

Моделювання процесів в теплоенергетиці за допомогою використання дробових похідних

Тарас Кравець, Марта Кузнецова

Кафедра теплотехніки та теплових електричних станцій,
Національний університет "Львівська політехніка",
УКРАЇНА, м. Львів, вул. С. Бандери, 12,
E-mail: kuznetsovam83@gmail.com

Abstract – Symbolic models of technological processes in the heat power engineering, based on classic differential equations, fail to provide certainty in some cases and may contain considerable skewing.

The object of this research is dynamic and static processes of heat power systems, that are described by means of differential equations of fraction order, specifically, the processes of temperature alternation in heat-exchange units.

The aim of the article is to use the method of reduction of order to provide analytical solution of heat and mass transfer problems in different environments, with different boundary conditions, for flat, cylindrical and spherical surfaces on the edge of heat carriers in motion. The paper reveals, that the use of the theory of fractional estimation to describe the processes of coordinate alternation in heat-exchange units allows finding solution in the cases of other mathematical methods inefficiency.

Ключові слова – теплообмінна установка, теплообмінний апарат, тепловий потік, коефіцієнт теплопередачі, математична модель, рівняння дробового порядку.

I. Вступ

На сьогодні в різних галузях науки і техніки спостерігається значне зростання застосування дробового числення, зокрема і для задач теплоенергетики. Математичні моделі на основі класичних диференціальних рівнянь у ряді випадків не дають змогу отримувати достовірні результати і містять у собі значні похибки.

Використання диференціального рівняння дробового порядку дасть змогу апроксимувати та моделювати процеси передачі теплоти, потоки теплоносіїв, конвективні процеси в розрізі часу.

II. Викладення основного матеріалу

Об'єктом дослідження є динамічні і статичні процеси теплоенергетичних систем, що описуються диференціальними рівняннями дробового порядку, зокрема, процеси зміни температури в теплообмінних установках. Дослідженню динамічних процесів в теплообмінних установках присвячено велику кількість теоретичних і практичних робіт [1].

В найпростішому випадку такі об'єкти можуть бути описані, як інерційні ланки першого чи другого порядку з уточненими, в залежності від зовнішніх факторів, параметрами.

В роботі Х. Гурецького розглянута найбільш повна модель і структурна схема теплообмінних апаратів

типу «труба в трубі» [2], як одновимірних об'єктів з розподіленими параметрами.

З достатнім ступенем наближення процеси в них можна описати наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial t} + V_1 \frac{\partial T_1}{\partial l} = \lambda_{c1}(T_c - T_1) \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial T_2}{\partial l} = \lambda_{c2}(T_c - T_2) \\ \frac{\partial T_c}{\partial t} = \lambda_{1c}(T_1 - T_c) + \lambda_{2c}(T_2 - T_c), \end{cases} \quad (1)$$

де T_1, T_2, T_c - відповідно температура теплоносія 1, теплоносія 2 і стінки, що розділяє ці теплоносії;

V_1, V_2 - швидкості теплоносіїв (знаки співпадають для режиму прямиотечії і протилежні для режиму протитечії);

λ - коефіцієнти теплопровідності між стінкою і теплоносіями.

Дослідження теплообмінних апаратів як об'єктів з розподіленими параметрами вимагає знань конструктивних їх характеристик і теплофізичних характеристик всіх елементів системи теплообміну, що на практиці складно здійснити. Також складно врахувати вихрові та конвективні рухи теплоносіїв, які ускладнюють отримання ідентичних теоретичним перехідних процесів.

Розглядаючи питання ідентифікації параметрів передавальних функцій за реакцією теплообмінника на збурення, в роботі [2] відзначається необхідність отримання системи з декількох рівнянь, створених на основі експериментальних даних.

Відмінність між теоретичними і розрахунковими характеристиками, які змінюються в часі і є отримані при різних граничних умовах, досліджені у фундаментальній праці [3] по тепло- і масообмінних процесах в пограничних шарах.

Сучасний підхід до описання процесів тепломасообміну застосовано в дослідженнях [4], де показано ефективність методів дробового диференціювання в прикладних задачах тепломасоперенесення, розроблено розрахункові методи встановлення потоків речовини і теплоти в межах розділу середовищ без попереднього знаходження полів температури і концентрації. В даній роботі застосовується метод пониження порядку для аналітичних розв'язків задач тепломасообміну в різних середовищах, з різними граничними умовами, для плоских, циліндричних і сферичних поверхонь на межі контакту теплоносіїв, які рухаються. В роботі показано, що застосування теорії дробового числення для описання процесів зміни координат в теплообмінних установках дозволяє знайти розв'язок в тих випадках, коли інші математичні методи виявляються неефективними.

Для прикладу розглянемо термодинамічні процеси в системі передачі теплоти від джерела тепла до газового потоку.

Визначальними факторами є потужність нагрівального елемента і швидкість потоку газу.

Тепловий потік через ізотермічну поверхню для одновимірного випадку за наявності внутрішніх джерел тепла можна представити рівнянням:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{c \rho} Q(t). \quad (2)$$

де ρ - густина; c - теплоємність; T - температура; Q - зовнішнє джерело тепла; $a = \lambda / (c \cdot \rho)$ - коефіцієнт теплопровідності; λ - коефіцієнт теплопровідності;

У відповідності із законом Фур'є щодо пропорційності питомого теплового потоку q градієнту температури і законом Ньютона про пропорційність питомого теплового потоку різниці температури між поверхнею і навколишнім середовищем в системі формуються граничні умови 2-го і 3-го роду.

Диференціальне рівняння температурного поля турбулентного потоку з врахуванням молярного перенесення маси і молекулярної теплопровідності турбулентного потоку з теплопровідністю $\lambda = const$ при виконанні умови нерозривності отримуємо:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c \rho} \nabla^2 T + \frac{Q(t)}{c \rho} \quad (3)$$

Зміна температури, в розглядуваній системі, визначається взаємодією поздовжнього потоку газу і конвективними вертикальними потоками, що обумовлені зміною його густини при зміні температури.

В даному випадку конвекція буде представлена рівняннями процесів руху, теплообміну і дифузії.

Рівняння руху (Нав'є-Стокса):

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = (1 - \alpha_p (T - T_0) + \beta_p (S - S_0)) z - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}, \quad (4)$$

де ν - кінематичний коефіцієнт в'язкості; $\partial P / \partial z$ - зміна тиску по висоті.

Рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q(z, t). \quad (5)$$

Рівняння дифузії:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + V_z \frac{\partial S}{\partial z} = D_s \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + Q_s(z, t) \quad (6)$$

В наведених рівняннях (2), (4)–(6) можна виділити загальну складову, що являє собою закон Фіка, який є універсальним законом для опису концентрації, температури, розподілу частин газів, що перемішуються, та рідин. Для одновимірного випадку закон записують у вигляді:

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial x^2}. \quad (7)$$

Одним із способів розв'язку рівняння (7) є метод факторизації у відповідності з яким можна отримати лінійне диференціальне рівняння. Застосувавши для цього рівняння перетворення Лапласа отримуємо рівняння дробово – інтегрованої ланки:

$$T(p) = \frac{1}{T^n p^n} I^n Q(p) \quad (8)$$

В результаті об'єкти теплоенергетики, в яких мають місце вище вказані процеси, можуть бути представлені у вигляді дробових похідних.

Висновок

Використання для об'єктів теплоенергетики з технологічними (динамічними і статичними) процесами класичних методів дослідження може проводити до суттєвих похибок при визначенні параметрів і, як наслідок, до невідповідності динамічних і статичних показників систем розрахунковим.

Застосування теорії дробового числення для описання процесів теплообміну дозволяє знайти розв'язок в тих випадках, коли інші математичні методи виявляються неефективними.

References

- [1] V. V. Busher, Model' teplovyh protsesiv u prymishchehhi z reguliovanoyu pryplyvnoyu ventilyatsiyeyu [The model of heat processes in the construction with regulated tidal ventilation]. Lviv: ECOinform Publ., 2009.
- [2] H. Guretskiy, Analiz i sintez system upravleniya s zapazdyvaniyem [Retarded control systems analysis and synthesis] – Moscow: Mashynostroyeniye Publ., 1974.
- [3] S. Patancar, D. Spoding, Teplo-massoobmennyye protsessy v pogranychnyh sloiah [Heat and mass transfer processes in marginal layers]. Moscow: Energiya Publ., 1971.
- [4] Y.I. Babenko, Metod drobnogo differentsyrovaniya v prikladnyh zadachah teplomassoobmena [Method of fractional differentiation in the heat and mass transfer problems]. St. Petersburg: NPO Professional Publ., 2009.