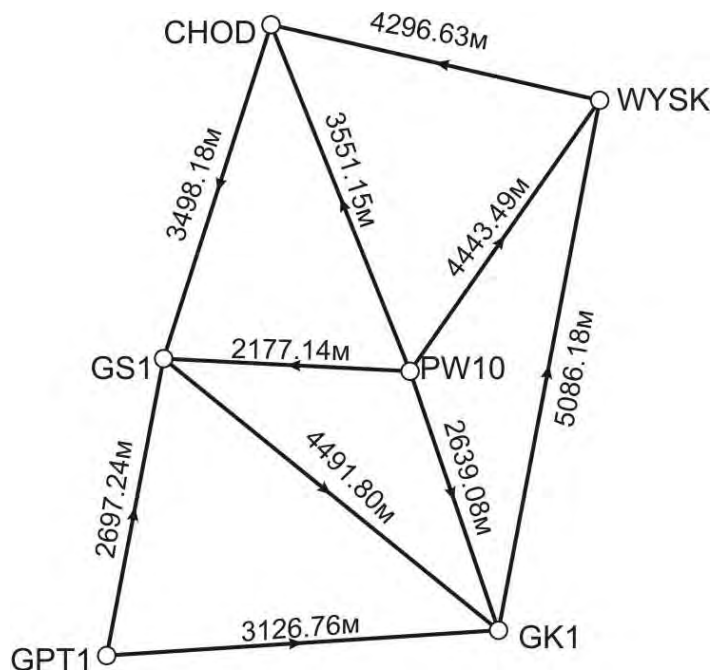


Рис.4 Схема розташування точок на полігоні Grybów

Таблиця 2

Статистики різниць обчислених трансформант гравітаційного поля ζ , ξ , η за даними “чистих” і “змішаних” аномалій

	ξ''	η''	$\zeta, м$
Середнє відхилення	0,005	0,047	0,0111
Стандартне відхилення	0,085	0,090	0,0006

Таблиця 3

Астрономо-геодезичні складові відхилень прямовисних ліній ξ_{ag} , η_{ag} .

Назва точки	отримані з астрономічних спостережень		отримані з числового інтегрування		отримані з мультипольного аналізу	
	ξ''_{ag}	η''_{ag}	ξ''_{ag}	η''_{ag}	ξ''_{ag}	η''_{ag}
GK 1	7,965	6,636	7,952	7,662	9,131	6,098
GS 1	7,143	9,509	7,790	8,846	6,284	8,795
PW 10	6,436	9,017	7,888	8,785	7,285	8,606
CHOD	6,461	8,012	7,068	9,226	5,949	8,949

WYSK	5,867	5,767	7,856	9,205	7,012	7,567
GPT 1	–	–	7,971	7,933	7,999	7,524

Таблиця 4

Висоти квазігеоїда ζ

Назва точки	отримані з моделі квазігеоїда EGG 97	отримані з моделі "Geoida niwelacyjna 2001"	отримані з числового інтегрування	отримані з мультипольного аналізу
GK 1	37,808	38,104	38,744	38,504
GS 1	37,883	38,162	38,776	38,567
PW 10	37,803	38,105	38,708	38,476
CHOD	37,726	38,044	38,583	38,396
WYSK	37,593	38,937	38,469	38,251
GPT 1	37,941	38,202	38,864	38,613

Висновки

Аналіз обчислень складових відхилень прямовисних ліній та висот квазігеоїда для пунктів локального полігону показав наступне:

1. Обчислені значення (числовим інтегруванням і мультипольним аналізом) астрономо-геодезичних складових відхилень прямовисних ліній $\xi_{ae.}$, $\eta_{ae.}$ відрізняються від відповідних значень, отриманих з астрономічних спостережень на величини порядку від 0,1" до 2". Це можна пояснити тим, що координати φ і λ були отримані із високоточних астрономічних спостережень, а геодезичні координати обчислені з використанням референц-еліпсоїда Красовського. Нами при обчисленнях відповідних складових $\xi_{ae.}$ і $\eta_{ae.}$ використовувався загальноземний еліпсоїд WGS – 84.
2. Результати обчислень, які подані в таблиці 4, показують, що висоти квазігеоїда, отримані з моделі "Geoida niwelacyjna 2001", є найбільш правдоподібні, оскільки в ній закладена інформація поля виміряних аномалій сили ваги та даних планетарної моделі. Отримані розходження до 0,5 – 0,6 м можна пояснити неточним врахуванням впливу далеких зон на висоти квазігеоїда.
3. Для виконання подальших досліджень необхідно враховувати вплив центральної та близьких зон до області $\psi_{\max} \leq 3^0$, щоб отримати відповідну точність визначення $\xi_{ae.}$, $\eta_{ae.}$ до 0,1", а ζ до 0,1м.

1. Грушинский Н.П. Теория фигуры Земли.– М.: Наука, 1976.– 512 с. 2. Дзуліт П. Д., Голубінка Ю. І. Визначення відхилень виска за наземними гравіметричними даними і супутниковими вимірами // Вісник геодезії та картографії. – 2005. – №.1– С.12-21. 3. Дзуліт П. Д., Голубінка Ю. І. Визначення фігури квазігеоїда з використанням формули Неймана-Коха // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. пр. – Л., 2005. – С.54-59. 4. Дзуліт П., Голубінка Ю. Про поправкові члени у формулах Неймана-Коха і перетворених формулах Венінг-Мейнеса // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. пр. – Л., 2006.– С. 97-101. 5. Еремеев В. Ф. Расчет палетки для вычисления высот квазигеоида и уклонений отвеса по формулам Стокса и Венинг-Мейнеса // Тр. ЦНИИГАиК.– 1957.–Вып. 121.–С.43-75. 6. Молоденский М. С. Основные вопросы геодезической гравиметрии // Тр. ЦНИИГАиК.– 1945.–Вып. 42.–С.106. 7. Мориц Г. Теория Молоденского и GPS (Памяти М. С. Молоденского) // Геодез. и картограф.– 2001. –

№ 6. – С.7-17. 8. Heiskanen W. A. *Physical geodesy*.–Graz, 2005.–С.403. 9. Marchenko A., Barthelmes F., Meyer U., Schwintzer P. *Regional geoid determination: an application to airborne gravity data in the Skagerrak // Scientific technical report STR 01/07. – Germany, June, 2001.* 10. Rogowski J. B., Barlik M., Kujawa L., Marganski S., Pachuta A., Piraszewski M., Walo J., Hefty J., Husar L. *Determination of geoidal heights in the test field at Grybów – status report'94 // Reports on geodesy: Politechnika Warszawska. – Warszawa, 1995.– № (4)17 – P. 19-33.* 11. <http://gki.com.ua>.

УДК 528.063

І. Цюпак¹⁾, С. Савчук¹⁾, Я. Бойчук²⁾¹⁾Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів²⁾Інститут управління природними ресурсами, м. Коломия

ПРО ТОЧНІСТЬ ДВОВИМІРНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ ПУНКТИВ

©Цюпак І., Савчук С., Бойчук Я., 2007

Выполнены исследования точности превращения плоских координат пунктов из геоцентрической системы отсчёта в локальную по определяемым параметрам трансформации. Исследуется зависимость указанных параметров от долготы осевого меридиана, к которому относятся координаты пунктов, используемые для их определения, а также определение размеров поверхности Земли, для которых их использование возможно.

This paper studies the accuracy of the transformation of 2-dimension coordinates points with are geocentric into the local frame. From the analysis of the results of the investigation had been drawn the conclusions.

Постановка задачі.

Трансформування координат пунктів, отриманих за допомогою GPS, у Державну (локальну) систему координат виконуються або у просторовій [1, 3], або в плоскій (двовимірні перетворення) системі координат [1, 4], отриманій як певна проекція земного еліпсоїда на площину. При створенні геодезичної основи для топографічних або кадастрових знімачь та при виконанні інженерно-пошукових робіт користуються плоскою системою координат. У випадку територій, коли пункти розміщені у різних зонах проекції Гаусса-Крюгера еліпсоїда на площину, або на границі двох зон, виникає питання про можливість використання параметрів трансформації, визначених в одній зоні, для перетворення координат пунктів, віднесених до іншої зони. Тому метою даної статті є дослідження похибок трансформації плоских координат пунктів в залежності від їхнього місцеположення відносно осевого меридіану зони, в якій визначені параметри трансформації. Зокрема, отримаємо відповідь на наступні запитання.

1. Як змінюються похибки перетворення координат в залежності від параметрів трансформації, визначених за координатами пунктів, що віднесені до сусідньої зони?
2. Для яких розмірів поверхні Землі можна використовувати параметри трансформації?

Геодезична мережа. Поставлена задача виконується на геодезичній мережі 28 GPS-пунктів країн Центральної Європи (рис. 1). Відомі [2] просторові координати цих пунктів в геоцентричній системі координат ITRF-2000, а також у локальній системі. Геоцентричні просторові прямокутні координати пунктів були переобчислені в геодезичні координати B , L , H відносно геоцентричного