

Визначення бажаного характеристичного поліному для узагальненої електромеханічної системи оптимального керування

Роман Волянський, Ілля Послайко,
Олександр Садовой

Кафедра електротехніки та електромеханіки,
Дніпродзержинський державний технічний університет,
УКРАЇНА, м. Дніпродзержинськ, вул. Дніпробудівська, 2,
E-mail: elm@dstu.dp.ua

Abstract – The paper deals with the comparison and generalization results of synthesis of electric drives control systems by using modal control and solving problem of controllers analytical design. It shown the definition of the desired characteristic polynomial for a given closed-loop system and the functional quality that defines the purpose of control. Conditions of corresponding modal control to problem of controllers analytical design are found. These conditions cause the creation of simplified procedures for the synthesis of high-precision control systems. This procedure can be used to create control systems of electric drives that are experiencing the sliding modes of different orders by using nonlinear activation function

Ключові слова – модальне керування, аналітичне конструювання регуляторів, бажаний характеристичний поліном, алгоритм оптимального керування, функціонал якості, функція Ляпунова.

I. Вступ

Одним з пріоритетних завдань, що пов'язане з успішним подоланням економічної кризи, є вдосконалення виробництва та його інтенсифікація з метою підвищення якості продукції, що випускається. Одночасно з цим не менш важливим є зниження собівартості та енергоємності процесу виробництва. Вирішення цього завдання безпосередньо пов'язане з модернізацією існуючих технологічних процесів у промисловості. Така модернізація створює передумови для уточнення існуючих і розробки нових законів керування електромеханічними комплексами, які входять до складу більшості технологічних процесів.

Це призводить до того, що для детермінованих об'єктів, динаміка яких описується звичайними диференціальними рівняннями, на зміну класичним П, ПІ і ПІД регуляторам [1] приходять регулятори, що реалізують лінійні та нелінійні алгоритми керування [2-4], при роботі яких використовується інформація про всі змінні вектора стану електромеханічної системи або про окремі його компоненти [5].

Вказані алгоритми керування електромеханічними об'єктами синтезуються за допомогою великої кількості методів та підходів, які використовують різноманітний математичний апарат. Проте, незважаючи на велику кількість розроблених на теперішній час методів синтезу, створення системи керування означає надання їй бажаних статичних та динамічних властивостей. Однакову структуру та параметри регулятора, а, як наслідок, і

властивості замкненої електромеханічної системи можна отримати за допомогою принципово різних підходів. Тому визначення взаємозв'язків між методами створення систем керування з метою спрощення процедури синтезу є актуальною задачею.

II. Постановка завдань дослідження

Метою роботи є порівняння та узагальнення результатів синтезу систем керування електроприводами за допомогою модального керування та шляхом розв'язання задачі аналітичного конструювання регуляторів.

III. Результати дослідження

Розглянемо рівняння збуреного руху узагальненого динамічного об'єкту 3-го порядку, наведені у канонічному фазовому просторі

$$\begin{aligned} p\eta_1 &= \eta_2; \quad p\eta_2 = \eta_3; \\ p\eta_3 &= -a_1\eta_1 - a_2\eta_2 - a_3\eta_3 + M_3U, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\eta_i = y_i - y_i^*$; η_i, y_i, y_i^* - координати збуреного, реального і еталонного руху відповідно, a_i - параметри об'єкта керування.

Збурений рух об'єкта (1) з будь-якої точки фазового простору в початок координат відбувається під дією керуючого впливу

$$U = -f(\eta_1, \eta_2, \eta_3). \quad (2)$$

Функція $f(\cdot)$ у загальному випадку являє собою нелінійну непарну активаційну функцію координат збуреного руху. У простому випадку ця функція являє собою суму зважених за коефіцієнтами функції Ляпунова координат збуреного руху. Тоді керуючий вплив (2) буде [2]

$$U = -g(V_{13}\eta_1 + V_{23}\eta_2 + V_{33}\eta_3), \quad (3)$$

де g - коефіцієнт підсилення регулятора, V_{ij} - коефіцієнти квадратичної позитивно-визначеної форми

$$V = \sum_{i,j=1}^3 V_{ij}\eta_i\eta_j, \quad V_{ij} = V_{ji}, \quad (4)$$

прийнятої в якості функції Ляпунова.

З точки зору варіаційного числення керуючий вплив (3) на траєкторіях збуреного руху (1) мінімізує інтегральний квадратичний функціонал якості

$$I = \int_0^{\infty} [(V_{13}\eta_1 + V_{23}\eta_2 + V_{33}\eta_3)^2 + cU^2] dt, \quad (5)$$

який гарантує асимптотичну збіжність до початку координат збуреного руху замкненої системи

$$\begin{aligned} p\eta_1 &= \eta_2; \quad p\eta_2 = \eta_3; \\ p\eta_3 &= -a_1\eta_1 - a_2\eta_2 - a_3\eta_3 - \\ &\quad - M_3g(V_{13}\eta_1 + V_{23}\eta_2 + V_{33}\eta_3). \end{aligned} \quad (6)$$

Рівняння цієї системи отримані підстановкою керуючого впливу (3) в останнє рівняння об'єкта керування (1).

В останньому рівнянні системи (6) приведемо подібні доданки

$$\begin{aligned} p\eta_1 &= \eta_2; \quad p\eta_2 = \eta_3; \\ p\eta_3 &= -(a_1 + M_3gV_{13})\eta_1 - (a_2 + M_3gV_{23})\eta_2 - \\ &\quad - (a_3 + M_3gV_{33})\eta_3. \end{aligned} \quad (7)$$

Представимо останнє рівняння системи (7) наступним чином

$$p^3 \eta_1 + (a_3 + M_3 g V_{33}) p^2 \eta_1 + (a_2 + M_3 g V_{23}) p \eta_1 + (a_1 + M_3 g V_{13}) \eta_1 = 0, \quad (8)$$

і визначимо характеристичне рівняння замкненої системи

$$p^3 + (a_3 + M_3 g V_{33}) p^2 + (a_2 + M_3 g V_{23}) p + (a_1 + M_3 g V_{13}) = 0. \quad (9)$$

У характеристичне рівняння (9) входять коефіцієнти функції Ляпунова V_{i3} , які визначаються через параметри об'єкта керування на підставі модифікованого принципу симетрії [2] наступними залежностями

$$V_{33} = 1; V_{23} = a_3; V_{13} = a_2. \quad (10)$$

Підставивши коефіцієнти (10) в рівняння (9), отримаємо характеристичне рівняння замкненої електро-механічної системи, коефіцієнти якого визначаються лише параметрами об'єкта керування

$$p^3 + (a_3 + M_3 g \cdot 1) p^2 + (a_2 + M_3 g a_3) p + (a_1 + M_3 g a_2) = 0. \quad (11)$$

Аналіз рівняння (11) вказує на те, що коефіцієнти характеристичного рівняння системи керування, синтезованої шляхом розв'язання задачі аналітичного конструювання регуляторів за допомогою модифікованого принципу симетрії, визначаються сумою двох суміжних параметрів об'єкта та залежать від коефіцієнту підсилення регулятора. Цей факт дозволяє узагальнити характеристичне рівняння (11) та представити його наступним поліномом

$$D^*(p) = p^n + (a_n + M_n g) p^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} (a_i + M_n g a_{i+1}) p^{i-1} = 0. \quad (12)$$

Таким чином, визначення коефіцієнтів функції Ляпунова відповідно до [2] дозволяє формувати характеристичний поліном замкненої системи у вигляді суми трьох доданків, причому останній доданок залежить від двох параметрів з суміжними номерами.

Призначення характеристичного рівняння (11) в якості бажаного полінома та використання характеристичного поліному

$$D(p) = p^3 + a_3 p^2 + a_2 p + a_1 = 0, \quad (13)$$

складеного для динамічного об'єкта (1), методами модального керування дозволяє визначити параметри регулятора як різницю між коефіцієнтами поліномів (13) та (11)

$$\begin{aligned} k_1 &= a_1 - a_1 - M_3 g a_2 = -M_3 g a_2; \\ k_2 &= a_2 - a_2 - M_3 g a_3 = -M_3 g a_3; \\ k_3 &= a_3 - a_3 - M_3 g = -M_3 g. \end{aligned} \quad (14)$$

Тоді з урахуванням коефіцієнтів (14) алгоритм модального регулятора

$$U = -M_3 g a_2 \eta_1 - M_3 g a_3 \eta_2 - M_3 g \eta_3 = -M_3 g (a_2 \eta_1 + a_3 \eta_2 + \eta_3) \quad (15)$$

з точністю до коефіцієнта M_3 буде відповідати керуванню (3), знайденому в результаті розв'язання задачі аналітичного конструювання регуляторів

$$U = -g (a_2 \eta_1 + a_3 \eta_2 + \eta_3). \quad (16)$$

Узагальнюючи алгоритми керування (15) та (16) можна стверджувати, що при довільному коефіцієнті підсилення регулятора g керуючий вплив

$$U = -g \left(\sum_{i=1}^{n-1} a_{i+1} \eta_i + \eta_n \right) \quad (13)$$

можна синтезувати як шляхом розв'язання варіаційної задачі, так і за допомогою методів модального керування з призначенням в якості бажаного характеристичного полінома вигляду (12).

Висновок

Наведені вище міркування дозволяють зробити висновок про відповідність задачі аналітичного конструювання регуляторів задачі побудови модального регулятора при відповідному призначенні мети керування та виборі бажаного характеристичного полінома. Ця відповідність обумовлює розробку інженерної методики синтезу високоякісних систем керування без застосування складних математичних методів. Причому, залежність керування (13) від коефіцієнта підсилення g створює передумови для синтезу нелінійних алгоритмів керування, які можуть реалізовувати ковзні режими різних порядків.

References

- [1] D.P. Kim, *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T.1 Lineynye sistemy* [The theory of automatic control. Vol.1 The linear systems]. - Moscow: Phisimatlit Publ., 2003, 288 p.
- [2] A.V. Sadovoy, B.V. Suhinin, Yu.V. Sokhina, *Sistemy optimalnogo upravleniya pretsizionnymi electropriwodami* [The optimal control systems of precision electric drive]. - Kyiv: ISIMO Publ., 1996, 298p.
- [3] I.V. Miroshnik, *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Nelineynye i optimalnye systemy* [The theory of automatic control. Nonlinear and optimal systems]. - Sankt-Peterburg: Piter Publ., 2006, 272p.
- [4] Ya.Z. Tsipkin, *Releyne avtomaticheskije sistemy* [Relay control systems]. - Moscow: Nauka Publ., 1974. -576p.
- [5] A.V. Basharin, V.A.Novikov G.G.Sokolovskiy, *Upravlenie electropriwodami* [The control of electric drive], - Leningrad.: Energoizdat Publ., 1982, 392p.