УДК 636.085.55:66.021.2

Б.В. ЕГОРОВ, д-р техн. наук, профессор, **А.В. МАКАРИНСКАЯ**, канд. техн. наук, доцент,
И.С. КАЦ, д-р физ.-мат. наук, профессор
Одесская национальная академия пищевых технологий, г.Одесса

ОБ ОЦЕНКЕ СТАБИЛЬНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

В статье теоретически обосновано применение показателя стабильности для оценки эффективности технологических процессов производства на примере технологического процесса смешивания компонентов премиксов.

Ключевые слова: *технология, процесс, система, стабильность, дисперсия.*

In article it is theoretically proved applications of a parameter of stability for an estimation of efficiency of technological processes of manufacture by the example of technological process of mixing of components premix.

Key words: *technology, process, system, stability, a dispersion.*

Развитие теоретических основ анализа и синтеза получения высокоэффективных технологических систем для производства комбикормовой продукции практически остановился в начале 90-х годов минувшего столетия.

Процесс распределения микрокомпонентов и остальных компонентов в общей массе предварительных смесей и комбикормов носит случайный характер и описывается нормальным законом распределения и может быть охарактеризован методами статистического анализа и теорией вероятностей [1-3].

В роботах Н.Бусленко, С.Саркисяна, В.Кафарова, В.Панфилова и др. ведущих ученых [4-7] обоснованы основы анализа и синтеза технологических систем, однако проблема оценки стабильности их функционирования и разработки научных основ усовершенствования так и не были решены.

Ранее в работе [8] нами было обосновано применение дисперсии для оценки стабильности технологического процесса и предложено использование показателя стабильности для оценки технологических процессов.

Целью данной работы является теоретическое обоснование применения показателя стабильности для определения эффективности технологических процессов производства на примере технологического процесса смешивания компонентов премиксов.

1. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух случайных величин

Пусть случайные величины (сокращенно, СВ) X и Y (в математической статистике их называют генеральными совокупностями) - это нормальные СВ. Из X производится выборка $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а из Y - $y_1, y_2, \ldots, y_m$. Возникает вопрос, как по этим выборкам выяснить, справедлива ли гипотеза о равенстве дисперсий СВ X и Y.

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ можно рассматривать как значения, которые приняли в одном опыте случайные величины $X_1, X_2, \ldots, X_n$, имеющих такое же распределение вероятностей, как СВ X. Аналогично будем рассматривать выборку $y_1, y_2, \ldots, y_m$.

По каждой из выборок находят так называемые исправленные выборочные дисперсии $(s_X)^2$ и $(s_Y)^2$ по формулам

$$(s_X)^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2,$$
$$(s_Y)^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(y_i - \bar{y})^2, \qquad (1)$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n),$$
$$\bar{y} = \frac{1}{m}(y_1 + y_2 + \ldots + y_m). \qquad (2)$$

Рассмотрим случайные величины

$$(S_X)^2 = \frac{1}{k_1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2,$$
$$(S_Y)^2 = \frac{1}{k_2}\sum_{i=1}^{m}(Y_i - \bar{Y})^2,$$

где $k_1=n-1$, $k_2=m-1$,

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n),$$
$$\bar{Y} = \frac{1}{m}(Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_m).$$

Заметим, что несмещенные выборочные средние $(s_X)^2$ и $(s_Y)^2$ являются конкретными значениями СВ S_X и S_Y, соответственно. Впредь будем считать, что $(s_X)^2 \geq (s_Y)^2$. Доказано, что при выполнении гипотезы о равенстве дисперсий случайных величин X и Y распределение вероятностей СВ $F = \frac{(S_X)^2}{(S_Y)^2}$ - это распределение Фишера-Снедекора с k_1, k_2 степенями свободы. Плотность этого распределения

$$f_{k_1,k_2}(x) = \begin{cases} 0, & если \ x \leq 0, \\ C \cdot \dfrac{x^{\frac{k_1-2}{2}}}{(k_1 x + k_2)^{\frac{k_1+k_2}{2}}}, & если \ x > 0, \end{cases}$$

где $$C = \frac{\Gamma\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{k_2}{2}\right)}$$

(Γ - гамма-функция Эйлера) – это константа. Важно, что эта плотность не зависит от параметров СВ X и Y.

Чтобы проверить гипотезу о равенстве дисперсий $D[X]$ и $D[Y]$ следует построить «критическую область» для F, соответствующую уровню значимости α, т.е. q %, где $q=\alpha\cdot 100$. Она состоит из двух интервалов $(-\infty, F_1)$ и $(F_2, +\infty)$, где $F_1<F_2$. F_1 и F_2 подбирают так, что

$$P(F > F_2) = \frac{\alpha}{2} = \frac{q}{2\cdot 100},$$

$$P(F < F_1) = \frac{\alpha}{2}.$$

Их называют соответственно левой и правой критической точкой распределения Фишера-Снедекора для уровня значимости α.

В монографии [1] приведена таблица [1, стр. 472-477, таблица VI], которая дает значения правых критических точек распределения СВ F для $\frac{\alpha}{2}$ и разных комбинаций k_1 и k_2. Для того, чтобы найти левую критическую точку следует воспользоваться тем, что левая критическая точка является числом, обратным правой критической точки того же уровня значимости распределения СВ $F^1 = \frac{1}{F}$, которое также является распределением Фишера-Снедекора, но с первой степенью свободы k_2 и второй - k_1.

К сожалению, в этой таблице даются лишь 5%-ные и 1%-ные правые критические точки. Поэтому она дает возможность строить критические области только для уровней значимости 10% и 2%. Для других уровней значимости, лежащих между 2% и 10%, можно это получить путем грубой интерполяции.

Ясно, что $\frac{(s_X)^2}{(s_Y)^2}$ - это конкретное значение, которое принимает СВ $F = \frac{(S_X)^2}{(S_Y)^2}$ в опыте, состоящем в отборе указанных выше выборок. Его будем называть наблюдаемым значением СВ F. Поэтому, если окажется, что $\frac{(s_X)^2}{(s_Y)^2}$ больше, чем F_2, или меньше, чем F_1, то будет означать появление в этом опыте события, вероятность которого равна α. Если α достаточно мало, то можно считать, что произошло событие, практически невозможное при равенстве дисперсий СВ X и Y. Тогда гипотезу о равенстве дисперсий следует отбросить.

Пример. Пусть X - случайная величина - концентрация ключевого компонента, например, витамина B_2, в первой пробе комбикорма. Из этой пробы производим выборку объема n=10. Пусть Y - концентрация того же компонента в другой пробе комбикорма, взятой через некоторое время. Из этой пробы произведем выборку объема m=17. По этим выборкам находят в соответствии с формулами (1), (2) исправленные выборочные дисперсии. Пусть, например, оказалось, что $(s_X)^2$=1,23 и $(s_Y)^2$=0,41.

Проверим при уровне значимости 10% справедлива ли гипотеза о равенстве дисперсий СВ X и Y. Найдем сначала отношение большей исправленной выборочной дисперсии к меньшей:

$$\frac{(s_X)^2}{(s_Y)^2} = \frac{1{,}23}{0{,}43} = 3\,.$$

Это так называемое наблюдаемое значение $F_{набл.}$ СВ F.

Найдем верхнюю F_2 и нижнюю F_1 критические точки распределения Фишера-Снедекора с k_1=n-1=10-1=9 и k_2=m-1=17-1=16 по [1, стр.472-477, табл. VI]. Для 5% по таблице находим, что F_2= 2,54. Так как $F_{набл.}>F_2$, то при уровне значимости 10% гипотезу о равенстве дисперсий СВ X и Y отвергаем, ибо произошло событие, практически невозможное при справедливости этой гипотезы.

Так как гипотеза уже отвергнута, то отпала необходимость отыскания левой критической точки F_1. Однако, для того, чтобы лучше понять написанное выше, все же найдем F_1 для того же уровня значимости. Для этого сначала найдем по таблице [1, стр.472-477, таблице VI] правую критическую точку для распределения Фишера-Снедекора с первой степенью свободы, равной 16, и второй, равной 9, при том же уровне значимости. Получим число 2,98. Нужным критическим числом F_1 для исходного распределения вероятностей будет $\frac{1}{2{,}98} \cong 0{,}336$.

Заметим еще, что в случае выбора уровня значимости 2% гипотеза о равенстве дисперсий не была бы отвергнута (при условиях, приведенных в примере).

Вопрос о том, какой уровень значимости следует выбрать весьма сложный. Его решение лежит за рамками математики.

2. *О стабильности.*

Какое отношение имеет сказанное выше к теме, объявленной в заглавии? С помощью проверки равенства дисперсий может решаться вопрос о стабильности работы агрегатов в каком-либо производственном процессе. Для этого можно поступить следующим образом.

Производят серию проб готовой продукции, например рассыпного комбикорма, на выходе из смесителя через равные промежутки времени (час, сутки, неделя). Из каждой пробы берут выборки. Находят исправленные выборочные дисперсии случайных величин - концентрации ключевого компонента, например витамина B_2, в каждой из этих проб. Выясняют с помощью приведенной выше методики, можно ли считать, что дисперсии, соответствующие второй, третьей, четвертой и т.д. пробам в отдельности, равными дисперсии, соответствующей первой пробе. Если так считать нельзя, то нельзя считать, что технологические агрегаты работают стабильно.

3. Упрощенный метод проверки стабильности технологических процессов и систем.

Этот метод опирается на приеме, разработанном Бартлеттом. Он применим только в том случае, когда все выборки имеют одинаковый объем.

Итак, через равные промежутки времени берутся пробы из потока готовой продукции, например, комбикорма. Из каждой пробы производятся выборки одинакового объема n. Пусть таких выборок произведено k. По каждой выборке находят исправленную выборочную дисперсию СВ - концентрации ключевого компонента, например, витамина B_2. Получили k исправленных выборочных дисперсий $(s_1)^2$, $(s_2)^2$, …, $(s_k)^2$. Вычисляют величину дроби

$$G = \frac{s^2}{(s_1)^2 + (s_2)^2 + \ldots + (s_k)^2},$$

где s^2 - максимальное из чисел $(s_1)^2$, $(s_2)^2$, …, $(s_k)^2$.

В упомянутой монографии [1] приведена таблица [1, стр. 479-480, таблица VIII], по которой для уровней значимости 5% и 1% можно найти значение G_{max}, соответствующее параметрам k и n-1.

Если окажется, что G больше, указанного в таблице G_{max}, то гипотеза о равенстве дисперсий СВ, соответствующих пробам, а значит о стабильности технологического процесса, должна быть отвергнута (при принятом уровне значимости). Если же окажется, что $G<G_{max}$, то оснований для отбрасывания гипотезы не будет (хотя это еще не означает, что гипотеза верна).

Пример. Пусть, например, взято семь проб. Из каждой пробы взяты выборки одинакового объема 17. Пусть в соответствии с формулами (1) и (2) найдены семь исправленных выборочных дисперсий:

$$(s_1)^2=0{,}067,\ (s_2)^2=0{,}136,\ (s_3)^2=0{,}168,\ (s_4)^2=0{,}068,$$

$$(s_5)^2= =0{,}066,\ (s_6)^2=0{,}102,\ (s_7)^2=0{,}137.$$

Тогда $s^2=(s_3)^2=0{,}168$ и

$$G = \frac{0{,}168}{0{,}067+0{,}136+0{,}168+0{,}068+0{,}066+0{,}102+0{,}137} = 0{,}2258.$$

По упомянутой таблице при 5%-ном уровне значимости для n-1=17-1=16 и k=7 находим, что табличное G_{max}=0,2756. Так как $G<G_{max}$ (0,2258<0,2756), то полученный результат указывает на незначимость расхождений между дисперсиями. Иными словами, по данным проведенных наблюдений мы не можем считать, что за промежуток времени от взятия первой пробы до взятия седьмой пробы работа была нестабильной.

Таким образом, эффективность технологических процессов и систем необходимо оценивать по показателю стабильности, учитывающего максимальную и минимальную дисперсии распределения случайной величины X_i на протяжении интервала времени, позволяющего получать достоверные результаты измерений.

СИПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смирнов Н.В., Дудин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. - М.: «Наука», 1965. - 511 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - К.: «Высшая школа», 1972. - 368 с.
3. Крамер Г. Математические методы статистики. - М.: «Мир», 1975. - 648 с.
4. Кафаров В.В., Винаров А.Ю., Гордеев Л.С. Моделирование и системный анализ биохимических производств. - М.: Лесн .пром-ть, 1985. - 280 с.
5. Бусленко Н.П. и др. Лекции по теории сложных систем/ Н.П.Бусленко, В.В.Калашников, И.Н.Коваленко. -М.: Сов. радио, 1973. -440с.
6. Панфилов В.А. Научные основы развития технологических линий пищевых производств. - М.: Агропромиздат, 1986. - 245 с.
7. Саркисян С.А., Ахунлов В.М., Минаев Э.С. Анализ и прогноз развития больших технологических систем. - М.: Наука, 1982. - 280 с.
8. Егоров Б.В., Кац И.С., Макаринская А.В. Математические основы оценки стабильности технологических процессов производства премиксов и комбикормов// Зернові продукти і комбікорми, 2008. - № 2. – С. 35-40.

Поступила 03.2008

Адрес для переписки:
ул. Канатная 112, г. Одесса, 65039

УДК [331.482: 621.86]: 664.7.013

О.П. ДАШКОВСКАЯ, канд. техн. наук, доцент, А.И. КНЫШ канд. техн. наук, кафедры БЖД,
Е.А. ФЕСЕНКО, канд. техн. наук, доцент кафедры ТПЗ
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

АНАЛИЗ БЕЗОПАСНОСТИ ТРУДА ПРИ ОБСЛУЖИВАНИИ КОМПРЕССОРОВ ПНЕВМОТРАНСПОРТНЫХ УСТАНОВОК НА МУКОМОЛЬНЫХ ЗАВОДАХ

В статье рассмотрены наиболее часто встречающиеся нарушения техники безопасности при эксплуатации компрессоров пневмотранспортных установок на мукомольных заводах.

Ключевые слова: *компрессоры, эксплуатация, техника безопасности*

In the article often meetings violations of accident prevention are considered most during exploitation of compressors of pneumatic transport options at the plants of flour-millers.

Key words: *compressors, exploitation, accident prevention.*