

## ВЗАЄМОДІЯ АВАРІЙНОЇ Й ПРИХОПЛЕНОЇ КОМПОНОВОК БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ПРИ ЛІКВІДАЦІЇ АВАРІЙ УДАРНИМ СПОСОБОМ

© Векерик В. І., Левчук К. Г., 2014

*Пружні деформації аварійної й прихопленої компоновок бурильної колони приводять до спрацювання ударного пристрою. Внаслідок чого виникають сили їхньої взаємодії – ударні сили. У статті аналітично змодельовано і чисельно розраховано основні фізичні характеристики удару, що спричиняють послаблення або руйнування механічних в'язей - прихоплень. Отримані аналітичні залежності дозволяють оцінити вплив основних конструктивних параметрів окремих частин і характеристик міцності бурильної колони на можливість ліквідації її аварійного стану.*

**Ключові слова:** бурильна колона, удар, аварія, прихоплення, ліквідація аварійного стану.

*Elastic deformations of emergency and tack drill string configurations lead to trigger a brunt device. As a result, the forces of their interaction, brunt forces, arise. This article analytically models and numerically calculates the basic physical characteristics of a brunt, leading to weakening or destruction of mechanical ties - brunts. Received analytical dependences allow assessing the influence of the main design parameters of individual parts and the strength characteristics of the drill string on the possibility of liquidation of emergency situation.*

**Key words:** drill string, brunt, emergency, tack, liquidation of emergency situation.

**Постановка проблеми.** Нині нагальною вважається проблема забезпечення безаварійного буріння нафтових свердловин, що пов'язано з надзвичайно високою вартістю робіт з ліквідації аварій. Серед усіх видів аварій, що виникають під час роботи бурової вежі, найпоширенішими і найскладнішими аваріями є прихоплення труб бурильної колони (БК). Незважаючи на достатньо високий рівень сучасної технології буріння нафтових і газових свердловин, потенціальна небезпека виникнення прихоплень БК залишається, що вимагає необхідності розробки додаткових досліджень з попередження прихоплень БК і досконаліших технічних засобів для ліквідації таких прихоплень.

Важливим і перспективним напрямом робіт є створення ефективних технічних прийомів для ліквідації прихоплень БК із застосуванням ударного способу.

**Аналіз останніх публікацій.** Буріння нафтових і газових свердловин супроводжується інтенсивними динамічними явищами у вигляді хвильових коливальних рухів деталей і вузлів нафтопромислових пристроїв [1–4]. І як наслідок такі коливання бурильної колони (БК) призводять до спрацьовування ударного механізму, що створює динамічні навантаження на прихопленій компоновці БК та спричиняє руйнування накладених в'язей і зміні реологічних властивостей утримувального середовища [5, 6].

У сучасній літературі відображено методи вибору способів [1–3, 5], конструкції механізмів та принцип роботи різноманітних пристроїв [8, 9] для вивільнення прихоплених труб БК. Разом з тим узагальненої математичної моделі, яка б враховувала особливості динаміки аварійної, прихопленої частин БК та ударного пристрою, немає.

Основну увагу в запропонованій статті відведено вивченню основних фізичних характеристик ударного пристрою залежно від параметрів БК та самого пристрою. Незважаючи на те, що в роботах можна ознайомитись з постановкою цієї проблеми, але аналітичного розв'язку математично змодельованих таких процесів сьогодні не знайдено.

**Мета дослідження.** Метою статті є аналітичне описання та комп'ютерне моделювання динамічної контактної взаємодії аварійної та прихопленої компоновок бурильної колони, яку застосовують для ліквідації її прихоплень ударним способом, а також визначення основних ударних характеристик.

**Перший етап удару.** Опишемо перший етап удару, який повністю характеризується натягом аварійної компоновки, що триває до моменту роз'єднання замкової пари. Розрахункову схему подано на рис. 1.

**Аварійна компоновка бурильної колони.** Аварійна компоновка БК складається з талевої системи, першої секції бурильних труб, другої секції обважених бурильних труб (ОБТ), на кінці якої знаходиться бойок ударного механізму. На рис. 1 рухомі частини талевої системи подано масою  $m_0$ , а жорсткість талевих канатів  $c_0$ . Секції труб подано тонкими стрижнями.

Відлік поточних координат першої й другої секцій  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ) пов'яземо з їх верхніми торцями і спрямуємо в бік свердловини. Рух секцій бурильних труб описуємо відомим з теорії пружності диференціальними рівняннями [3, 4]

$$\rho_i u_i''(x_i, t) + 2h_i u_i'(x_i, t) - a_i^2 u_i''(x_i, t) = g, \quad i = 1, 2; \quad (1)$$

де для  $i = 1..4$ :  $l_i$  – довжина,  $F_i$  – площа поперечного перерізу  $i$ -ї

секції труби;  $a_i = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}}$  ( $E_i$  – модуль пружності Юнга,  $\rho_i$  – густина

одиниці довжини) – швидкість поширення пружних хвиль у матеріалі бурильної труби;  $g$  – прискорення вільного падіння,  $h_i = \frac{\alpha_i}{2\rho_i F_i l_i}$  –

зведений коефіцієнт в'язкого опору ( $\alpha_i$  – коефіцієнт в'язкого тертя взаємодії промивальної рідини з  $i$ -ю секцією труби).

До динамічних рівнянь руху 1-ї й 2-ї секцій БК додамо крайові умови на стику секцій труб, у місці установки ударного механізму на проміжку часу  $t \in [0, t_y]$ , який передуватиме удару:

– на верхньому торці першої секції бурильної колони

$$E_1 F_1 u_1'(0, t) + m_0 g = c_0 u_1(0, t) + m_0 a_1^2 u_1''(0, t); \quad (2)$$

– у місці контакту першої і другої секцій бурильної труби

$$u_1(l_1, t) = u_2(0, t); \quad E_1 F_1 u_1'(l_1, t) = E_2 F_2 u_2'(0, t) + q(F_2 - F_1) g l_1, \quad (3)$$

де  $q$  – густина промивальної рідини;

– на нижньому кінці другої секції бурильної труби

$$E_2 F_2 u_2'(l_2, t) = -q F_2 g (l_1 + l_2). \quad (4)$$

Для визначення початкових умов руху спочатку запишемо умови статичної рівноваги сил, прикладених у поточних перерізах секцій бурильних труб:

для поточного перерізу  $x_1$  першої секції бурильної труби

$$-E_1 F_1 u_1'(x_1, 0) + \rho_1 F_1 g (l_1 - x_1) + \rho_2 F_2 g l_2 + q(F_2 - F_1) g l_1 - q F_2 g (l_1 + l_2) + F_p = 0, \quad (5)$$

де  $F_p$  – сила розчеплення замкової пари;

– для поточного перерізу  $x_2$  другої секції бурильної труби

$$-E_2 F_2 u_2'(x_2, 0) + \rho_2 F_2 g (l_2 - x_2) - q F_2 g (l_1 + l_2) + F_p = 0. \quad (6)$$

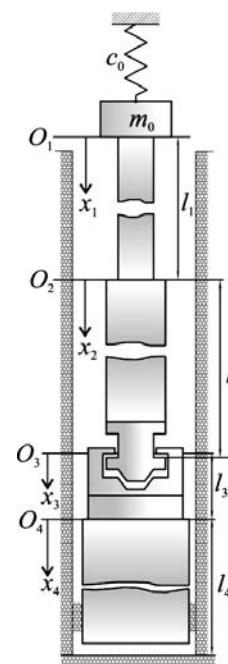


Рис. 1. Розрахункова схема

Шляхом інтегрування (5), (6) з урахуванням крайових умов (2)–(4) отримуємо початкові умови руху аварійної компоновки БК:

– у перерізі  $0 \leq x_1 \leq l_1$

$$u_1(x_1, 0) = \frac{1}{E_1 F_1} \left[ -\frac{1}{2} F_1 \rho_1 g x_1^2 + (F_1 (\rho_1 - q) g l_1 + F_2 (\rho_2 - q) g l_2 + F_p) x_1 \right] + \frac{1}{c_0} [F_1 (\rho_1 - q) g l_1 + F_2 (\rho_2 - q) g l_2 + F_p + 2m_0 g]; \quad (7)$$

– у перерізі  $0 \leq x_2 \leq l_2$

$$u_2(x_2, 0) = \frac{1}{E_2 F_2} \left[ -\frac{1}{2} F_2 \rho_2 g x_2^2 + (F_2 \rho_2 g l_2 - F_2 q g (l_1 + l_2) + F_p) x_2 \right] + \frac{l_1}{E_1 F_1} [F_1 (0,5\rho_1 - q) g l_1 + F_2 (\rho_2 - q) g l_2 + F_p] + \frac{1}{c_0} [F_1 (\rho_1 - q) g l_1 + F_2 (\rho_2 - q) g l_2 + F_p + 2m_0 g]; \quad (8)$$

– в момент розчеплення замкової пари швидкості у перерізах  $x_1$  і  $x_2$

$$\dot{u}_1(x_1, 0) = \dot{u}_2(x_2, 0) = 0. \quad (9)$$

Оскільки динамічні рівняння (1) неоднорідні, то їх розв'язок подаємо у вигляді суми стаціонарного і однорідного розв'язків

$$u_i(x_i, t) = u_{i1}(x_i) + u_{i2}(x_i, t), \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

де стаціонарні розв'язки відповідно до початкових умов (7)–(9) подамо многочленами другого порядку вертикальних переміщень перерізів першої і другої секцій БК у вигляді

$$u_{i1}(x_i) = b_{i0} + b_{i1} x_i + b_{i2} x_i^2, \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

Шляхом підстановки  $u_{i1}(x_i)$  в рівняння (1)–(4) знаходимо стаціонарні розв'язки

$$u_{11}(x_1) = -\frac{\rho_1 g}{2E_1} x_1^2 + \frac{g}{E_1 F_1} [F_1 (\rho_1 - q) l_1 + F_2 (\rho_2 - q) l_2] x_1 + \frac{g}{c_0} [F_1 (\rho_1 - q) l_1 + F_2 (\rho_2 - q) l_2 + m_0]; \quad (12)$$

$$u_{21}(x_2) = -\frac{\rho_2 g}{2E_2} x_2^2 + \frac{g}{E_2} [\rho_2 l_2 - q(l_1 + l_2)] x_2 + \frac{g}{2E_1} [F_1 (\rho_1 - 2q) l_1 + 2F_2 l_2 (\rho_2 - q)] l_1 + \frac{g}{c_0} [F_1 (\rho_1 - q) l_1 + F_2 (\rho_2 - q) l_2 + m_0]; \quad (13)$$

**Власні частоти коливань аварійної компоновки бурильної колони.** Розв'яжемо поставлену задачу математичної фізики методом Фур'є [12], тобто запишемо загальний розв'язок однорідних рівнянь, що відповідають неоднорідним (1), у вигляді

$$u_{i2}(x_i, t) = X_i(x_i) \cdot T_i(t), \quad i = 1, 2. \quad (14)$$

Після підстановки (14) в однорідні початкові умови руху, що відповідають неоднорідним (7)–(9), отримуємо рівняння для визначення власних частот коливань аварійної компоновки БК

$$\frac{F_2 \sqrt{\rho_2 E_2}}{F_1 \sqrt{\rho_1 E_1}} \left[ (c_0 - m_0 p_1^2) \operatorname{tg} \frac{p_1}{a_1} l_1 + 1 \right] \operatorname{tg} \frac{p_1}{a_2} l_2 = c_0 - m_0 p_1^2 - F_1 \sqrt{\rho_1 E_1} p_1 \operatorname{tg} \frac{p_1}{a_1} l_1. \quad (15)$$

Оскільки частотне рівняння (15) у загальному випадку – трансцендентне, то воно не має розв'язків в елементарних функціях, тому частотні спектри  $p_{1k}$  ( $k = \overline{1, \infty}$ ) коливань перерізів аварійної компоновки БК можна вирахувати чисельно за допомогою математичного комп'ютерного пакета. Спектр частот, отриманий для параметрів:  $m_0 = 9855$  кг,  $c_0 = 53 \cdot 10^6$  Н/м,

$F_1 = 4,084 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ,  $F_2 = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ ,  $\rho_1 = 9011 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_2 = 7845 \text{ кг/м}^3$ ,  $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ,  $l_1 = 1400 \text{ м}$ ,  $l_2 = 130 \text{ м}$ , зведено до табл. 1.

Таблиця 1

**Власні частоти коливань аварійної компоновки бурильної колони**

Частота, Гц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_{1k}$	3,65	12,35	22,29	32,57	42,90	53,07	62,71	71,13	79,09	88,24

**Нестационарні розв’язки в перерізах аварійної компоновки бурильної колони.** Отриманому спектру частот (табл. 1) відповідають такі загальні розв’язки однорідних рівнянь, які відповідають динамічним рівнянням (1) з однорідними граничними умовами:

$$u_{12}(x_1, t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{11k} H_{1k} e^{-h_1 t} \left( \frac{c_0 - m_0 p_{1k}^2}{F_1 \sqrt{\rho_1 E_1} p_{1k}} \sin \frac{p_{1k}}{a_1} x_1 + \cos \frac{p_{1k}}{a_1} x_1 \right); \quad (16)$$

$$u_{22}(x_2, t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{11k} H_{2k} e^{-h_2 t} \left( \text{ctg} \frac{p_{1k}}{a_2} l_2 \cos \frac{p_{1k}}{a_2} x_2 + \frac{a_2}{F_2 E_2 p_{1k}} \times \right. \\ \left. \times \left[ (c_0 - m_0 p_{1k}^2) \cos \frac{p_{1k}}{a_1} l_1 - F_1 \rho_1 a_1 p_{1k} \sin \frac{p_{1k}}{a_1} l_1 \right] \sin \frac{p_{1k}}{a_2} x_2 \right); \quad (17)$$

де  $H_{ik} = \begin{cases} e^{v_{ik} t} + \frac{v_{ik} - h_i}{v_{ik} + h_i} e^{-v_{ik} t}, & h_i > p_{1k}; \\ 1 + h_i t, & h_i = p_{1k}; \\ \sin v_{ik}^* t + \frac{v_{ik}}{h_i} \cos v_{ik}^* t, & h_i < p_{1k}, \end{cases}$   $v_{ik} = \sqrt{h_i^2 - p_{1k}^2}$ ,  $v_{ik}^* = \sqrt{p_{1k}^2 - h_i^2}$ ,  $i = 1, 2$ .

Амплітуди коливань  $B_{11k}$  у перерізах БК знаходимо з умов ортогональності Максвелла-Бетті.

Для вибраних параметрів динаміку аварійної компоновки БК:  $\alpha_1 = 48,4 \text{ кг/с}$ ,  $\alpha_2 = 380,4 \text{ кг/с}$ ,  $q = 1200 \text{ кг/м}^3$ ,  $F_p = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}$ , розраховану за допомогою пакета символьної математики, показано на рис. 2, 3.

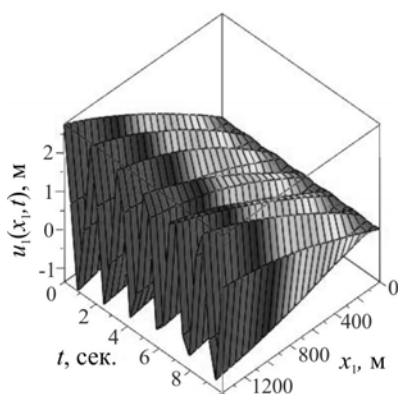


Рис. 2. Переміщення перерізів першої секції БК

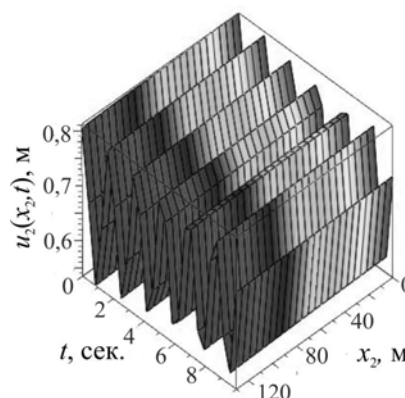


Рис. 3. Переміщення перерізів другої секції БК

**Прихоплена компоновка бурильної колони.** Прихоплена компоновка БК складається з ударного механізму (ковадло) – третя секція та четвертої секції бурильних труб, верхня частина якої розтягнена, середня – прихоплена і нижня – стиснута (рис. 1).

Рух ударного механізму ( $i = 3$ ) і прихопленої секції ( $i = 4$ ) труб  $u_i(x_i, t)$  описуємо відомими з теорії пружності диференціальними рівняннями [3, 4]

$$m_3(x_3, t) + 2h_3 m_3(x_3, t) - a_3^2 u_3''(x_3, t) = g; \quad (18)$$

$$m_4(x_4, t) + 2h_4 m_4(x_4, t) - a_4^2 u_4''(x_4, t) = g - f_0 \text{sign}[m_4(x_4, t)], \quad (19)$$

де  $f_0$  – коефіцієнт сухого тертя.

Аналогічно (7)–(9) до динамічних рівнянь руху (18), (19) додамо крайові і початкові умови на стику секцій труб, у місці установки ударного механізму на проміжку часу  $t \in [0, t_y]$ , який передуватиме удару:

– на верхньому торці третьої секції прихопленої компоновки бурильної труби

$$E_3 F_3 u_3'(0, t) = -q F_3 g (l_1 + l_2); \quad (20)$$

– у місці контакту третьої вільної і четвертої прихопленої компоновок бурильної труби

$$u_3(l_3, t) = u_4(0, t); \quad E_3 F_3 u_3'(l_3, t) = E_4 F_4 u_4'(0, t) + q(F_4 - F_3)g(l_1 + l_2 + l_3); \quad (21)$$

– на кінцях прихопленої частини четвертої секції бурильної труби

$$u_4(l_0^*, t) = u_4(l_0, t) = 0; \quad u_4'(l_0^*, t) = u_4'(l_0, t) = 0 \quad (22)$$

– на кінці четвертої секції бурильної труби

$$E_4 F_4 u_4'(l_4, t) = -q F_4 g (l_1 + l_2 + l_3 + l_4). \quad (23)$$

Для визначення початкових умов руху спочатку запишемо умови статичної рівноваги сил, прикладених у поточних перерізах секцій бурильних труб:

– для голови прихопленої компоновки БК

$$E_3 F_3 u_3'(x_3, 0) + \rho_3 F_3 g x_3 + q F_3 g (l_1 + l_2) - F_p = 0; \quad (24)$$

– для частин четвертої прихопленої секції бурильної труби:

розтягнутої:  $F_p > \rho_3 F_3 g l_3 + q F_3 g (l_1 + l_2)$ ,  $0 \leq x_4 < l_0^*$

$$E_4 F_4 u_4'(x_4, 0) + \rho_3 F_3 g l_3 + \rho_4 F_4 g x_4 + q F_4 g (l_1 + l_2) + q(F_4 - F_3)g l_3 + F_0 x_4 - F_p = 0, \quad (25)$$

де  $F_0$  – розподілена по довжині секції труб прихоплювальна сила;

недеформованої:  $l_0^* \leq x_4 \leq l_0$

$$u_4(x_4, 0) = 0; \quad u_4'(x_4, 0) = 0 \quad (26)$$

стиснутої:  $l_0 < x_4 \leq l_4$

$$-E_4 F_4 u_4'(x_4, 0) + \rho_4 F_4 g (l_4 - x_4) - q F_4 g (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) + F_0 (l_4 - x_4) = 0, \quad (27)$$

У момент розчеплення замкової пари швидкості у перерізах  $x_3$  і  $x_4$

$$m_3(x_3, 0) = m_4(x_4, 0) = 0. \quad (28)$$

Шляхом інтегрування (24)–(27) з урахуванням крайових умов (20)–(23) отримуємо початкові умови руху прихопленої компоновки БК:

– у перерізі  $0 \leq x_3 \leq l_3$

$$u_3(x_3, 0) = -\frac{1}{E_3 F_3} \left[ \frac{1}{2} F_3 \rho_3 g x_3^2 + (F_3 q g (l_1 + l_2) - F_p) x_3 \right] - \frac{l_3}{E_3 F_3} \left[ F_p - F_3 g \left( \frac{1}{2} \rho_3 l_3 + q (l_1 + l_2) \right) \right] - \frac{[g(F_3 \rho_3 l_3 + F_4 q (l_1 + l_2 + l_3) - F_3 q l_3) - F_p]^2}{2 E_4 F_4 (F_0 + g \rho_4 F_4)}; \quad (29)$$

– у перерізі  $0 \leq x_4 < l_0^*$

$$u_4(x_4, 0) = -\frac{1}{E_4 F_4} \left[ \frac{1}{2} (F_0 + \rho_4 F_4 g) x_4^2 - (F_p - F_3 \rho_3 g l_3 - F_4 q g (l_1 + l_2) - (F_4 - F_3) q g l_3) x_4 \right] - \frac{[g(F_3 \rho_3 l_3 + q F_4 (l_1 + l_2) + q(F_4 - F_3) l_3) - F_p]^2}{2 E_4 F_4 (F_0 + g \rho_4 F_4)}; \quad (30)$$

у перерізі  $l_0 < x_4 \leq l_4$

$$u_4(x_4, 0) = -\frac{1}{E_4 F_4} \left( \frac{1}{2} (F_0 + F_4 \rho_4 g) (x_4 - 2l_4) + F_4 q g (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) \right) x_4 - \frac{1}{2E_4 F_4} \left( l_4 - \frac{F_4 q g}{F_0 + F_4 \rho_4 g} (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) \right)^2. \quad (31)$$

де  $l_0^* = \frac{F_p + F_3(q - \rho_3)gl_3 - F_4 q g(l_1 + l_2 + l_3)}{F_0 + g\rho_4 F_4}$ ;  $l_0 = l_4 - \frac{F_4 q g(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)}{F_0 + g\rho_4 F_4}$ ;  $l = l_0 - l_0^* = l_4 - \frac{F_p + F_3(q - \rho_3)gl_3 + F_4 q g l_4}{F_0 + g\rho_4 F_4}$  – довжина прихопленої ділянки.

Оскільки динамічні рівняння (18), (19) неоднорідні, то їх розв’язок подаємо у вигляді суми стаціонарного і однорідного розв’язків

$$u_i(x_i, t) = u_{i1}(x_i) + u_{i2}(x_i, t), \quad i = 3, 4, \quad (32)$$

де стаціонарні розв’язки відповідно до початкових умов (29)–(31) подамо многочленами другого порядку вертикальних переміщень перерізів третьої і четвертої секцій БК у вигляді

$$u_{i1}(x_i) = b_{i0} + b_{i1}x_i + b_{i2}x_i^2, \quad i = 3, 4. \quad (33)$$

За допомогою підстановки  $u_{i1}(x_i)$  в рівняння (18)–(27) знаходимо стаціонарні розв’язки

$$u_{31}(x_3) = -\frac{\rho_3 g}{2E_3} x_3^2 - \frac{qg(l_1 + l_2)}{E_3} x_3 + \frac{gl_3}{E_3} \left[ q(l_1 + l_2) + \frac{1}{2} \rho_3 l_3 \right] - \frac{g^2}{2E_4 F_4^2 \rho_4 g_1} \left[ F_3(\rho_3 - q)l_3 + qF_4(l_1 + l_2 + l_3) \right]^2; \quad (34)$$

– у перерізі  $0 \leq x_4 < l_0^*$

$$u_{41}(x_4) = -\frac{\rho_4 g_1}{2E_4} x_4^2 - \frac{g}{E_4 F_4} \left[ F_3(\rho_3 - q)l_3 + qF_4(l_1 + l_2 + l_3) \right] x_4 - \frac{g^2}{2E_4 F_4^2 \rho_4 g_1} \left[ F_3(\rho_3 - q)l_3 + qF_4(l_1 + l_2 + l_3) \right]^2; \quad (35)$$

– у перерізі  $l_0^* \leq x_4 \leq l_0$

$$u_{41}(x_4) = 0; \quad (36)$$

– у перерізі  $l_0 < x_4 \leq l_4$

$$u_{41}(x_4) = -\frac{\rho_4 g_1}{2E_4} x_4^2 + \frac{1}{E_4} \left[ \rho_4 l_4 g_1 - qg(l_1 + l_2 + l_3 + l_4) \right] x_4 - \frac{1}{2E_4 \rho_4 g_1} \left[ \rho_4 l_4 g_1 - qg(l_1 + l_2 + l_3 + l_4) \right]^2, \quad (37)$$

де  $g_1 = g - f_0 \text{sign}[\ddot{x}_4(x_4, t)]$ .

**Власні частоти коливань прихопленої компоновки бурильної колони.** Розв’яжемо поставлену задачу математичної фізики методом Фур’є [12], тобто запишемо загальний розв’язок однорідних рівнянь, що відповідають неоднорідним (18), (19) у вигляді

$$u_i(x_i, t) = X_i(x_i) \cdot T_i(t), \quad i = 3, 4. \quad (38)$$

Після підстановки (38) в однорідні початкові умови руху, що відповідають неоднорідним (29)–(31), отримуємо рівняння для визначення власних частот коливань аварійної компоновки БК

$$\frac{F_3 \sqrt{\rho_3 E_3}}{F_4 \sqrt{\rho_4 E_4}} \operatorname{tg} \frac{p_2}{a_3} l_3 = -\operatorname{tg} \frac{p_2}{a_4} l_4. \quad (39)$$

Оскільки частотне рівняння (39) у загальному випадку – трансцендентне, то воно не має розв’язків в елементарних функціях, тому частотні спектри  $p_{2k}$  ( $k = \overline{1, \infty}$ ) коливань перерізів аварійної компоновки БК можна вирахувати чисельно за допомогою математичного комп’ютерного пакета. Спектр частот, отриманий для параметрів:  $F_3 = F_4 = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ ,  $\rho_3 = \rho_4 = 7845 \text{ кг/м}^3$ ,  $E_3 = E_4 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ,  $l_3 = 1 \text{ м}$ ,  $l_4 = 20 \text{ м}$ , зведено до табл. 2.

Таблиця 2

**Власні частоти коливань прихопленої компоновки бурильної колони**

Частота, Гц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_{2k}$	774	1548	2322	3096	3870	4644	5418	6192	6966	7740

**Нестационарні розв’язки в перерізах прихопленої компоновки бурильної колони.** Отриманому спектру частот (табл. 2) відповідають такі загальні розв’язки однорідних рівнянь, які відповідають динамічним рівнянням (18), (19) з однорідними граничними умовами

$$u_{32}(x_3, t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{12k} H_{3k} e^{-h_3 t} \cos \frac{p_{2k}}{a_3} x_3, \quad (40)$$

$$u_{42}(x_4, t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{12k} H_{4k} e^{-h_4 t} \left( \cos \frac{p_{2k}}{a_3} l_3 \cos \frac{p_{2k}}{a_4} x_4 - \frac{F_3}{F_4} \sqrt{\frac{\rho_3 E_3}{\rho_4 E_4}} \sin \frac{p_{2k}}{a_3} l_3 \sin \frac{p_{2k}}{a_4} x_4 \right) \quad (41)$$

де  $H_{ik} = \begin{cases} e^{\nu_{ik} t} + \frac{\nu_{ik} - h_i}{\nu_{ik} + h_i} e^{-\nu_{ik} t}, & h_i > p_{2k}; \\ 1 + h_i t, & h_i = p_{2k}; \\ \sin \nu_{ik}^* t + \frac{\nu_{ik}}{h_i} \cos \nu_{ik}^* t, & h_i < p_{2k}, \end{cases} \quad \nu_{ik} = \sqrt{h_i^2 - p_{2k}^2}, \nu_{ik}^* = \sqrt{p_{2k}^2 - h_i^2}, i = 3, 4.$

Амплітуди коливань  $B_{12k}$  у перерізах БК знаходимо з умов ортогональності Максвелла-Бетті.

У рівностях (34)–(37) і у виразах для амплітуд коливань  $B_{12k}$  функція  $\operatorname{sign}[\mathcal{M}_4(x_4, t)] = 1$  на інтервалах, на яких  $\begin{cases} X_4(x_4) > 0 \\ T_4(t) > 0 \end{cases}$  або  $\begin{cases} X_4(x_4) < 0 \\ T_4(t) < 0 \end{cases}$ ,  $\operatorname{sign}[\mathcal{M}_4(x_4, t)] = -1$  на інтервалах, на яких

$\begin{cases} X_4(x_4) > 0 \\ T_4(t) < 0 \end{cases}$  або  $\begin{cases} X_4(x_4) < 0 \\ T_4(t) > 0 \end{cases}$  і  $\operatorname{sign}[\mathcal{M}_4(x_4, t)] = 0$ , якщо  $\begin{cases} X_4(x_4) = 0 \\ T_4(t) = 0. \end{cases}$  Інтервали зміни функцій

$X_4(x_4)$  і  $T_4(t)$  проілюстровано на рис. 4, 5.

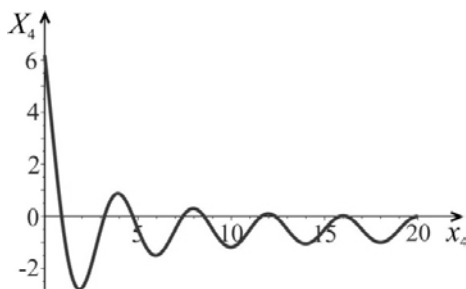


Рис. 4. Розрахункова схема



Рис. 5. Розрахункова схема

Для вибраних параметрів динаміку прихопленої компоновки БК:  $f_0 = 0,3$ ,  $F_0 = 6 \cdot 10^5$  Н,  $\alpha_3 = \alpha_4 = 380,4$  кг/с, розраховану за допомогою пакета символьної математики, показано на рис. 6, 7. Довжина прихопленої ділянки четвертої секції бурильної колони становить  $l = 5,61$  м.

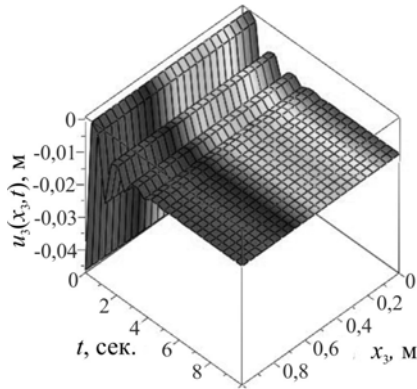


Рис. 6. Переміщення ударного механізму

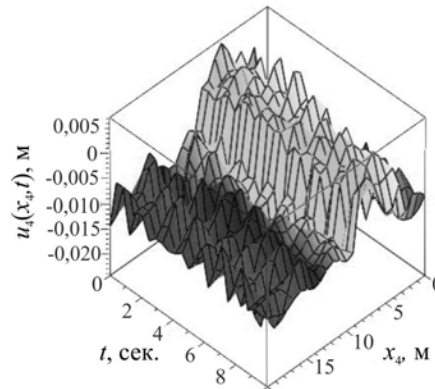


Рис. 7. Переміщення перерізів четвертої секції БК

**Другий етап удару.** На цьому етапі спостерігається розгін обох компоновок БК до моменту спрацювання ударного пристрою. Теорію удару пружних тіл, що враховує місцеві й загальні деформації, запропонував Дж. Е. Сірс [4], а теорію згинального удару – С. П. Тимошенко [5]. Зазначимо, що в основі теорії С. П. Тимошенка лежить визначення контактної (ударної) сили з диференціального рівняння.

Якщо відносне переміщення нижнього кінця аварійної і верхнього кінця прихопленої компоновок БК перевищує переміщення, спричинене відносною швидкістю

$$u_2(l_2, t) + u_3(0, t) > [v_3(0, t) - v_2(l_2, t)]t, \quad (42)$$

то удару не відбудеться. У зворотному випадку відбудеться взаємодія обох компоновок БК, момент зустрічі яких (бойка і ковадла)  $t_y$  визначаємо з виразу

$$u_2(l_2, t_y) - u_2(l_2, 0) = s + [u_3(0, t_y) - u_3(0, 0)], \quad (43)$$

де  $s$  – вільний хід ударного механізму.

Для вільного ходу ударного механізму  $s = 0,25$  м удар відбудеться через  $t_y = 0,587$  сек.

**Третій етап удару.** З моменту зустрічі аварійної й прихопленої компоновок, або бойка з ковадлом вони здійснюватимуть сумісний рух. На цьому етапі кінетична енергія ударних мас зменшується до нуля, а сила контакту (ударна сила) миттєво збільшується

$$(m_1 + m_2) \ddot{w}(l_2, t + t_y) = -F_{y\delta}(w), \quad (m_3 + m_4) \ddot{w}(0, t + t_y) = F_{y\delta}(w), \quad (44)$$

де  $F_{y\delta}$  – контактна сила,  $w$  – зближення компоновок за рахунок контактних деформацій.

Згідно з теорією контактної деформації Г. Герца, якщо відстань між тілами може бути апроксимована рівнянням другого порядку, сила удару визначається формулою

$$F_{y\delta} = k\sqrt{w^3}, \quad (45)$$

де  $k$  – коефіцієнт, що залежить від кривизни поверхонь тіл у точці контакту і від властивостей матеріалу. Цей коефіцієнт описується формулою

$$k = \frac{4}{3\sqrt{R_1 + R_2}} \frac{E_1 E_2 \sqrt{R_1 R_2}}{E_2(1 - \mu_1^2) + E_1(1 - \mu_2^2)}, \quad (46)$$

де  $R_1, R_2$  – радіуси кривизни,  $\mu_1, \mu_2$  – коефіцієнти Пуассона.



Очевидно, зближення тіл

$$w = u_2(l_2, t + t_y) - u_3(0, t + t_y) - u_2(l_2, t_y) + u_3(0, t_y),$$

звідки

$$w = u_2(l_2, t + t_y) - u_3(0, t + t_y). \quad (47)$$

Вилучивши з рівнянь (44)  $u_2(l_2, t + t_y)$  і  $u_3(0, t + t_y)$ , за допомогою співвідношення (47) отримуємо рівняння

$$M\ddot{w} = -k\sqrt{w^3}, \quad (48)$$

$$\text{де } M = \frac{(m_1 + m_2)(m_3 + m_4)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}.$$

У результаті чисельного розв'язку нелінійного диференціального рівняння (48) ми отримуємо закон зміни контактної деформації за початкових умов  $w(0) = 0$ ,  $\dot{w}(0) = u_2(l_2, t_y) - u_3(0, t_y)$ , який дозволяє визначити тривалість удару, закон зміни ударної сили та її максимальне значення (рис. 8). Для заданих параметрів:  $R_1 = R_2 = 0,4$  м,  $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$  тривалість удару  $\tau = 2,4$  мс., а максимальне значення ударної сили досягає  $F_{y0}^{\max} = 94$  МН.

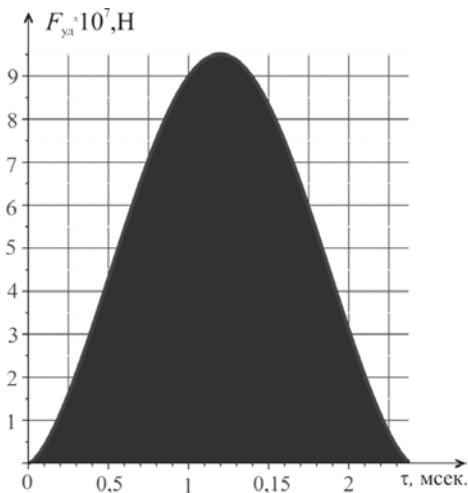


Рис. 8. Сила взаємодії аварійної і прихопленої компоновок

**Висновки.** Побудована динамічна математична модель ударного механізму бурової установки, що враховує її збурювальний рух і дозволяє:

- 1) визначити основні характеристики удару для БК, що має практичне застосування;
- 2) детально аналізувати, обґрунтовувати і підбирати раціональні параметри для ліквідації прихоплень колони бурильних труб в свердловині.

Розроблена комп'ютерна програма для отримання основних фізичних характеристик ударного механізму.

1. Калинин С. Г. Динамика несущих конструкций буровых установок: монография /С. Г. Калинин, Е. В. Харченко. – Львов: Вища школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1988. – 144 с.
2. Султанов Б. З. Управление устойчивостью и динамикой бурильной колонны /Б. З. Султанов. – М.: Недра, 1991. – 208 с.
3. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний: учебник для студ. высш. учебн. завед. /В. Л. Бидерман. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
4. Пановко Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, парадоксы и ошибки /Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М.: Комкнига, 2007. – 352 с.
5. Дудля Н. А. Аварии при бурении скважин: Учебник /Н. А. Дудля, Тайнин Янь, А. Я. Третьяк. – Днепропетровск: Нац. горный ун-т, 2005. – 287 с.
6. Мислюк М. А. Буріння свердловин: довідник у 5-ти т. Т. 5: Ускладнення. Аварії. Екологія /М. А. Мислюк, І. Й. Рибчич, Р. С. Яремійчук – К.: Інтерпрес ЛТД, 2004. – 373 с.
7. Кильчевский Н. А. Динамическое контактное сжатие твёрдых тел. Удар /Н. А. Кильчевский. – К.: Наукова думка, 1976. – 318 с.
8. Огородніков П. І. Теоретичні передумови вивчення коливальних процесів під час ліквідації прихоплень у бурильній колоні /П. І. Огородніков, В. М. Світлицький, Б. М. Малярчук, М. П. Мельник // Нафтова і газова промисловість. – 2005. – №4. – С. 9-11.
9. Харченко С. В. Дослідження динаміки вивільнення прихопленої колони труб /С. В. Харченко, А. В. Гутий // Технічні вісті. – 2007. - №1(25), 2(26). – С. 28–32.