УДК 621.313

В.Й. Чабан, С.М. Костючко*,
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної та загальної електротехніки,
* кафедра електронних обчислювальних машин

ПАРАМЕТРИЧНА ЧУТЛИВІСТЬ ВИКОНАВЧОГО МОТОРА КОМП’ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ

© Чабан В.Й., Костючко С.М., 2013

Запрпоновано алґоритм розрахунку перехідних і усталених процесів, а заодно параметричної чутливості виконавчого конденсаторного асинхронного мотора як елемента комп’ютерної системи управління. Метод аналізу побудовано на підставі рівнянь першої варіації. Основні і варіаційні диференціальні рівняння представлені у нормальній формі Коші. Наведено результати комп’ютації.

Ключові слова: виконавчий конденсаторний асинхронний мотор, перехідні й усталені процеси, параметрична чутлиість.

The algorithm of calculation of transitional and steady-state processes is offered, and in concert parametric sensitivity of actuating capacitor induction motor as an element of computer control system. The method of analysis is built on the basis of equalizations of the first variation. Basic and variation differential equalizations are presented in the normalized Cauchy’s form. The results of computation are given.

Key words: actuating capacitor induction motor, transitional and steady-state processes, para–metric sensitivity.

Вступ

Застосування ґрадієнтних методів оптимального проектування комп'ютерних систем управління вимагає побудови алґоритмів розрахунку параметричної чутливості у полі сталих параметрів. Така задача у літературі не розв’язана. Причин є кілька. По-перше, складність побудови сучасних математичних моделей, які б відтворювали фізичний процес з потрібною для практичних потреб точністю. По-друге, трудність розв’язання задачі Коші для диференціальних рівнянь стану, якщо йдеться про тривалі перехідні процеси. По-третє, ще більша трудність розв’язання двоточкової крайової задачі для цих диференціальних рівнянь стану, яка презентує усталений періодичний стан. По-четверте, йдеться не тільки про одержання усталеного періодичного стану як самоцілі дослідження, а про одержання його методами, які б виводили на можливість аналізу параметричної чутливості на підставі спільного математичного апарата. Якщо взяти до уваги усі ці труднощі, то стає зрозуміло, чому математична теорія нелінійних комп’ютерних систем знаходиться поки що у такому стані, коли на рівень прийнятних результатів потрапляють лише результати, що стосуються окремих компонентів таких систем. Особливо, коли йдеться про системи, в яких відбуваються фізичні процеси різного походження: електромагнітні, механічні, термодинамічні, гідравлічні тощо.

Огляд літератури

Основними компонентами системи є комп'ютер та об'єкт управління. Комп'ютер може бути довільної архітектури: від універсального до спеціалізованого [1]. Об'єкт управління визначається особливістю прикладної задачі. Ми скористаємось одним з найуживаніших – виконавчим конденсаторним асинхронним мотором, що працює в однофазному стані. Математичну модель такого мотора візьмемо з [2].

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Постановка задачі

Однофазний стан виконавчого трифазного конденсаторного асинхронного мотора – доволі частий випадок у практиці. Конденсатор може під'єднуватись на постійно, а може виконувати лише пускові функції. Математична модель такого стану роботи мотора повинна передбачати явище насичення основного магнітного кола, бо саме конденсатор сприяє його появі. Ми ставимо завдання побудувати математичну модель параметричної чутливості такого мотора, яка могла б бути використана у ґрадієнтних методах оптимізації комп'ютерних систем управління.

1. Математична модель

Математичну модель виконавчого мотора в однофазному стані одержимо, враховуючи відому добре апробовану на практиці, А-модель трифазного стану мотора. [2], диференціальні рівняння стану якої заздалегідь представлені у нормальній формі Коші:

$$di/dt = \mathrm{A}(u - (\Omega\Psi + Ri)), \tag{1}$$

де $h(h = i, u, \Psi) = (h_{SA}, h_{SB}, h_{RA}, h_{RB})$ – колонки фазних струмів, напруг і повних потокозчеплень статора і ротора;

$$\mathrm{A} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \alpha_{11} & \alpha_{12} & -\alpha_{11}c_1 - \alpha_{12}c_2 & -\alpha_{11}c_3 - \alpha_{12}c_4 \\ \hline \alpha_{21} & \alpha_{22} & -\alpha_{21}c_1 - \alpha_{22}c_2 & -\alpha_{21}c_3 - \alpha_{22}c_4 \\ \hline -\alpha_{11}a_1 - \alpha_{21}a_2 & -\alpha_{12}a_1 - \alpha_{22}a_2 & l_{33} - \alpha_{31}c_1 - \alpha_{32}c_2 & l_{34} - \alpha_{31}c_3 - \alpha_{32}c_4 \\ \hline -\alpha_{11}a_3 - \alpha_{21}a_4 & -\alpha_{12}a_3 - \alpha_{22}a_4 & l_{43} - \alpha_{41}c_1 - \alpha_{42}c_2 & l_{44} - \alpha_{41}c_3 - \alpha_{42}c_4 \\ \hline \end{array};$$

$$u = \begin{array}{|c|} \hline \sqrt{3}U_m \sin(\omega t + 30^0) \\ \hline u_C \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}; \quad \Omega = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & \omega & 2\omega \\ \hline & & -2\omega & -\omega \\ \hline \end{array}; \quad R = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline r_S & -r_S & & \\ \hline r_S & 2r_S & & \\ \hline & & r_R & \\ \hline & & & r_R \\ \hline \end{array}, \tag{2}$$

де i_{SA}, i_{SB} – фазні струми обмотки статора за умови, що $i_{SC} = -i_{SA} - i_{SB}$; u_{SA}, u_{SB} – фазні напруги обмотки статора; i_{RA}, i_{RB} – перетворені струми обмотки ротора; Ψ_{RA}, Ψ_{RB} – перетворені повні потокозчеплення обмотки ротора; ω – кутова швидкість ротора в ел. рад./с; l_S, l_R – індуктивності дисипації обмоток статора і ротора; r_S, r_R – резистивні опори обмотки статора і ротора, причому $u_{SA} = U_m \sin \omega_0 t$; $u_{SB} = U_m \sin(\omega_0 t - 2\pi/3)$, де U_m, ω_0 – амплітуда та кутова частота мережі;

$$\begin{gathered}
\alpha_{11} = d_{22}/d;\ \alpha_{12} = -d_{12}/d;\ \alpha_{21} = -d_{21}/d;\ \alpha_{22} = d_{11}/d; \\
a_1 = l_{33}l_{31} + l_{34}l_{41};\ a_2 = l_{33}l_{32} + l_{34}l_{42};\ a_3 = l_{43}l_{31} + l_{44}l_{41}; \\
a_4 = l_{43}l_{32} + l_{44}l_{42};\ c_1 = l_{13}l_{33} + l_{14}l_{43};\ c_2 = l_{23}l_{33} + l_{24}l_{43}; \\
c_3 = l_{13}l_{34} + l_{14}l_{44};\ c_4 = l_{23}l_{34} + l_{24}l_{44};\ d_{11} = l_{11} - l_{31}c_1 - l_{41}c_3; \\
d_{12} = l_{12} - l_{32}c_1 - l_{42}c_3;\ d_{21} = l_{21} - l_{31}c_2 - l_{41}c_4;\ d_{22} = l_{22} - l_{32}c_2 - l_{42}c_4;\ d = d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21}; \\
l_{11} = l_{13} + 1/\alpha_S;\ l_{12} = l_{14} - 1/\alpha_S;\ l_{13} = l_{31} - l_{41};\ l_{14} = l_{32} - l_{42};\ l_{21} = l_{23} + 1/\alpha_S;\ l_{22} = l_{24} + 2/\alpha_S; \\
l_{23} = 2l_{41} + l_{31};\ l_{24} = 2l_{42} + l_{32};\ l_{33} = (l_{42} + 1/\alpha_R)/\Delta;\ l_{34} = -l_{32}/\Delta;\ l_{43} = l_{41}/\Delta;\ l_{44} = (l_{31} + 1/\alpha_R)/\Delta; \\
l_{31} = b(2i_A + i_B)i_A + 1/\tau;\ l_{32} = b(2i_B + i_A)i_A;\ l_{41} = b(2i_A + i_B)i_B;\ l_{42} = b(2i_B + i_A)i_B + 1/\tau; \\
\Delta = \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\alpha_R}\right)\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\alpha_R}\right);\quad b = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\tau}\right)\frac{1}{i_m^2},
\end{gathered} \tag{3}$$

причому τ, ρ – обернені статична й диференціальна основні індуктивності, які знаходимо за характеристикою намагнічування машини як

$$\tau = \left[\frac{\psi_m(i_m)}{i_m}\right]^{-1};\ \rho = \left[\frac{d\psi_m(i_m)}{di_m}\right]^{-1}, \tag{4}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

де i_m – модуль просторового вектора намагнічувальних струмів:

$$i_m = 2\sqrt{(i_A^2 + i_A i_B + i_B^2)/3};\ \ i_A = i_{SA} + i_{RA};\ \ i_B = i_{SB} + i_{RB}. \tag{5}$$

Повні потокозчеплення обмотки ротора шукаємо у звичайний спосіб:

$$\Psi_{Rk}(k = A, B) = (i_{Sk} + i_{Rk})/\tau + i_{Rk}/\alpha_R, \tag{6}$$

де $a_S = 1/l_S$; $\alpha_R = 1/l_R$ – обернені індуктивності дисипації обмотки статора та ротора.

В однофазному стані вважатимемо, що фази A і B увімкнені на лінійну напругу $u_{AB} = u_{SA} - u_{SB}$. Напругу u_{BC} братимемо від конденсатора $u_{BC} = u_C$, увімкненого у фазу C. У такому разі рівняння конденсатора можна записати у вигляді

$$\frac{du_c}{dt} = -\frac{i_{SA} + i_{SB}}{C}, \tag{7}$$

де C – ємність конденсатора.

Рівняння електромагнітного стану мотора потрібно доповнити рівняннями механічного руху:

$$\frac{d\omega}{dt} = p_0(M_E - M)/J;\ \ M_E = \sqrt{3}p_0(\Psi_{SA} i_{SB} - \Psi_{SB} i_{SA}), \tag{8}$$

де M_E – електромагнітний момент; $M(\omega,t)$ – механічний момент; J – момент інерції; p_0 – кіль–кість пар магнітних полюсів машини.

Сумісному інтегруванню підлягає система диференціальних рівнянь електромеханічного стану (1), (7), (8). Вхідними даними є: $r_S, r_R, \alpha_S, \alpha_R, p_0, J$, а також намагнічувальна крива $\psi_m(i_m)$, і вхідні сигнали: $U_m, \omega_0, M(\omega,t)$.

2. Задача Коші

Систему звичайних диференціальних рівнянь (1), (7), (8) запишемо у загальному вигляді:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t),\ \ x = (i, u_C, \omega)_t. \tag{9}$$

Інтеґрування диференціальних рівнянь (9) за заданих початкових умов $x(t)_{|t=+0} = x(0)$ становить задачу Коші для заданої системи диференціальних рівнянь, яка презентує задачу розрахунку перехідних електромеханічних процесів мотора.

3. Доточкова крайова задача

Доточкова крайова задача – значно складніша від задачі Коші, бо тут на диференціальні рів–няння (10) накладається додаткова умова періодичності:

$$f\left(x(0)\right) = x(0) - x\left(x(0), T\right) = 0, \tag{10}$$

тобто рівності значень функції на початку і в кінці часового періоду T .

Існують такі початкові умови $x(0)$, які під час інтегрування (9) на інтервалі часу від 0 до T дають змогу увійти безпосередньо в періодичний розв'язок, оминаючи перехідну реакцію. Такі початкові умови розглядатимемо як аргумент рівняння періодичності (10).

Розв'язання нелінійного трансцендентного рівняння (10) здійснюватимемо ітераційним мето-дом Ньютона:

$$x(0)^{(s+1)} = x(0)^{(s)} - f'\left(x(0)^{(s)}\right)^{-1} f\left(x(0)^{(s)}\right). \tag{11}$$

Матрицю Якобі отримуємо диференціюванням за $x(0)$ цільової функції (10):

$$f'(x(0)) = E - \Phi(T), \tag{12}$$

де

$$\Phi(T) = \left.\frac{\partial x(x(0),t)}{\partial x(0)}\right|_{t=T}. \tag{13}$$

Матриця (13) називається матрицею монодромії у момент часу $t = T$.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

4. Побудова матриці монодромії

Скористаємось все тією ж колонкою невідомих x (9). Утворимо колонку невідомих y:

$$y = (\Psi, u_C, \omega)_t, \tag{14}$$

де Ψ – матриця-стовпець повних потокозчеплень:

$$\Psi = (\Psi_{SA}, \Psi_{SB}, \Psi_{RA}, \Psi_{RB})_t. \tag{15}$$

Відповідне (15) диференціальне рівняння (1) має такий вигляд:

$$\frac{d\Psi}{dt} = u - (\Omega\Psi + Ri). \tag{16}$$

Матрицю монодромії (13) запишемо у такому вигляді [2]:

$$\Phi = (Az, q, w)_t, \tag{17}$$

де

$$z = \frac{\partial\Psi}{\partial x(0)};\ q = \frac{\partial u_C}{\partial x(0)};\ w = \frac{\partial\omega}{\partial x(0)}. \tag{18}$$

Варіаційні рівняння для обчислення субматриць (18) одержимо диференціюванням за $x(0)$ рівнянь електромеханічного стану (7), (8), (16):

$$\begin{gathered}\frac{dz}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x(0)} - (\Omega + RA)z - \frac{\partial\Omega}{\partial\omega}w\Psi;\ \frac{\partial u}{\partial x(0)} = (0, q, 0, 0)_t;\ \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{C}\left(\frac{\partial i_{SA}}{\partial x(0)} + \frac{\partial i_{SB}}{\partial x(0)}\right);\\ \frac{dw}{dt} = \frac{p_0}{J}\left(\sqrt{3}p_0\left(\frac{\partial\Psi_{SA}}{\partial x(0)}i_{SB} + \Psi_{SA}\frac{\partial i_{SB}}{\partial x(0)} - \frac{\partial\Psi_{SB}}{\partial x(0)}i_{SA} - \Psi_{SB}\frac{\partial i_{SA}}{\partial x(0)}\right) - \frac{\partial M(\omega)}{\partial\omega}w\right).\end{gathered} \tag{19}$$

Похідні $\partial\Psi_{SA}/\partial x(0),\ \partial\Psi_{SB}/\partial x(0),\ \partial i_{SA}/\partial x(0),\ \partial i_{SB}/\partial x(0)$ – є елементами матриць z, Az, тому відомі.

Отже, побудова матриці монодромії вимагає інтегрування рівнянь першої варіації (19).

На s-й ітерації формули Ньютона (11) – лінійні варіаційні рівняння (19) підлягають сумісному інтеґруванню з нелінійним (9) на часовому інтервалі $[0, T]$. У результаті знаходимо цільову функцію (10) і потрібну матрицю Якобі (12), (13), що цілком визначає праву частину ітераційної формули (13), а відтак – і її шукану ліву частину $x(0)^{(s+1)}$. Процес ітерації закінчується під час досягнення заданої точності входження у періодичний розв'язок $\left|f\left(x(0)^{(s)}\right)\right| \le \varepsilon$, де ε – вектор заданих точностей.

Матриця монодромії Ф (13) є, по суті, є матрицею чутливостей до початкових умов. Кожний її рядок можна розглядати як ґрадієнт певної змінної у просторі початкових умов, а кожен її стовпчик характеризує чутливість усієї множини змінних до однієї і тієї самої початкової умови. Тому диференціальні рівняння (22) можна розглядати як модель чутливості до початкових умов.

5. Модель параметричної чутливості

Позначимо вектор сталих параметрів як

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n). \tag{20}$$

Елементи колонки λ – будь-які сталі параметри, які, своєю чергою, можуть бути функціями інших конструкційних сталих параметрів.

Матриця параметричних чутливостей визначається як похідна:

$$S = \partial x / \partial\lambda. \tag{21}$$

Аргумент x знаходимо за рівнянням (9), яке запишемо у загальнішому вигляді:

$$dx/dt = f_1(x, \lambda, t), \tag{22}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Диференціюючи (22) за λ, отримаємо лінійне параметричне рівняння:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial f_1(x,\lambda,t)}{\partial x} S + \frac{\partial f_1(x,\lambda,t)}{\partial \lambda}. \tag{23}$$

В усталеному стані $x(0) = x(T)$, тому рівняння (23) має теж $S(t)$ періодичний розв'язок.

Взяття частинних похідних за x і λ у правій частині (23) – доволі складна задача, а то й не здійсненна. Тому ми вводимо *матрицю допоміжних параметричних чутливостей* χ по відношенню до деякого іншого вектора y (14):

$$\chi = dy / d\lambda. \tag{24}$$

Рівняння стану стосовно вектора y запишемо також у загальному вигляді:

$$dy / dt = f_2(y,\lambda,t), \tag{25}$$

де f_2 – T-періодична по t.

Диференціюючи (25) за λ (38), отримаємо

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\partial f_2(y,\lambda,t)}{\partial y}\chi + \frac{\partial f_2(y,\lambda,t)}{\partial \lambda}. \tag{26}$$

Рівняння (26) теж має періодичний розв'язок $\chi(t)$. Функція $\chi(t)$, крім виконуваної допоміжної ролі, нерідко становить самостійний інтерес.

Матриця параметричних чутливостей S у нашому випадку повторює (17):

$$S = (\mathrm{A}\chi, \sigma, \eta)_t, \tag{27}$$

де

$$S = \frac{\partial (i,\omega)_t}{\partial \lambda};\ \ \chi = \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda};\ \ \sigma = \frac{\partial u_C}{\partial \lambda};\ \ \eta = \frac{\partial \omega}{\partial \lambda}. \tag{28}$$

Надамо рівнянню (16) такого вигляду:

$$\frac{d\Psi}{dt} = u - \Omega'\Psi - RL'^{-1}\Psi, \tag{29}$$

де L' – матриця статичних індуктивностей:

$$L' = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline l_S + l_\tau & -l_S - l_\tau & l_\tau & -l_\tau \\ \hline l_S + l_\tau & 2(l_S + l_\tau) & l_\tau & 2l_\tau \\ \hline l_\tau & & l_R + l_\tau & \\ \hline & l_\tau & & l_R + l_\tau \\ \hline \end{array}, \tag{30}$$

причому $l_S = 1/\alpha_S, l_R = 1/\alpha_R$ – індуктивності дисипації обмоток статора і ротора; $l_\tau = 1/\tau$ – основна статична індуктивність (4).

Щоб одержати рівняння (26), достатньо продиференціювати за λ (29):

$$\frac{d\chi}{dt} = -(\Omega + R\mathrm{A})\chi + F, \tag{31}$$

де

$$F = \frac{\partial U}{\partial \lambda} + RL'^{-1}\frac{\partial L}{\partial \lambda} I - \frac{\partial \Omega}{\partial \lambda}\Psi - \frac{\partial R}{\partial \lambda} I. \tag{32}$$

Диференціюючи за λ (8), одержимо

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{p_0}{J}\left(\frac{\partial M_E}{\partial \lambda} - \frac{\partial M(\omega)}{\partial \omega}\eta\right) + p_0\left(M_E - M(\omega)\right)\frac{\partial J^{-1}}{\partial \lambda}, \tag{33}$$

де

$$\frac{\partial M_E}{\partial \lambda} = \sqrt{3}p_0(\chi_{SA} i_{SB} + \Psi_{SA} S_{SB} - \chi_{SB} i_{SA} - \Psi_{SB} S_{SA}) = \xi. \tag{34}$$

Диференціюючи за λ (7), матимемо

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{1}{C}\left(\frac{\partial i_{SA}}{\partial \lambda} + \frac{\partial i_{SB}}{\partial \lambda}\right) - (i_{SA} + i_{SB})\frac{\partial C^{-1}}{\partial \lambda}. \tag{35}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Похідні $\partial i_{SA}/\partial\lambda,\ \partial i_{SB}/\partial\lambda$ є елементами матриці *Az*, тому вони відомі.

Матрицю параметричної чутливості (37) розіб'ємо на стовпчики і запишемо як рядок:

$$S=\left(S_1,S_2,\ldots,S_m\right),\quad S_i=d(i,\omega)_t/\partial\lambda_i,\ i=1,2,\ldots,m, \tag{36}$$

де m – кількість елементів вектора сталих параметрів $\lambda=\left(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_m\right)$, λ = const; S_i – вектори параметричних чутливостей елементів вектора x до окремих сталих параметрів.

Рівняння цілі:

$$F\left(S_i(0)\right)=S_i(0)-S_i\left(S_i(0),T\right)=0,\ i=1,2,\ldots,n. \tag{37}$$

Його розв'язуємо також ітераційним методом Ньютона за одну ітерацію. За нульового наближення (11) буде

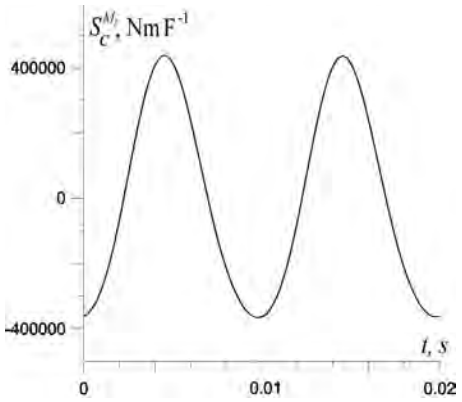
$$S_i(0)^{(1)}=F'\left(S_i(0)^{(0)}\right)^{-1}S_i(T)^{(0)},\ i=1,\ldots,n. \tag{38}$$

Матриця Якобі виражається через відому матрицю $\Phi(T)$ (12), одержану з розрахунку періодичного розв'язку $x(t)=x(t+T)$: $F'\left(S_i(0)^{(0)}\right)=E-\Phi(T)$.

На єдиній ітерації формули (38) сумісному інтеґруванню на $[0,T]$ підлягають диференціальні рівняння (1), (7), (8) за початкових умов, що виключають перехідну реакцію, і (31), (33), (35) – за нульових початкових умов. Перейшовши завчасно згідно з (27) від $S_i(0)$ до $\chi_i(0)$, отримаємо періодичний розв'язок: $\chi(t)+\chi(t+T)=0,\ \eta(t)+\eta(t+T)=0$. Чутливість S знаходимо за (27).

Часова дискретизація заданих диференціальних рівнянь і диференціальних рівнянь їх чутливостей (до початкових умов і параметричних) здійснюється за явними або неявними методами.

6. Результати симуляції



Усталена чутливість електромагнітного моменту до ємності конденсатора

На рисунку показані результати симуляції модельного пристрою. Вхідні сиґнали: $u_m=310.5$ В, $\omega_0=314$ с$^{-1}$, $M(\omega,t)=2.5$ Нм. Параметри: $r_S=1.01$ Ом; $r_R=1.80$ Ом; $\alpha_S=65$ Гн$^{-1}$; $\alpha_R=70$ Гн$^{-1}$; $\alpha_m=4.65$ Гн$^{-1}$; C = 30 мкФ; $J=0.025$ кгм^2; $p_0=2$. Крива намаґнічування апроксимована залежністю

$$\psi_m(i_m)=\begin{cases}0.215i_m, & if\ 0\le i_m\le 2;\\ 0.4302+0.2151(i_m-2)-\\ -0.02615(i_m-2)^2+0.00119(i_m-2)^3, & if\ 2<i_m<7;\\ 0.043i_m+0.7, & if\ 7\le i_m.\end{cases}$$

Висновок

Якщо розрахунок усталених процесів виконавчих пристроїв комп'ютерної системи звести до двоточкової крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь стану, то побудовані на цій основі алгоритми дають змогу розраховувати перехідні і усталені процеси і параметричну чутливість на спільній математичній підставі загальної теорії нелінійних диференцільних рівннь.

1. Мельник А.О. Архітектура комп'ютера: наук. вид. – Луцьк: Волинська обласна друкарня, 2008. – 470 с. 2. Чабан В. Математичне моделювання в електротехніці. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2010. – 508 с.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua