



Prokhorenko D.V., Perepichay A.A.

National Technical University of Ukraine "Kyiv polytechnic institute". Ukraine, Kyiv

OPTIMIZATION OF THE SEQUENCE OF WELDING LONGITUDINAL SEAMS NODE PAVING SLABS

The effect of various process sequences brewing longitudinal seams on the residual displacement of the longitudinal axis of the assembly sidewalk plate. Solution tasks performed by finite elements. As a result of the solution to minimize the displacement of the longitudinal axis of the weldment proposed guidelines for choosing the best variant sequence of welds during welding.

Keywords: sidewalk plate; finite element method; welding displacement

References

- [1] Gatovskij K. M., Karhin V. A. Teorija svarochnykh deformacij i naprjazhenij. Ucheb. pos. Leningr. korablestr. in-t, 1980. – 331 p.
- [2] Kuz'minov S. A. Svarochnye deformacii sudovykh korpusnykh konstrukcij. – L.: Izd. «Sudostroenie», 1974. – 286 p.
- [3] DIN 17100-1980 Steels for General Structural Purposes. Quality Standard.
- [4] Mohd Shahar Sulaiman et al., Simulation and experimental study on distortion of butt and T-joints using WELD PLANNER, Journal of Mechanical Science and Technology 25 (10) (2011) 2641-2646.
- [5] WELD PLANNER USER'S GUIDE.

УДК 669.017:539.374:519.67

Мозговий О.В

Вінницький державний педагогічний університет ім. М. Коцюбинського. Україна, м. Вінниця

РОЗСІЮВАННЯ ЕНЕРГІЇ ПРИ КОЛИВАННЯХ МАТЕРІАЛАМИ З НЕОДНОРІДНИМИ МЕХАНІЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ АБО ПРЯМІ І ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ПРИ РОЗРАХУНКУ КОЛИВАНЬ ШАРУВАТИХ СТРУКТУР

Розглянута теоретично – експериментальна методика дослідження коливань шаруватих стержнів залежно від модулів пружності, форм і декрементів коливань кожного шару. Представлені результати вирішення оберненої задачі визначення вхідних параметрів і технологічних режимів при заданих експериментальних характеристиках готового виробу. Визначено характер впливу модуля пружності поверхневого шару на параметри розсіювання механічної енергії однорідного матеріалу з різними механічними характеристиками.

Ключові слова: розсіяння механічної енергії; логарифмічний декремент коливання; обернена задача

Вступ

Надійність і довговічність сучасних машин залежить не тільки від матеріалу з якого вони виготовляються, а також і від технологічних режимів їх виготовлення і можливостей діагностики їхніх експлуатаційних властивостей в процесі експлуатації.

Вимоги до технічних параметрів машин і їх деталей постійно зростають. Змінні динамічні навантаження, які виникають у процесі роботи в деталях, найбільш небезпечні біля резонансних коливань. Важливим є забезпечення необхідного розсіювання механічної енергії і прогнозування поведінки деталей в процесі

експлуатації. Зменшенню матеріальних витрат при розробці технологічного циклу виготовлення деталей сприяє розрахунок розсіяння механічної енергії на основі створених теоретичних моделей, які передбачають рішення прямої і оберненої задач.

У роботах Я. Г. Пановка, Г. С. Писаренка, Е. С. Сорокіна, В. В. Хільчевського, В. Г. Дубенця, М. В. Василенка, матеріалах наукових конференцій представлено розвиток теорії розсіяння енергії в матеріалах. Аналіз коливань, з врахуванням розсіяння енергії в матеріалі, проводять за допомогою методів нелінійної механіки.

У процесі виготовлення деталі зазнають різних механічних і термомеханічних впливів. Результатом є зміна неоднорідності фізико-механічних характеристик однорідних матеріалів з яких виготовляють деталь. Задачі для коливальних дисипативних систем з однорідним матеріалом але різними механічними характеристиками є актуальними.

У процесі виготовлення валу газотурбінного двигуна (ГТД) послідовно змінюються властивості матеріалу заготовки. Технологічні обробки формують його мікроструктуру, забезпечують високі механічні властивості за рахунок фазових перетворень в результаті термічної обробки і розподіл їх по товщині деталі тощо.

Найбільш ефективною технологічною операцією, яка суттєво впливає на експлуатаційні властивості валів ГТД, є фінішна поверхнева пластична деформація (ППД) – алмазне вигладжування. У результаті забезпечується достатня міцність, точність розмірів і чистота поверхні деталі, значно підвищуються втомлені властивості матеріалу [1-4].

Натурні випробування деталей і конструкцій мають певні технічні складності і великі матеріальні затрати. Дослідження впливу режимів алмазного вигладжування на формування комплексу параметрів якості тонкостінних валів ГТД, які мають після виготовлення неоднорідні властивості по товщині, в лабораторних умовах, а також вивчення поведінки матеріалу при експлуатаційних режимах є практичним і перспективним.

Мета

На основі розробленої теоретико-експериментальної методики оцінки механічного стану поверхневого шару матеріалу з неоднорідними властивостями розв'язати пряму і обернену задачу розрахунку вільних коливань на спеціальних зразках, що мають шарувату структуру.

Дослідження

При дослідженнях враховувався вплив пластичної деформації на властивості матеріалів розсіювати механічну енергію. Розглянемо стержень із однорідного матеріалу, поверхня якого зміцнюється одним із видів ППД. Прикладом може служити вал ГТД, у

якому при виготовленні формуються структура і текстура поверхневого шару з характерним розподілом залишкових напружень, глибиною і ступенем наклепу. У роботах [1-3] показано, що комплексний підхід до вибору технологічних факторів виготовлення комплектуючих деталей забезпечує довговічність і робочі властивості валів. Складність оцінки ефективності технологій виготовлення на готових виробках потребує розробки теоретико-експериментальної методики таких досліджень на спеціальних зразках.

Із стінок тонкостінного і пустотілого валу ГТД, який пройшов повний цикл виготовлення вирізаються вздовж осі валу зразки розміром $1 \times 2 \times 80$ мм³. Ефективною фінішною операцією виготовлення валів ГТД є алмазне вигладжування [1-5], яке підвищує утомні властивості деталі і, як правило [1-4], проводиться з обох сторін – внутрішньої і зовнішньої поверхонь валу. У поперечному перерізі такий зразок у вигляді стержня буде мати дві приповерхневі області із підвищеними механічними характеристиками, які будуть зменшуватись при заглибленні в середину стержня. Ці області знаходяться з обох сторін стержня, які зазнали ППД. Середні шари найбільш пластичні.

Для рішення нелінійних задач систем з розсіянням енергії автори [5-7] показали ефективність використання принципу Гамільтона-Остроградського. Такий підхід дозволяє отримати коректні рівняння руху і граничні умови дисипативних систем. Можливе рішення прямої задачі без отримання диференціальних рівнянь руху, що найбільш природне в задачах коливань систем де є розсіяння енергії.

В залежності від вибраного критерію приповерхневі області зміцнених стержнів можна розглядати те тільки як тришарові структури, а також як багатшарові структури. При заглибленні в середину стержня механічні характеристики будуть змінюватись і таких зміцнених шарів може бути один, два і більше. У цілому стержень можна розглядати як багатшаровий, для якого з суттєво різними модулями пружності кожного шару необхідно враховувати відхилення від гіпотези плоских перерізів і прийняти припущення про кусково-лінійне розподілення деформацій по товщині [5, 6].

Нехай стержень має довільне число шарів, що жорстко скріплені між собою. Як правило, у таких стержнях модулі пружності матеріалів близькі між собою. Тоді для всіх шарів по товщині справедлива гіпотеза прямих недеформуємих нормалей [5]. Якщо у матеріалі наявні м'які шари, які вносять суттєвий вклад у коливання, то гіпотезу Кірхгофа-Лява використовувати не бажано, так як при цьому не враховується деформація зсуву по товщині шарів.

Виходячи із нелінійності залежностей між напруженнями і деформаціями, які описують розсіяння енергії, отримуємо диференціальне рівняння коли-

вань шаруватого стержня. Схема стержня показана на рис. 1.

Згідно з інтегральним принципом Гамільтона-Остроградського [8] для одновимірного випадку можна записати рівняння:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \left[1 + \delta_x \bar{f} \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{xm}} \right) \right], \quad (1)$$

де E – модуль поздовжньої пружності;

δ_x – декремент коливань при розтягуванні-стиску;

$\bar{f} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \right)$ – нелінійна і неоднозначна функція деформації ε .

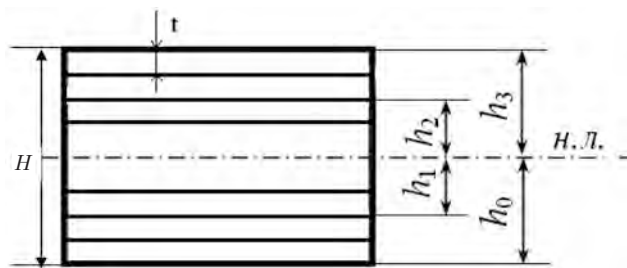


Рис. 1. Схема багат шарового стержня.

Запишемо рівняння рівноваги [9] для прямокутного перерізу стержня з шириною, що дорівнює одиниці:

$$\partial^2 M_x / \partial x^2 + m \partial^2 w / \partial t^2 = q(x, t), \quad (2)$$

де M_x – згинальний момент, який діє у поперечних перерізах стержня, m – маса одиниці довжини, x – координата, яка зв'язана з поздовжньою віссю стержня, $q(x, t)$ – зовнішнє навантаження, яке нормальне площині xOy .

Положення площини xOy вибирається таким чином, щоб виконувалась умова

$$\sum_{k=1}^n \int_{t_k} E_k z dz = 0,$$

де E_k – модуль пружності k -го шару, t_k – його товщина, n – число шарів.

Тоді, при відсутності поздовжніх сил в перерізі стержня, деформація в точці з координатою Z визначається через прогин w , так як для однорідного стержня товщиною H :

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Згинальний момент $M_x = \int_H \sigma_x z dz$, з врахуванням рівняння (1) і (3), запишемо як:

$$M_x = - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_H E z^2 dz - \int_H E z^2 \delta_x \bar{f} \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{xm}} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dz, \quad (4)$$

Якщо інтегрування відбувається по товщині H стержня, необхідно враховувати, що модулі пружності, декременти коливань і функції $\bar{f}(\varepsilon_x / \varepsilon_{xm})$ для кожного шару різні.

Рівняння коливань стержня можна отримати з рівняння (2), підставивши згинальний момент (4) і позначивши

$$D_0 = \int_H E z^2 dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} E_k z^2 dz, \quad (5)$$

$$\bar{\Phi}(w) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} E_k z^2 \delta_x \bar{f} \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{xm}} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dz, \text{ – відстань}$$

від нейтральної лінії до нижньої поверхні k -го шару:

$$D_0 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{\Phi}(w) = q. \quad (6)$$

Г. С. Писаренко докладно розглянув рівняння для однорідного стержня, але у формулі (6) жорсткість D_0 і нелінійний член $\bar{\Phi}(w)$ визначаються з врахуванням неоднорідної будови стержня по товщині [10]. Автори роботи [5] отримали рівняння (6) з допомогою методу енергогармонічного балансу, яке дозволило отримати рівняння першого наближення

$$\frac{da}{dt} = \frac{X_1(a)}{2\pi\omega M} \quad i \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega - \frac{X_2(a)}{2\pi a \omega M}, \quad (7)$$

Інтегруючи ці рівняння, можна визначити параметри вільних коливань шаруватого стержня – залежність амплітуди коливань від часу і залежність частоти власних коливань від амплітуди.

Логарифмічний декремент коливань дозволяє проводити аналіз розсіяння матеріалом механічної енергії. Враховуючи (7), запишемо:

$$\delta = \frac{2\pi da}{\omega a dt} = \frac{1}{M\omega^2 a} \int_0^{2\pi} \int_0^l \bar{\Phi}(a\bar{w}\cos\theta) \frac{d^2 \bar{w}}{dx^2} \sin\theta dx d\theta, \quad (8)$$

де $w = a \{\bar{w}(x)\cos\theta$ ($\theta = \omega t + \varphi$) – рівняння, що описує одночастотні коливання, $\bar{w}(x)$ – форма коливань, яка відповідає частоті ω і визначається із рівняння (5) при відсутності нелінійного члена,

$$M = \int_0^l m \bar{w}^2 dx, \quad m = \sum_{k=1}^n m_k.$$

Залежність декременту коливань від амплітуди деформації приймають у виді ряду

$$\delta = \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i \varepsilon_{xm}^i. \quad (9)$$

Враховуючи рівняння (8) і значення інтегралу

$$\int_0^{2\pi} \bar{f} \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{xm}} \right) \cos\theta \sin\theta d\theta = -1,$$

вираз для логарифмічного декременту запишеться так:

$$\delta = \frac{1}{M\omega^2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=0}^{\infty} \int_{h_{k-1}}^{h_k} E_k(z^{i+2} \delta_{ik} dz) \int_0^l \left(\frac{d^2 \bar{w}}{dx^2} \right)^{i+2} dx. \quad (10)$$

У межах циклу коливань максимальні значення потенціальної і кінетичної енергій однакові. Тоді

$$M\omega^2 a^2 = \int_0^l \int_H E z^2 \left(\frac{d^2 \bar{w}}{dx^2} \right)^2 dz dx,$$

звідки, врахувавши рівняння (5) і $W_0 = \int_0^l \left(\frac{d^2 \bar{w}}{dx^2} \right)^2 dx$, отримаємо $M\omega^2 = D_0 W_0$.

У результаті вираз для визначення декременту шаруватого стержня запишеться у вигляді:

$$\delta = \frac{1}{D_0 W_0} \sum_{k=1}^n \sum_{i=0}^{\infty} D_{ik} W_i, \quad (11)$$

де $W_i = \int_0^l \left(\frac{d^2 \bar{w}}{dx^2} \right)^{i+2} dx$, $D_{ik} = \int_{h_{k-1}}^{h_k} E_k(z^{i+2} \delta_{ik} dz$.

Для шаруватих стержнів форми коливань вибирають такі ж як і для однорідних стержнів. Декремент коливань залежить від модулів пружності і декрементів шарів, від виду напруженого стану, який також визначається видом коливань (крутильні, поздовжні та інші) або асиметрією навантаження, а також формою коливань і геометричними розмірами зразка.

Довготривалі циклічні напруги викликають зміну демпфуючих властивостей. Величиною напружень і числом циклів можна впливати на дисипативні властивості матеріалу. Підвищення температури, як правило, викликає зростання демпфуючих властивостей. Під дією температури можуть відбутись структурні перетворення і властивості можуть змінитись. Для забезпечення надійної роботи деталей і механізмів потрібно мати реальний прогноз поведінки матеріалу в умовах, які відповідають режимам їх експлуатації.

У роботах [11-13] розглядається теоретико-експериментальна методика врахування розсіяння механічної енергії у стержні, який має три шари. Два зовнішні шари зміцненні в результаті техно-

логічних операцій, середній шар має досить малу зміну механічних характеристик порівняно зі станом до обробки. Розроблена математична модель розрахунку декременту коливань стержня на основі уявлення його у вигляді тришарової структури з різними механічними характеристиками дає можливість прогнозувати режими технологічної обробки для одержання необхідних механічних характеристик матеріалу.

Розглядаючи структуру матеріалу, яка має три і більше шарів, при вивченні розсіяння механічної енергії і вкладу кожного шару в загальне рівняння затухаючих коливань нами отримане рішення прямої задачі розрахунку вільних коливань шаруватих систем з врахуванням розсіяння ними механічної енергії.

При розробці технологічних схем виготовлення деталей необхідно мати можливість розрахунку початкових показників фізико-механічних параметрів матеріалу, з якого має виготовлятися відповідна деталь, для забезпечення вихідних експлуатаційних параметрів готової деталі. Задачі такого типу відносять до обернених задач. Розв'яжемо обернену задачу на прикладі зразків взятих із валу ГТД.

Для отримання розрахунку декременту коливань шаруватого стержня при рішенні прямої задачі потрібно задати модулі пружності і декременти матеріалу шарів, конструктивні розміри і форми коливань. При рішенні оберненої задачі задамо вихідні параметри механічних характеристик, які необхідні при експлуатації. Форми коливань приймаються такі, як для однорідних стержнів. Використання теоретичної моделі дозволяє визначити оптимальні характеристики вхідних параметрів матеріалу стержня і, відповідно, вибрати необхідні режими механіко-термічних обробок.

Рішення оберненої задачі може мати такі види:

- E_1 – модуль пружності середнього шару відомий, знайти модуль пружності E_2 зміцнених шарів;
- E_2 – модуль пружності зміцнених шарів відомий, знайти модуль пружності середнього шару E_1 .

Проведемо за допомогою математичної моделі розрахунку декременту вільних затухаючих коли-

Таблиця 1.

Оціночне значення ймовірності перевищення допустимої відносної сумарної площі пор при зварюванні по поліолефінових трубках з дистильованою водою

E_2 , Па	E_1/E_2	t , с	δ	f , Гц
$4,16 \times 10^{11}$	0,50	0,133	0,001277	4041
$3,81 \times 10^{11}$	0,55	0,131	0,001378	3779
$3,41 \times 10^{11}$	0,60	0,126	0,001456	3779
$3,18 \times 10^{11}$	0,65	0,124	0,001510	3710
$2,99 \times 10^{11}$	0,70	0,123	0,001574	3631
$2,99 \times 10^{11}$	0,75	0,118	0,001682	3512



вань шаруватої системи при заданому модулі пружності матеріалу, який використовується для виготовлення виробу. Результати розрахунку для різних модулів пружності зміцнених шарів подані у таблиці 1. З таблиці видно, що збільшення модуля пружності поверхневого шару зменшує логарифмічний декремент затухаючих коливань консольного стержня. При цьому час повного загасання і частота коливань збільшуються.

Змінюючи режими ППД, можна отримувати різну величину зміцнення, яка забезпечить необхідне значення логарифмічного декременту і вид осцилограми затухаючих коливань.

Висновки

Запропоновано розрахунок розсіювання механічної енергії стержнем з однорідного матеріалу але різними механічними характеристиками, що дозволяє розглядати його як систему з трьома і більше шарами. Рішення такої прямої задачі дало змогу розв'язати обернену задачу – за заданими необхідними експлуатаційними параметрами визначити технологічні режими і початкові фізико-механічні параметри матеріалу, з якого виготовляється готова деталь.

Встановлено зменшення логарифмічного декременту затухаючих коливань і збільшення частоти і часу повного затухання коливань стержня із збільшенням модуля пружності поверхневих шарів.

Література

- [1] Богуслаев В. А. Формирование параметров качества несущих поверхностей валов ГТД алмазным выглаживанием / В.А. Богуслаев, В.Ф. Мозговой, А.Я. Качан, В.А.Титов, А.И. Попенко // Вестник двигателестроения. – 2003. - №1. – С. 84-89.
- [2] Богуслаев В. А. Технологическое обеспечение и прогнозирование несущей способности деталей ГТД / В. А. Богуслаев, В.К. Яценко, В.Ф. Притченко. – К.: Манускрипт, 1993. – 333 с.
- [3] Мозговой В. Ф. Особенности комплексной оценки деформационных параметров поверхностного слоя при изготовлении тонкостенных валов ГТД / В. Ф. Мозговой, В. А. Титов, А. Я. Качан // Технологические системы. – 2000. – №2(4). – С. 56–66.

- [4] Яценко В. К. Повышение усталостной прочности валов ГТД / В. К. Яценко, В. Ф. Притченко // Авиационная промышленность. – 1980. – № 4. – С. 23–25.
- [5] Хильчевский В. В. Рассеяние энергии при колебаниях тонкостенных элементов конструкции / В. В. Хильчевский, В.Г. Дубенец – К.: Вища школа, 1977. – 256 с.
- [6] Хильчевский В. В. Рассеяние энергии при циклическом деформировании материалов в сложном напряженном состоянии / В. В. Хильчевский, В. Г. Дубенец – К.: Вища школа, 1981. – 168 с.
- [7] Дубенец В. Г. Колебания демпфированных композитных конструкций / В. Г. Дубенец, В. В. Хильчевский. – К.: Вища школа, 1995. – Т. 1. – 226 с.
- [8] Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
- [9] Писаренко Г. С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материала / Г. С. Писаренко. – К.: Наук. думка, 1970. – 377 с.
- [10] Писаренко Г. С. Рассеяние энергии при механических колебаниях / Г. С. Писаренко. – К.: Изд-во АН УССР, 1962. – 320 с.
- [11] Мозговой О. В. Экспериментальне і теоретичне оцінювання ефективності механічної обробки поверхні алмазним вигладжуванням // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія Машинобудування. – К.: НТУУ «КПІ». – 2011. – № 62. – С. 81–84.
- [12] Мозговой О. В. Оцінювання ефективності механічної обробки поверхні алмазним вигладжуванням за параметрами вільних затухаючих коливань / О. В. Мозговой // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Зб. наук. праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2011. – №47. – С. 121–124.
- [13] Мозговой А. В. Оценка эффективности обработки поверхности стали при помощи механической спектроскопии / А. В. Мозговой // Металловедение и термическая обработка металлов. – 2012. – № 5. – С. 51–55.

Mozgovy O.V.

M. Kotsyubinsky Vinnitsa State Pedagogical University. Vinnitsa, Ukraine

ENERGY DISSIPATION DURING VIBRATION OF INHOMOGENEOUS MATERIALS WITH MECHANICAL PROPERTIES AND DIRECT AND INVERSE PROBLEMS WHEN CALCULATING VIBRATIONS LAYERED STRUCTURES

Purpose. *On the basis of theoretical and experimental methodologies for evaluating the mechanical state of the surface layer of the of heterogeneous materials properties solve direct and inverse problems of calculation of free oscillations in special samples with a layered structure.*

Design/methodology/approach. *Theoretical-experimental technique for studying oscillations layered rods depending on the elastic moduli of forms and decrement each layer. The results of solving the inverse problem of determining the input parameters and technological conditions for the given experimental characteristics of the finished product. The character of the influence of the elastic modulus of the surface layer of the scattering parameters of the mechanical energy of homogeneous material with different mechanical characteristics.*

Findings. *A calculation of the dissipation of mechanical energy with a homogeneous material but different mechanical characteristics, which can be considered as a system with three or more layers. The solution of this direct problem made it possible to solve the inverses problem – for a given operating parameters necessary to determine the technological regimes and initial physical and mechanical parameters of the material from which made the finished part.*

Originality/value. *Based on the decisions of the direct problem is solved the inverse problem of determining the input mechanical characteristics of the material for a given initial operating parameters.*

Keywords: *mechanical energy dissipation; logarithmic decrement; the inverse problem*

References

- [1] Boguslaev V. A., Mozgovoy V. F., Kachan A. Ja., Titov V. A., Popenko A. I. Vestnik dvigatelestroenija. 2003. №1. S. 84–89.
- [2] Boguslaev V. A., Jacenko V. K., Pritchenko V. F. Tehnologicheskoe obespechenie i prognozirovanie nesushhej sposobnosti detalej GTD K. : Manuskript, 1993. 333 s.
- [3] Mozgovoy V. F., Titov V. A., Kachan A. Ja. Tehnologicheskie sistemy. 2000. №2(4). S. 56–66.
- [4] Jacenko V. K., Pritchenko V. F. Aviacionnaja promyshlennost'. 1980. №4. S. 23–25.
- [5] Hil'chevskij V. V., Dubenec V. G. Rassejanie jenerгии pri kolebanijah tonkostennyh jelementov konstrukcii. K. : Vishha shkola, 1977. 256 s.
- [6] Hil'chevskij V. V., Dubenec V. G. Rassejanie jenerгии pri ciklicheskom deformirovanii materialov v sloznom naprjazhenom sostojanii. K.: Vishha shkola, 1981. 168 s.
- [7] Dubenec V. G., Hil'chevskij V. V. Kolebanija dempfirovannyh kompozitnyh konstrukcij. K. : Vishha shkola, 1995. – T. 1. 226 s.
- [8] Pavlovs'kyj M.A. Teoretychna mehanika: Pidruchnyk dlja studentiv vyshhyh navchal'nyh zakladiv . K.: Tehnika, 2002 . 512 s.
- [9] Pysarenko G.S. Kolebanyja mehanycheskyh system s uchetom nesovershennoj uprugosty materyala. K : Nauk. dumka, 1970. 377 s.
- [10] Pysarenko G.S. Rassejanye ænergyy pry mehanycheskyh kolebanyjah. K. : Yzd-vo AN USSR, 1962.320 s.
- [11] Mozgovy O.V. Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universytetu Ukrai'ny «Kyj'vs'kyj politehničnyj instytut». Serija Mashynobuduvannja. K.: NTUU «KPI». 2011. №62. S. 81–84.
- [12] Mozgovy O.V. Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universytetu «HPI». Zb. nauk. prac'. Tematychnyj vypusk: Novi rishennja v suchasnyh tehnologijah. Harkiv : NTU «HPI», 2011. №47. S. 121-124.
- [13] Mozgovoy A.V. Metallovedenie i termicheskaja obrabotka metallov. 2012. № 5. S. 51-55.