

М.В. Тиханський, А.І. Партика  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра напівпровідникової електроніки

## ЗАЛЕЖНІСТЬ РЕЖИМУ РОБОТИ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИХ КРІОТРОНІВ ВІД СИЛИ СТРУМУ ЗМІЩЕННЯ

© Тиханський М.В., Партика А.І., 2009

M.V. Tyhanskyi, A.I. Partyka

## BIAS CURRENT DEPENDENCE OF THE OPERATIONAL REGIME OF JOSEPHSON CRYOTRONS

© Tyhanskyi M.V., Partyka A.I., 2009

Методами математичного моделювання досліджено вплив струму зміщення на перехідні процеси в джозефсонівських елементах пам'яті (кріотронах) на основі окремих джозефсонівських тунельних переходів (ДТП). Керування логічним станом кріотронів здійснювалось за допомогою імпульсів струму. За результатами моделювання отримано перехідні характеристики кріотронів – часові залежності напруги під час зміни їх логічного стану і визначено час комутації. Розрахунки проводились для різних значень сили струму зміщення кріотрона, на отриманих залежностях часу комутації кріотронів від величини ємності та нормальної провідності ДТП виявлено інтервали стабільності роботи кріотронів та встановлено їх межі.

In the present work, we studied a mathematical model of transitional processes in Josephson memory cells (cryotrons) based on individual Josephson tunneling junctions (JTJ). The logical state of the cryotrons was controlled by means of current impulses. From the results of the modeling we determined transitional characteristic of the cryotrons, i. e., time dependences of the voltage across a cryotron during the change of its logical state, and the commutation time. For different values of the bias current of the cryotrons, we derived the dependence of the commutation time on the capacitance and normal conductance of the JTJ and determined stable operational regimes of the cryotrons.

### Вступ

На основі наноструктур S-I-S-типу (надпровідник-ізолятор-надпровідник), де можна створити умови для надпровідного тунелювання куперівських пар і спостерігати стаціонарний і нестаціонарний ефекти Джозефсона, створено такі логічні пристрої, як запам'ятовувальні елементи та зсувні регістри [1–3]. Джозефсонівські логічні пристрої проявляють високу швидкість з часом комутації  $10^{-10}$  –  $10^{-11}$  с, споживають малу потужність під час логічних переходів і мають невеликі розміри (мікрони і десятки мікрон). Під час розроблення і створення джозефсонівських логічних елементів потрібно вирішити проблеми технічного і фізичного характеру, пов'язані з вибором надпровідних матеріалів, технологічною відтворюваністю характеристик приладів і створенням малогабаритних охолоджувальних систем та розумінням фізики перехідних процесів, що існують в таких структурах [4–7].

У наших попередніх роботах [8, 10] було створено математичну модель перехідних процесів у джозефсонівських елементах пам'яті (кріотронах) на основі окремих тунельних переходів S-I-S-типу. Отримані методами математичного моделювання перехідні характеристики кріотронів, які можуть бути створені на основі високотемпературних надпровідників, під час їх логічних переходів (прямих переходів «0» → «1» та зворотних переходів «1» → «0»), робоча температура яких близька

до температури кипіння азоту, дали змогу дійти висновку, що швидкодія таких кріотронів може бути достатньою для їх використання у нових інформаційних технологіях.

Нам не відомі результати досліджень щодо впливу величини сили критичного струму кріотронів та пов'язаного з ними струму зміщення на перехідні процеси в кріотронах, їх перехідні характеристики та швидкодію.

**Мета роботи** – вияснити чи вибір сили струму зміщення впливає на швидкодію кріотронів, і якщо впливає, то встановити залежність часу комутації для прямих та зворотних логічних переходів в кріотронах. Для цього розраховані перехідні характеристики кріотронів для різних значень сили струму зміщення і визначені величини часів комутації. Вплив сили струму зміщення на стабільність роботи кріотронів досліджено за допомогою отриманих залежностей часу комутації від величини ємності та величини нормальної провідності кріотронів.

### Математична модель перехідних процесів

Основою математичної моделі перехідних процесів у джозефсонівських кріотронах є диференціальне рівняння [2]

$$I_p = I_c \sin j + \frac{Ch}{2e} \frac{d^2 j}{dt^2} + \frac{G(V)h}{2e} \frac{dj}{dt}, \quad (1)$$

де  $I_p$  – робочий струм, який протікає через кріотрон (в подальшому цей струм називатимемо струмом зміщення);  $I_c$  – критичний струм кріотрона;  $C$  – ємність тунельного переходу;  $G(V)$  – провідність тунельного переходу за одноелектронного тунелювання (загалом провідність  $G$  залежить від напруги на кріотроні  $V$ );  $h$  – стала Планка;  $e$  – заряд електрона;  $j(t)$  – невідома функція, яка описує часову залежність різниці фаз хвильових функцій надпровідників з обох боків від тунельного бар'єра (стрибок фази).

Знайшовши  $j(t)$  і використавши відоме співвідношення для нестационарного ефекту Джозефсона

$$V(t) = \frac{h}{2e} \frac{dj}{dt} = \frac{h}{2e} j', \quad (2)$$

можна визначити перехідну характеристику кріотрона  $V(t)$  – часову залежність напруги  $V(t)$  під час зміни логічного стану кріотрона, яка містить інформацію про перебіг перехідних процесів, що уможливило визначити час комутації – характерний час перехідного процесу.

У математичній моделі залежність  $G(V)$  визначалась із ВАХ кріотронів, які були розраховані у [11] для температури  $T = 11,6$  К і апроксимовані простою математичною функцією

$$I(V) = G \cdot \left[ 0,942 \cdot V - \frac{0,940V}{1 + (0,054V)^{15,5}} \right], \quad (3)$$

де  $G$  – нормальна провідність тунельного переходу для напруги, коли перехід стає омичним.

Робочою температурою кріотронів вважалась температура кипіння гелію 4,2 К. В моделі використана ВАХ для температури, яка є на декілька градусів вища за робочу, для того, щоб врахувати локальний розігрів кріотронів. З іншого боку, як відомо, ВАХ S-I-S слабо залежить від температури в області температур, які є набагато меншими за критичну. Керування логічним станом кріотронів здійснювалось за допомогою зовнішніх імпульсів струму, форму яких задавала математична функція:

$$I_i(t) = I_0 \exp\left(-\frac{(t-t_n)^4}{t_{0n}^4}\right),$$

де  $I_0$  – амплітуда імпульсу струму;  $t_{0n}$  – параметр, який задає середню тривалість  $n$ -го керуючого імпульсу струму  $Dt_n$  ( $Dt_n = 2t_{0n}$ );  $t_n$  – момент подачі  $n$ -го керуючого імпульсу струму.

Для отримання перехідної характеристики кріотрона  $V(t)$  – залежності напруги на кріотроні  $V$  від часу  $t$  – розв'язувалось складене нами диференціальне рівняння:

$$I_p + I_0 \exp\left(-\frac{(t-t_1)^4}{t_{01}^4}\right) - I_0 \exp\left(-\frac{(t-t_2)^4}{t_{02}^4}\right) = \frac{Ch}{2e} j'' +$$

$$+ \left[ G \cdot \left[ 0,942 \cdot V - \frac{0,940V}{1 + (0,054V)^{15,5}} \right] \frac{h}{2e} j' + [I_c] \sin j \right], \quad (4)$$

де  $t_1$  і  $t_2$  – відповідно момент подачі першого і другого імпульсів;  $t_{01}$  і  $t_{02}$  – відповідно половина тривалості першого та другого імпульсів струму. Перший керуючий імпульс струму (позитивний імпульс), поданий в момент часу  $t=t_1$ , повинен привести до прямого логічного переходу «0» → «1», а другий (негативний імпульс), поданий в момент часу  $t=t_2$ , повинен повернути кріотрон у початковий логічний стан «0», тобто ініціювати логічний перехід «1» → «0».

На рис. 1 зображено перехідну характеристику кріотрона  $V(t)$  під час логічних переходів «0» → «1» та «1» → «0», розраховану як розв’язок рівняння (4) з використання таких параметрів моделі:  $I_C = 0,0155$  мА,  $I_p = 0,008$  мА,  $C = 0,82 \times 10^{-3}$  пФ,  $G = 0,58 \times 10^{-3}$  Ом<sup>-1</sup>,  $I_0 = 0,008$  мА,  $t_1 = 10$  пс і  $t_2 = 30$  пс. В момент часу  $t_1 = 10$  пс на кріотрон подано керуючий імпульс, який призвів до збільшення сили струму в кріотроні на величину  $I_0$ , внаслідок чого почався перехідний процес – логічний перехід «0» → «1». Після закінчення логічного переходу на кріотроні встановилась напруга  $V_0$ . Величина цієї напруги визначається ВАХ джозефсонівського тунельного переходу і приблизно дорівнює  $\frac{D}{e}$ , де  $D$  – енергетична щілина надпровідників, з яких виготовлено S-I-S тунельний перехід. Якщо джозефсонівські тунельні переходи створювати на основі високотемпературних надпровідників, то величина напруги  $V_0$  становитиме  $\approx 10$  мВ. Час комутації кріотрона  $Dt_1$  у разі логічного переходу «0» → «1» ми визначали як проміжок часу, за який напруга  $V(t)$  зміниться від  $0,1V_0$  до  $0,9V_0$ .

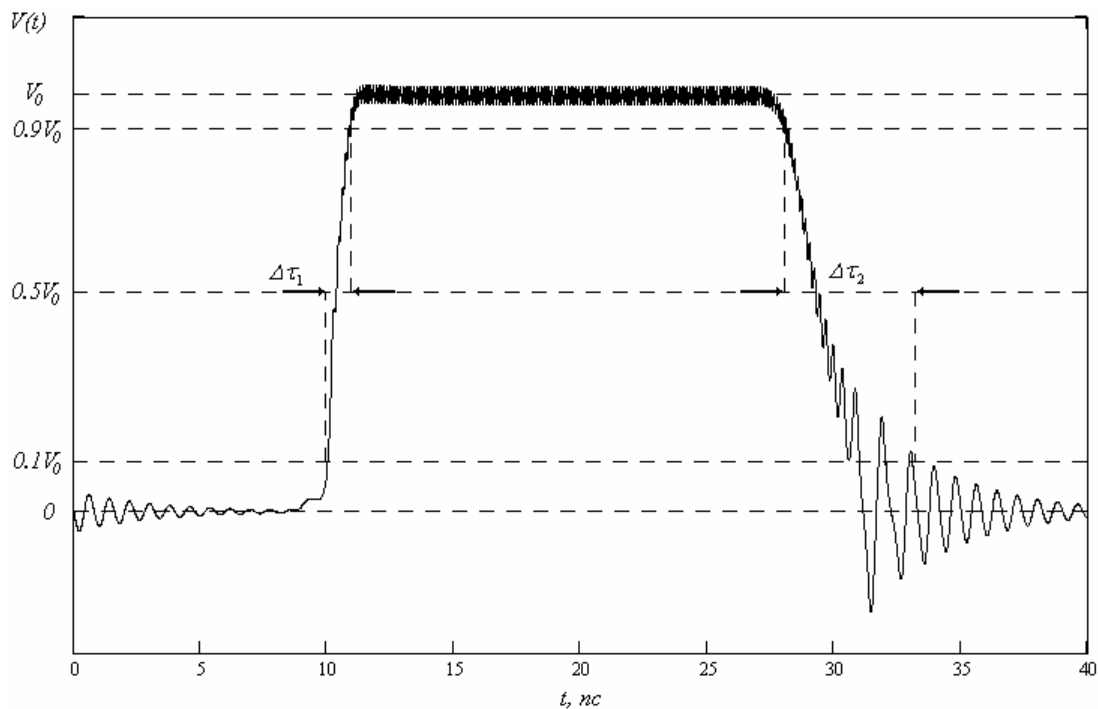
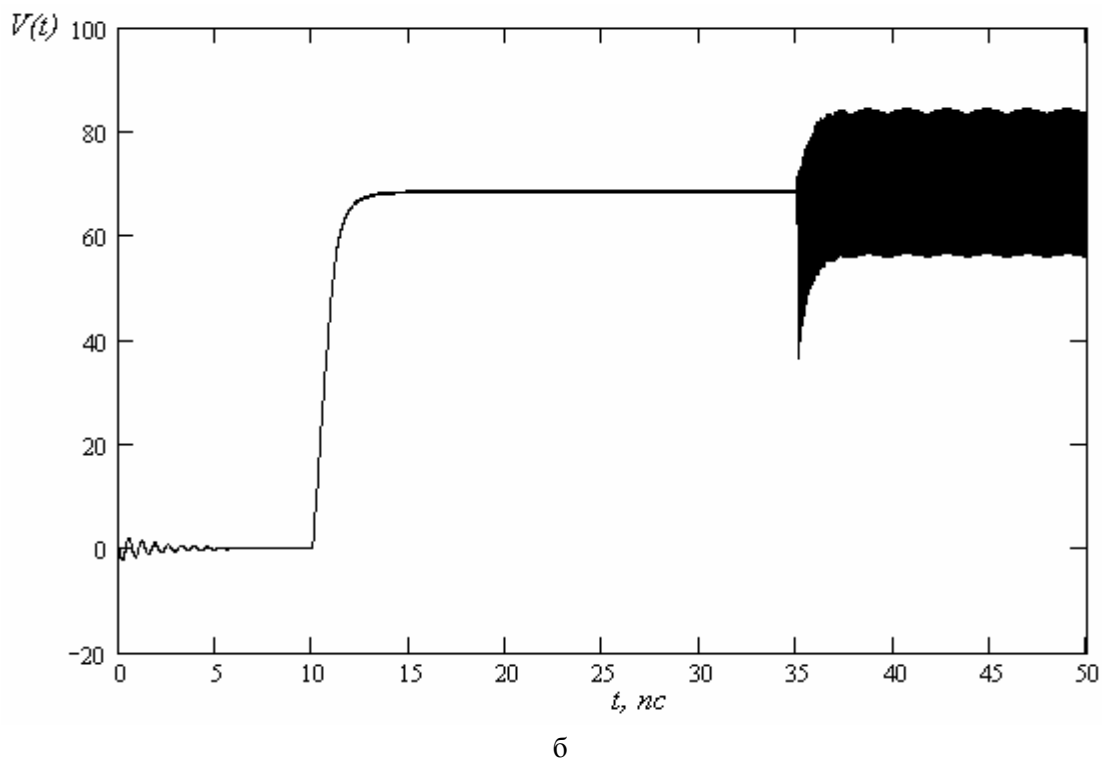
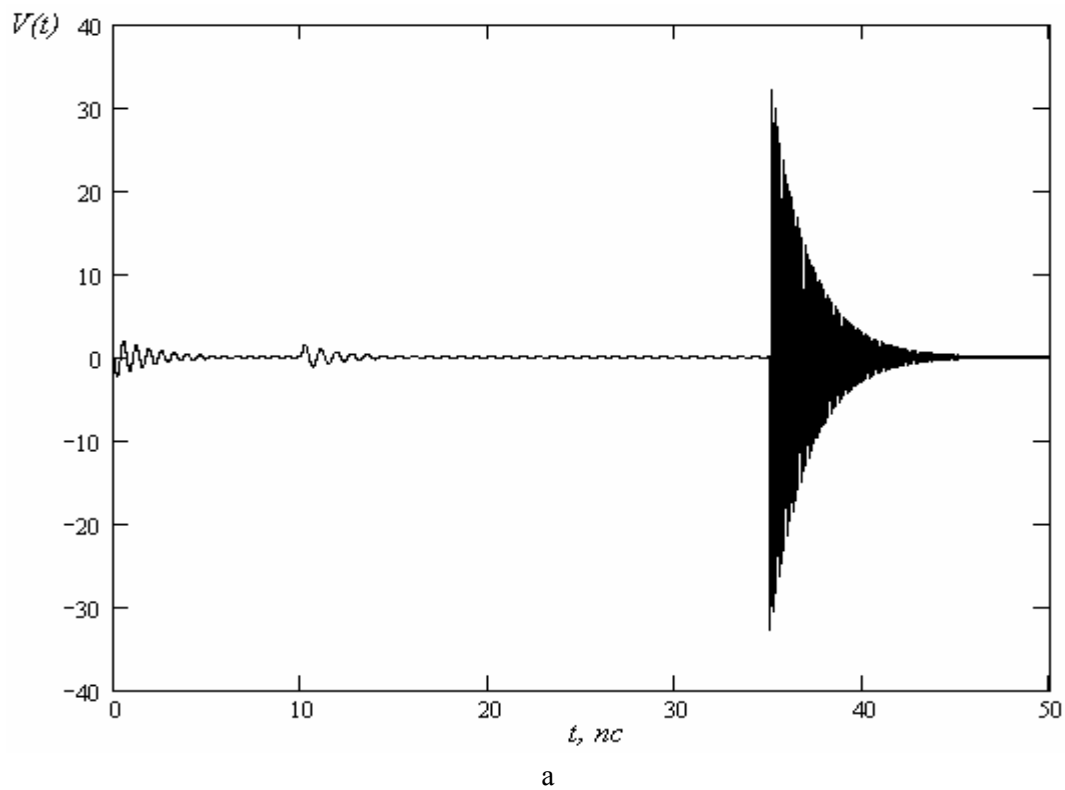


Рис. 1. Перехідна характеристика кріотрона під час логічних переходів «0» → «1» та «1» → «0» в режимі стабільної роботи



*Рис. 2. Перехідні характеристики кріотрона  
в режимі нестабільного логічного переходу «0» → «1» (а) та «1» → «0» (б)*

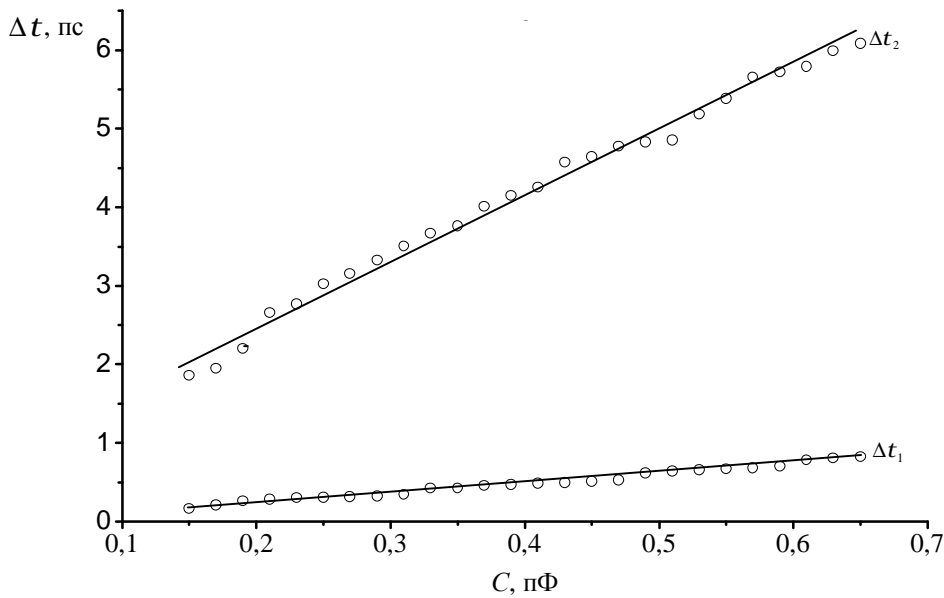
Аналогічно визначали час комутації кріотрона  $Dt_2$  у разі логічного переходу «1» → «0», який почався в момент часу  $t_2 = 35$  нс внаслідок подачі другого керуючого імпульсу. Але, як зрозуміло з рис. 1, перехідний процес протікав не плавно, а у формі згасаючих коливань напруги на кріотроні  $V(t)$ . Така форма логічного переходу «1» → «0» була отримана в інших наших моделях [8, 10] і

спостерігалась експериментально [9]. Поки що ми вважаємо, що без коливань напруги логічні переходи «1» → «0» є неможливими. Час комутації кріотрона  $Dt_2$  у разі логічного переходу «1» → «0» ми визначали як проміжок часу від початку перехідного процесу до моменту часу, коли огинаюча амплітуди коливань напруги стане меншою за рівень напруги  $0,1V_0$ .

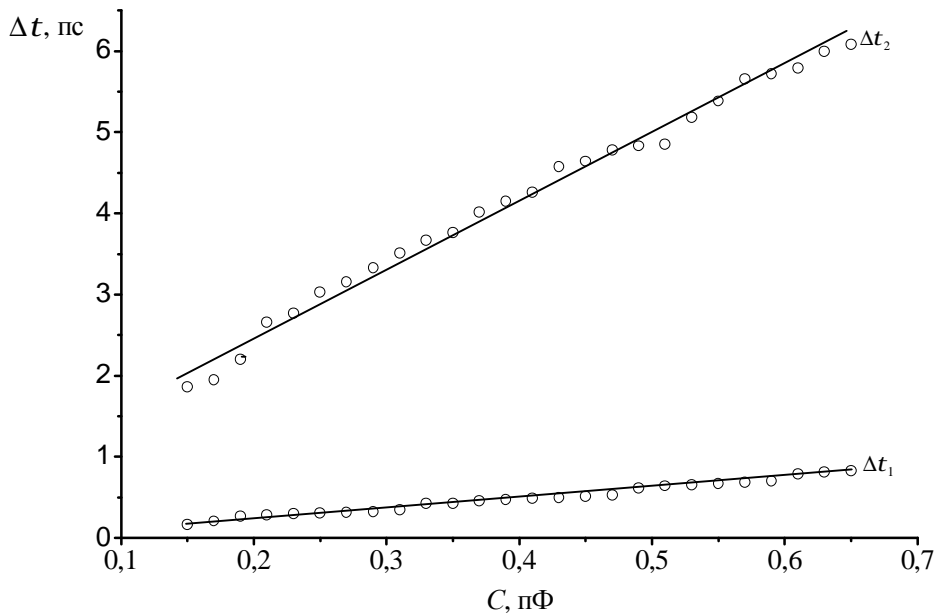
Показана на рис. 1 перехідна характеристика кріотрона відповідає стабільному режиму роботи, оскільки вона показує, що логічні переходи «0» → «1» та «1» → «0» відбувались, тобто кріотрон змінював свій логічний стан. Але змінивши параметри моделі, можна отримати перехідні характеристики, що відповідають нестабільному режиму роботи кріотрона. На рис. 2, а показано одну з таких перехідних характеристик. Бачимо, що в момент подачі першого керуючого імпульсу  $t_1 = 10$  пс, кріотрон тільки зробив спробу логічного переходу, але після коливань напруги залишився у своєму початковому логічному стані «0», тобто на кріотроні не встановилась напруга  $V_0$ . На рис. 2, б показано перехідну характеристику кріотрона, розраховану з такими параметрами моделі, що логічний перехід «0» → «1» відбувся в момент часу  $t_1 = 10$  пс. У момент  $t_2 = 35$  пс подано керуючий імпульс, який не зміг повернути кріотрон у стан «1», коли напруга повертається до нульового значення, тобто логічний перехід «1» → «0» не відбувся. Коливання напруги, які виникли на початку перехідного процесу, не стали згасаючими, а проходили з постійною амплітудою. Такий логічний стан кріотрона вважаємо невизначеним.

### Залежність часу комутації кріотронів від ємності та провідності

**Мета роботи** – методами математичного моделювання отримати залежність часу комутації кріотронів  $Dt_1$  для прямих («0» → «1») та  $Dt_2$  зворотних («1» → «0») логічних переходів від величини ємності і нормальної провідності S-I-S джозефсонівських тунельних переходів для різних значень сили струму зміщення і встановити межі стабільного режиму роботи. Ця модель дає змогу змінювати такі параметри, як ємність і провідність кріотронів, в результаті чого можна отримати характерний час комутації для прямого і зворотного логічних переходів і дослідити їхній вплив на стабільність режиму роботи. На практиці ємність і провідність кріотронів можна змінювати в широких межах, задаючи різні геометричні розміри. На рис. 3 показано розраховані залежності відповідного часу комутації від величини ємності  $C$  для двох з п'яти значень сили струму зміщення  $I_p$ . Бачимо, що незалежно від сили струму зміщення час комутації  $Dt_1$  фактично не залежить від величини ємності, а час комутації  $Dt_2$  істотно зростає, коли ємність  $C$  збільшується. У кожному разі час комутації  $Dt_2$  був більшим за час комутації  $Dt_1$ , що отриманий в інших роботах [8–10], де пояснено цей факт. З того, що з ростом величини ємності  $C$  час комутації  $Dt_2$  збільшуються, а час комутації  $Dt_1$  слабо зростає, можна зробити висновок, що для підвищення швидкодії кріотронів (зниження часу комутації) потрібно зменшувати ємність. Але подальше зменшення ємності переводить кріотрон із стабільного режиму роботи в нестабільний. Показані на рис. 3 криві  $Dt_1(C)$  і  $Dt_2(C)$  визначені тільки на тих діапазонах ємностей, де режим роботи кріотронів був стабільним. Наприклад, за даними рис. 3, а визначено нижню межу інтервалу стабільності  $C_1 = 0,15$  пФ і верхню межу  $C_2 = 0,65$  пФ. Аналогічно визначено межі інтервалів стабільності для чотирьох інших значень сили струму зміщення, отримані результати занесені в табл. 1. На нашу думку, оптимальному режиму роботи кріотронів відповідатимуть такі значення ємності, які лежать посередині інтервалу стабільності. У табл. 1 також наведені такі величини ємності  $C_c$ , які визначались за формулою  $C_c = \frac{C_1 + C_2}{2}$ , і відповідні значення часу комутації для прямих  $Dt_c("0" \rightarrow "1")$  та зворотних  $Dt_c("1" \rightarrow "0")$  логічних переходів, які відповідають серединам інтервалів стабільності для різних значень сили струму зміщення.



а



б

Рис. 3. Залежності часу комутації криотрона  $Dt_1$  і  $Dt_2$  від ємності  $C$  для різної сили струму зміщення  $I_p$ :  $I_p = 8$  мА (а);  $I_p = 0,0008$  мА (б)

Аналогічно були розраховані залежності часу комутації  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  від величини нормальної провідності криотронів  $G$ . На рис. 4 показано криві  $Dt_1(G)$  і  $Dt_2(G)$  для двох значень сили струму зміщення  $I_p$ . Визначено, що криотрони стабільно можуть працювати також тільки у певних інтервалах на осі  $G$ . Нижню та верхню межі цих інтервалів відповідно  $G_1$  та  $G_2$  для п'яти різних значень сили струму зміщення встановлено і наведено в табл. 2. З рис. 4 зрозуміло, що зі зростанням провідності  $G$  у межах інтервалів стабільності час комутації  $Dt_2$  зменшується, а  $Dt_1$  фактично не змінюється. Для підвищення швидкодії криотронів доцільно збільшувати величину нормальної провідності. Але збільшення провідності обмежує верхня межа стабільності  $G_2$ , вище від якої криотрон переходить у нестабільний режим роботи. Оскільки інтервали стабільності на осі  $G$  виявились доволі вузькими, тому для роботи криотронів в оптимальному режимі, на нашу думку,

потрібно вибирати такі значення нормальної провідності, які б лежали посередині інтервалів стабільності. Ми розрахували такі значення провідності  $G$  за формулою  $G_C = \frac{G_1 + G_2}{2}$  для різних значень сили струму зміщення. Отримані результати наведено в табл. 2. У цій таблиці також наведено час комутації для прямих  $Dt_C("0" \rightarrow "1")$  та зворотних  $Dt_C("1" \rightarrow "0")$  логічних переходів, які визначені для середини інтервалів стабільності.

Таблиця 1

**Параметри інтервалів стабільності за ємністю  
та час комутації кріотронів, розрахований для оптимальних режимів роботи**

$I_p$ , мА	8	0,8	0,08	0,008	0,0008
$I_C$ , мА	15,5	1,55	0,155	0,0155	0,00155
$C_1$ , пФ	0,15	0,035	0,003	$0,25 \cdot 10^{-3}$	$0,25 \cdot 10^{-4}$
$C_2$ , пФ	0,65	0,085	0,008	$0,82 \cdot 10^{-3}$	$0,81 \cdot 10^{-4}$
$C_C$ , пФ	0,4	0,06	0,0055	$0,54 \cdot 10^{-3}$	$0,53 \cdot 10^{-4}$
$Dt_C("0" \rightarrow "1")$ , пс	0,5	0,6	0,5	0,5	0,7
$Dt_C("1" \rightarrow "0")$ , пс	4,2	4,5	4,4	4,6	4,7

*Примітки:*  $I_p$  – сила струму зміщення;  $I_C$  – сила критичного струму;  $C_1$  – ємність нижньої межі інтервалу стабільності;  $C_2$  – ємність верхньої межі інтервалу стабільності;  $C_C$  – ємність середини інтервалу стабільності;  $Dt_C("0" \rightarrow "1")$  – час комутації кріотрона для логічних переходів «0» → «1» на середині інтервалу стабільності;  $Dt_C("1" \rightarrow "0")$  – час комутації кріотрона для логічних переходів «1» → «0» на середині інтервалу стабільності.

Таблиця 2

**Параметри інтервалів стабільності за нормальною провідністю  
та час комутації кріотронів, розрахований для оптимальних режимів роботи**

$I_p$ , мА	8	0,8	0,08	0,008	0,0008
$I_C$ , мА	15,5	1,55	0,155	0,0155	0,00155
$G_1$ , Ом <sup>-1</sup>	0,36	0,045	0,0043	$0,44 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-4}$
$G_2$ , Ом <sup>-1</sup>	0,64	0,073	0,0071	$0,74 \cdot 10^{-3}$	$0,82 \cdot 10^{-4}$
$G_C$ , Ом <sup>-1</sup>	0,5	0,059	0,0057	$0,59 \cdot 10^{-3}$	$0,61 \cdot 10^{-4}$
$Dt_C("0" \rightarrow "1")$ , пс	0,6	0,6	0,65	0,6	0,7
$Dt_C("1" \rightarrow "0")$ , пс	4,1	4,3	4,2	4,1	4,2

*Примітки:*  $I_p$  – сила струму зміщення;  $I_C$  – сила критичного струму;  $G_1$  – провідність нижньої межі інтервалу стабільності;  $G_2$  – провідність верхньої межі інтервалу стабільності;  $G_C$  – провідність середини інтервалу стабільності;  $Dt_C("0" \rightarrow "1")$  – час комутації кріотрона для логічних переходів «0» → «1» на середині інтервалу стабільності;  $Dt_C("1" \rightarrow "0")$  – час комутації кріотрона для логічних переходів «1» → «0» на середині інтервалу стабільності.

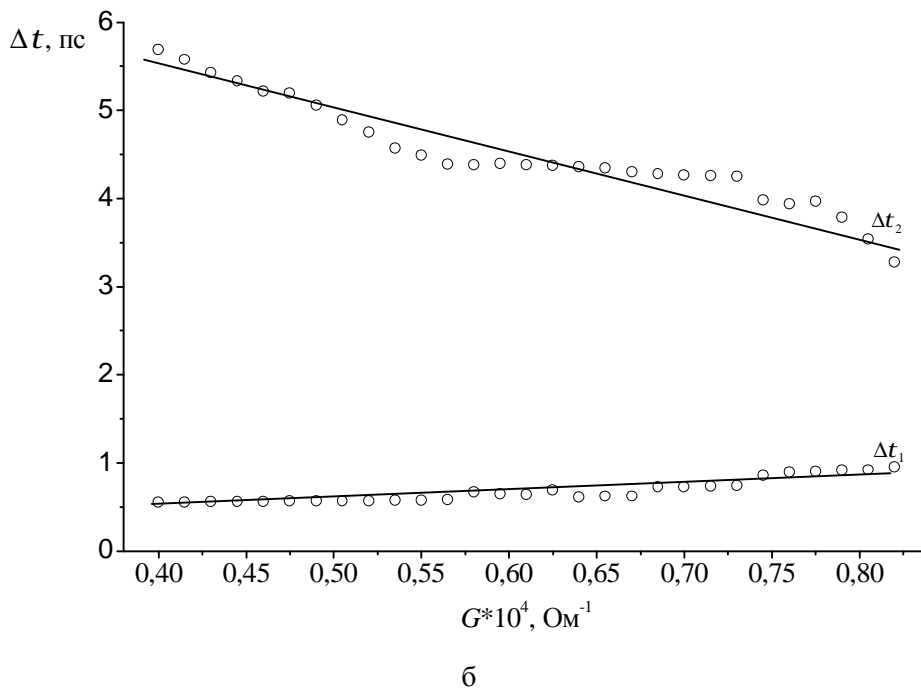
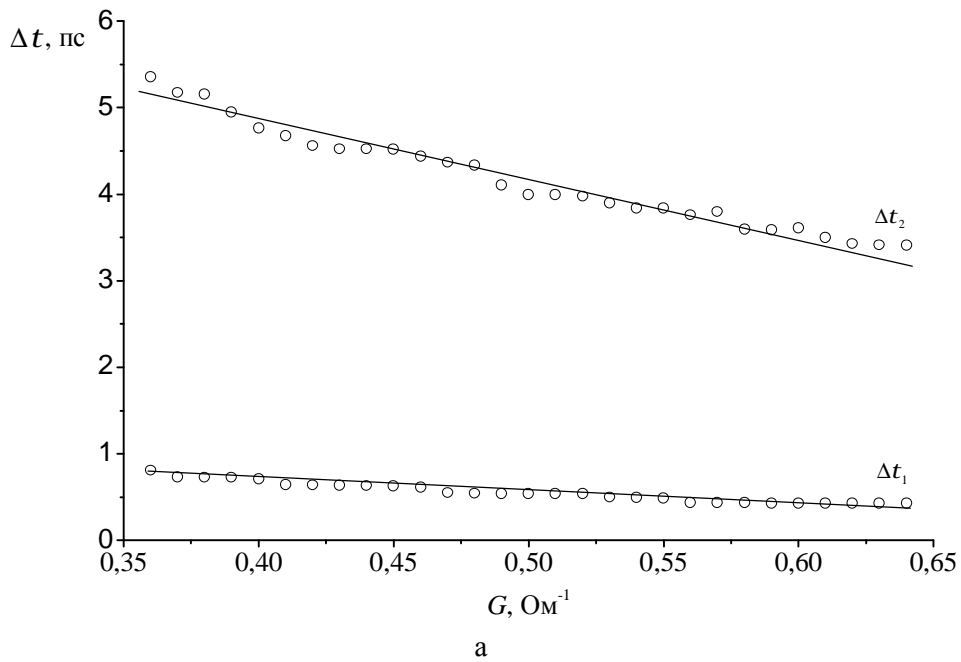


Рис. 4. Залежності часу комутації кріотрона  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$  від провідності  $G$  для різної сили струму зміщення  $I_p$ :  $I_p = 8 \text{ мА}$  (а);  $I_p = 0,0008 \text{ мА}$  (б)

### Висновки

Методами математичного моделювання досліджено вплив величини ємності та нормальної провідності джозефсонівських елементів пам'яті на їх швидкодію для різних значень сили струму зміщення (робочого струму). Розраховано перехідні характеристики кріотронів під час прямих та зворотних логічних переходів, отримано залежності часу комутації від величини ємності та провідності, виявлено інтервали стабільної роботи і визначено параметри, які відповідають нижнім та верхнім межах цих інтервалів. Аналіз результатів показав, що сила струму зміщення мало впливає на швидкодію кріотронів, але від сили струму зміщення істотно залежать межі інтервалів



стабільності і на осі ємності, і на осі провідності. Запропоновано вважати оптимальними значення ємності та провідності такі значення, які відповідають середині інтервалів стабільності.

1. Ilyin Y., Nijhuis A. and H.H.J. ten Kate // *Cryogenics*. – 2006. – Vol. 46, Is. 7–8. – P. 517–529.
2. Ван Дузер Т. *Физические основы сверхпроводящих устройств*. – М.: Радио и связь, 1984.
3. Ju H. Kim, Ramesh P. Dhungana, and Kee-Su Park // *Phys. Rev.* – 2006. – B 73. – 214506 (12 pages).
4. Watson Kuo, Wu C.S., Shyu J.H., and Chen C.D. // *J. Appl. Phys.* – 2007. – 101. – 053903. (4 pages).
5. Зуев А.Г. *Инновации в криоэлектронике*. – СПб.: Бизнес-пресса, 2002. – 58 с.
6. Yoshinao Mizugaki, Yoko Namatame and Masaaki Maezawa // *Supercond. Sci. Technol.* – 2007. – Is. 11. – 20 S315-S317.
7. Plantenberg J.H., P. C. de Groot, Harmans C. J. P. M. and Mooij J. E. // *Nature* – June 14, 2007. – Vol. 447, Is. 7146. – P. 836–839.
8. Тиханський М.В., Партика А.І. // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2007. – № 592: Електроніка. – С. 143–148.
9. Lara Faoro and Lev B. Ioffe // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – 96. – 047001. (4 pages).
10. Тиханський М.В., Партика А.І. // *Електроніка и связь: Тем. випуск. Ч. 2*. – 2009. – № 4–5. – С. 11–16.
11. Тиханський М.В., Шуригін Ф.М., Тиханська К.М. // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2003. – № 482: Електроніка. – С. 152–161.