

Л.П. Павлик<sup>1</sup>, С.Б. Убізський<sup>1</sup>, А.Б. Лозинський<sup>2</sup>, Г.В. Савицький<sup>3</sup><sup>1</sup> Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра напівпровідникової електроніки<sup>2</sup> Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України,<sup>3</sup> Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України**АНАЛІЗ РЕАКТИВНОГО КОЛА ЗБУДЖЕННЯ ФЕРОЗОНДА  
З ОБЕРТАЛЬНИМ ПЕРЕМАГНІЧУВАННЯМ ДИСКОВОГО ОСЕРДЯ***ã Павлик Л.П., Убізський С.Б., Лозинський А.Б., Савицький Г.В. 2009*

L.P. Pavlyk, S.B. Ubizskii, A.B. Lozynskyy, G.V. Savytskyy

**THE REACTIVE EXCITATION CIRCUIT ANALYSIS OF  
THE FLUXGATE WITH ROTATIONAL MAGNETIZATION  
REVERSAL OF THE DISK CORE***ã Pavlyk L.P., Ubizskii S.B., Lozynskyy A.B., Savytskyy G.V. 2009*

Проведено аналіз режимів роботи ферозонда з обертальним перемагнічуванням ізотропного дискового осердя під час збудження від джерела гармонічної напруги та побудовано модель відгуку на компоненти вимірюваного магнітного поля у площині дискового осердя. Встановлено, що реєстрацію компонент вимірюваного поля можна здійснювати за гармонічним складом струму на котушці збудження. За умови, що частота збудження удвічі менша за резонансну частоту контуру збудження, чутливість ферозонда квадратично зростає з частотою і може перевищувати чутливість ферозонда у режимі збудження струмом. При цьому зникає необхідність у вимірювальній котушці, що спрощує конструкцію ферозонда. Розроблена модель дає змогу оцінити потенційну чутливість ферозонда та оптимізувати параметри його конструкції.

The operation modes' analysis of fluxgate with rotation magnetization reversal of isotrope disk core under harmonic voltage driving excitation is carried out and the response model is developed at presence of target magnetic field in the core disk plane. It was established that the target field components could be registered by the harmonic content of the excitation coil current. At condition that the excitation frequency is twice less than the resonance frequency of excitation circuit the fluxgate sensitivity rises quadratically and can exceed the sensitivity in the current driving excitation mode. At this the necessity in pick-up coils disappears that simplifies the fluxgate construction. The developed model allows estimating a potential performance of fluxgate and optimizing its construction parameters.

**Вступ**

Ферозондові перетворювачі магнітного поля належать до параметричних індукційних перетворювачів, які реєструють малі, повільно змінні магнітні поля [1–3]. Вони містять (рис. 1) осердя з магнітом'якого матеріалу, котушку збудження 1 та вимірювальну котушку 2. Параметричне збудження ферозонда відбувається завдяки модуляції магнітної сприйнятливості осердя ферозонда швидким періодичним магнітним полем збудження  $H_c(t)$ , що створюється струмом збудження  $I(t)$ . Відповідно у вимірювальній котушці виникає індукована збудженням ЕРС  $\varepsilon_i^{(2)}(t)$ . Принцип дії ферозонда ґрунтується на феромодуляційному ефекті, який полягає у виникненні за наявності вимірюваного поля  $h$  другої гармоніки сигналу, що індукується у

вимірювальній обмотці. Для виникнення феромодуляційного ефекту необхідно, щоб амплітуда поля збудження перевищувала поле насичення осердя [1, 2]. Як правило, зворотним зв'язком, що виникає завдяки індукуванню ЕРС  $\varepsilon_i^{(1)}(t)$  у первинній обмотці нехтують, передбачаючи, що котушка збудження живиться струмом  $I(t)$  заданої форми [1–3], тобто від джерела струму.

Ферозонди з обертальним перемагнічуванням дискового осердя почали вивчати (див. [4–11]) як альтернативу традиційним конфігураціям [1–3] завдяки двом принципам перевагам – кардинальному зниженню рівня власного шуму осердя до  $\sim 10^{-12}$  Тл·Гц $^{-1/2}$  [5, 8] та можливості вимірювати одночасно дві [7] або три [5, 6, 8–10] ортогональні компоненти магнітного поля одним чутливим елементом. Однак можливість зниження рівня вимірюваних полів такими ферозондами вимагає прецизійнішого аналізу впливу нелінійних властивостей осердя не лише на сигнал відгуку у вимірювальній котушці, але й зворотного впливу на струм у котушці збудження. Окрім того, задача живлення котушки збудження струмом заданої форми зустрічає труднощі через індуктивний опір навантаження. Альтернативний режим живлення індуктивного навантаження котушки збудження регульованою напругою заданої форми технічно реалізувати простіше, однак відгук осердя ферозонда з обертальним перемагнічуванням, що збуджується у такому режимі, досі не аналізувався.

Тому ця робота аналізує відгук ферозонда з обертальним перемагнічуванням дискового осердя та його чутливості до вимірюваного поля, котушка збудження якого живиться від джерела гармонічної напруги. Для спрощення аналізу у цій роботі розглядається лише ізотропне осердя. Як буде показано далі, зворотний зв'язок, що виникає через нелінійні властивості осердя і впливає на струм котушки збудження, може бути використаний для підвищення чутливості ферозонда до вимірюваного поля. При цьому реєструвати величину вимірюваного поля можна за другою гармонікою спаду напруги на котушці збудження і уникнути використання вимірювальної котушки, що спрощує конструкцію ферозонда.

### Модель відгуку ферозонда на вимірюване поле

Обертальне перемагнічування дискового ізотропного осердя у ферозонді, що аналізується, здійснюється за допомогою поля, вектор якого обертається у площині диска. Поле збудження створюється двома плоскими котушками з ортогональними осями, що лежать у площині диска (рис. 2), завдяки струму, що протікає в них з відносним зсувом фази між котушками  $\pi/2$ . Вектор намагніченості осердя лежить у площині диска і обертається разом з обертанням поля збудження. Оскільки осердя весь час знаходиться у намагніченому до насичення стані, то змінюється лише напрямок намагніченості, а величина намагніченості – ні. За не надто високих частот збудження можна вважати, що перемагнічування відбувається рівноважно [12]. Тоді у кожний момент часу намагніченість осердя знаходиться у положенні рівноваги, яке відповідає напрямку зовнішнього магнітного поля так, щоб енергія взаємодії намагніченого осердя з полем (енергія Зеємана  $E = -\mathbf{M}\mathbf{H}$ ) була мінімальною. Очевидно, що для ізотропного дискового осердя, що перемагнічується у площині диска, напрямок вектора намагніченості збігатиметься з напрямком поля. За відсутності вимірюваного поля обертання намагніченості відбувається синфазно з обертанням поля збудження  $\mathbf{H}_e(t)$ . При цьому, якщо вектор поля збудження  $\mathbf{H}_e(t)$  рівномірно обертається по колу, а його компоненти у площині диска дорівнюють  $H_x(t) = H_0 \cos(\omega t)$  та  $H_y(t) = H_0 \sin(\omega t)$ , де  $H_0$  – амплітуда поля збудження, то компоненти вектора намагніченості змінюються відповідно –  $M_x(t) = M_s \cos(\omega t)$  та

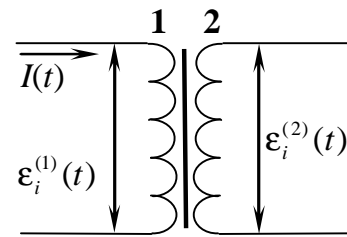


Рис. 1. Еквівалентна схема ферозондового перетворювача магнітного поля:  
1 – котушка збудження; 2 – вимірювальна котушка

$M_y(t) = M_s \sin(\omega t)$ , де  $M_s$  – намагніченість насичення осердя. Зазначимо, що при цьому  $M_x(t) = \frac{M_s}{H_0} H_x(t)$  і  $M_y(t) = \frac{M_s}{H_0} H_y(t)$ . Це означає, що по відношенню до котушок збудження, орієнтованих вздовж осей  $x$  та  $y$  у площині диска, осердя залишається лінійним (намагніченість пропорційна до прикладеного поля) зі сталою магнітною сприйнятливістю  $\chi = M_s / H_0$ . Індуктивність котушок збудження при цьому стала, незважаючи на наявність магнітного осердя, і те, що амплітуда поля збудження перевищує поле насичення магнітного осердя. За таких умов під час живлення котушок збудження гармонічним струмом  $I_x(t) = I_{0x} \cos(\omega t)$  та  $I_y(t) = I_{0y} \sin(\omega t)$  напруги на котушках теж будуть гармонічними, і навпаки, – під час живлення котушок гармонічною напругою, струми в них будуть гармонічними.

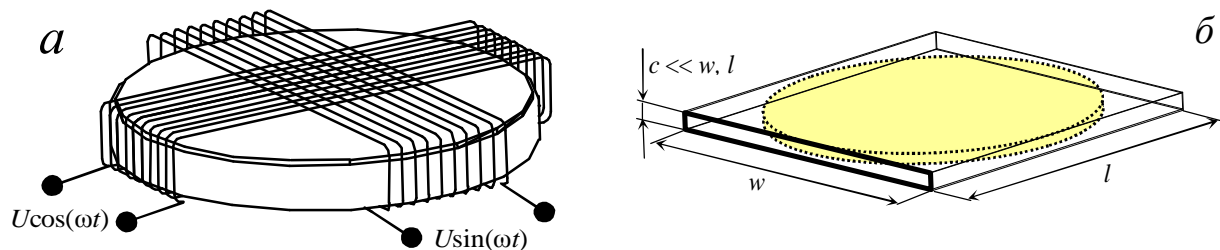


Рис. 2. Схематичне зображення котушок збудження (а) ферозонда з обертальним перемагнічуванням дискового осердя та їхньої конструкції (б)

За наявності вимірюваного поля  $\mathbf{h}$  магнітне поле, що справляє орієнтувальну дію на намагніченість осердя, стає суперпозицією поля збудження та вимірюваного поля:  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_e(t) + \mathbf{h}$ . Тоді компоненти намагніченості осердя за рівноважного перемагнічування набувають вигляду

$$M_x(t) = M_s \cos \left[ \arctg \left( \frac{H_y(t) + h_y}{H_x(t) + h_x} \right) \right]; \quad (1a)$$

$$M_y(t) = M_s \sin \left[ \arctg \left( \frac{H_y(t) + h_y}{H_x(t) + h_x} \right) \right], \quad (1б)$$

де  $h_x$  і  $h_y$  – компоненти вектора  $\mathbf{h}$  у площині диска. Зрозуміло, що за таких умов вектор намагніченості вже не колінеарний вектору поля збудження, обертаючись зі змінним зсувом фази по відношенню до фази поля збудження (рис. 3). Така фазова модуляція призводить до нелінійного відгуку осердя на гармонічне збудження, яке можна трактувати як нелінійну індуктивність котушок збудження або як виникнення додаткової нелінійної складової ЕРС, що індукується в котушці збудження завдяки наявності осердя та суперпозиції двох полів  $\mathbf{H}_e(t)$  та  $\mathbf{h}$ .

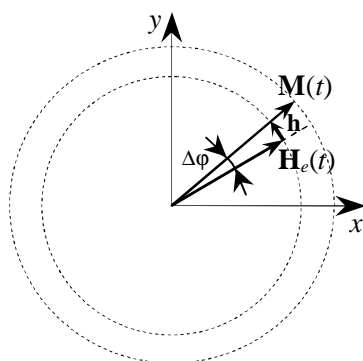


Рис. 3. Виникнення фазової модуляції обертального перемагнічування за наявності вимірюваного поля  $\mathbf{h}$

Розглянемо далі повне коло котушки збудження, наприклад котушки з віссю вздовж  $x$  (для  $y$ -орієнтованої котушки розгляд є аналогічним), яке живиться від джерела збудження з гармонічною ЕРС  $\varepsilon_e(t)$ . Його зручно аналізувати у вигляді послідовного коливального контуру з послідовно включеним конденсатором. Еквівалентну схему такого кола показано на

рис. 4. Воно містить індуктивність  $L$ , що є індуктивністю котушки збудження та усіх провідників, активний опір  $R$ , що включає активний опір усіх провідників та внутрішній опір джерела живлення, ємність  $C$ , що включає частину паразитної ємності котушки та ємність конденсатора для регулювання резонансної частоти послідовного коливального контуру, а також додаткове джерело нелінійної складової ЕРС індукції  $\varepsilon_n(t)$ , яке створюється у котушці у зазначених вище умовах. Частиною паразитної міжвиткової ємності котушки, яка мала б бути включена паралельно до котушки, знехтуємо, вважаючи, що резонансна частота паралельного контуру, утвореного нею і котушкою збудження, значно перевищує робочий діапазон частот, в якому проводиться аналіз.

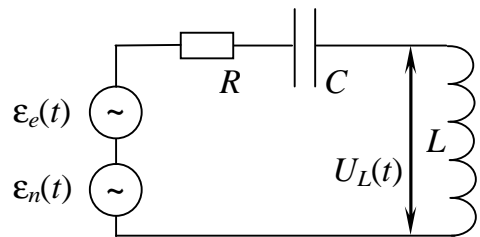


Рис. 4. Еквівалентна схема кола котушки збудження ферозонда під час її живлення від джерела ЕР

Повна ЕРС, що індукується в  $x$ -орієнтованій котушці збудження зміною в часі відповідних компонент поля збудження та намагніченості осердя за законом електромагнітної індукції Фарадея, має вигляд

$$\varepsilon_i(t) = -\mu_0 \frac{N}{l} \left( V \frac{dH_x(t)}{dt} + \frac{1}{\mu_0} V_c \frac{dM_x(t)}{dt} \right), \quad (2)$$

де  $N$  – кількість витків котушки;  $l$  – її довжина;  $V$  – внутрішній об'єм котушки;  $V_c$  – об'єм осердя;  $\mu_0$  – магнітна проникність вакууму; і передбачається, що витки котушок збудження повністю покривають диск осердя (рис. 1, б).

Компоненти поля збудження пов'язані зі струмами у відповідних котушках за законом Біо–Савара–Лапласа. Вважаючи, що висота котушок, в напрямку перпендикуляра до площини диска, є набагато меншою за ширину та довжину, величина напруженості магнітного поля, створеного котушками, може бути оцінена, передбачаючи, що поле створюється між двома нескінченними шарами паралельно укладених провідників. Тоді з достатньою точністю для  $x$ -орієнтованої котушки маємо

$$H_x(t) \approx \frac{N}{l} I_x(t), \quad (3)$$

де  $I_x(t)$  – струм у котушці збудження. Природно вважати, що ортогональні котушки збудження намотані однакоим дротом, що означає, що щільність витків  $n = N/l$  у них буде однаковою, а оскільки й амплітуда поля збудження повинна бути однаковою в обох котушках, то надалі можемо вважати, що

$$H_x(t) = n_x I(t), \quad (4a)$$

$$H_y(t) = n_y I(t), \quad (4б)$$

де  $n_x = n$ ,  $n_y = n \cdot e^{j\pi/2}$ , а фазовий множник  $e^{j\pi/2}$  враховує зсув фази струму в  $y$ -орієнтованій котушці по відношенню до струму в  $x$ -орієнтованій котушці.

Отже, часові зміни намагніченості, а тому й відгуку ферозонда на наявність вимірюваного поля можуть бути виражені через струм у котушках збудження, який за гармонічної напруги живлення матиме складнішу форму, викликану фазовою модуляцією обертання намагніченості.

Вважаючи вимірюване поле малим порівняно з полем збудження, з розкладу (1a) в ряд Тейлора за малими  $h_x$  і  $h_y$  знаходимо

$$M_x(t) = \frac{M_s}{H_0} H_x(t) + \frac{M_s}{H_0^3} H_y^2(t) h_x - \frac{M_s}{H_0^3} H_x(t) H_y(t) h_y. \quad (5)$$

Тоді з урахуванням (4) похідна  $dM_x/dt$  може бути подана виразом

$$\frac{dM_x(t)}{dt} = \frac{M_s}{H_0} n_x \frac{dI(t)}{dt} + 2 \frac{M_s}{H_0^3} (n_x n_y h_y - n_y^2 h_x) I(t) \frac{dI(t)}{dt}. \quad (6)$$

Отже, нелінійний внесок в індуковану ЕРС  $\varepsilon_i(t)$ , що описується другим членом в дужках співвідношення (2) можна подати виразом

$$\varepsilon_n(t) = 2n_x n_y V_c \frac{M_s}{H_0^3} (n_y h_x - n_x h_y) I(t) \frac{dI(t)}{dt}. \quad (7)$$

З (7), зокрема, бачимо, що природа чутливості ферозонда з обертальним збудженням ізотропного магнітного диска до зовнішнього поля полягає у тензорному характері магнітної сприйнятливості осердя, коли воно знаходиться у намагніченому в певному напрямку стані.

Зазначимо, що лінійний внесок в індуковану ЕРС враховується індуктивністю котушки збудження, частково заповнену осердям, яку можна оцінити за потокозчепленням витків котушки з магнітним потоком у ній:

$$L = \mu_0 n^2 V \left( 1 + \frac{V_c}{V} \frac{M_s}{\mu_0 H_0} \right). \quad (8)$$

Струм у котушці збудження  $I(t)$  пов'язаний з ЕРС збудження  $\varepsilon_e(t)$  та додатково нелінійним доданком в ЕРС  $\varepsilon_n(t)$  рівнянням Кірхгофа для повного кола, зображеного на рис. 4:

$$L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} + R \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} I(t) = \frac{d}{dt} (\varepsilon_e(t) + \varepsilon_n(t)). \quad (9)$$

Вважаючи, що ЕРС збудження гармонічне  $\varepsilon_e(t) = Ue^{j\omega t}$ , а також, що компоненти вимірюваного поля є незалежними, (9) зводиться до рівняння

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = j\omega U e^{j\omega t} + K_h \left( \left( \frac{dI}{dt} \right)^2 + I \frac{d^2 I}{dt^2} \right), \quad (10)$$

де коефіцієнт  $K_h$  у загальному випадку має такий вигляд:

$$K_h = 2n_x n_y V_c \frac{M_s}{H_0^3} (n_y h_x - n_x h_y). \quad (11)$$

Нелінійне неоднорідне рівняння (10) описує часову функцію струму в колі збудження ферозонда залежно від умов збудження, характеристик осердя, параметрів конструкції та компонентів кола. За відсутності вимірюваного поля другий доданок у правій частині зникає і рівняння (10) перетворюється у лінійне, яке описує вимушені гармонічною ЕРС джерела коливання в послідовному коливальному контурі.

Розв'язок рівняння (10) може бути знайдений асимптотичним методом [13], розкладаючи шукану функцію  $I(t, K_h)$  за параметром  $K_h$ , який потрібно вважати малим, оскільки малим є вимірюване поле  $\mathbf{h}$ :

$$I(t, K_h) = I(t, 0) + \frac{\partial I(t, 0)}{\partial K_h} K_h + \dots = I_1(t) + I_2(t) K_h + \dots, \quad (12)$$

де  $I_1(t)$  – лінійний відклик ферозонда на збудження у відсутності вимірюваного поля, а  $I_2(t)$  – складова, пов'язана з наявністю вимірюваного поля. Повний розв'язок рівняння наведений у Додатку.

### Аналіз потенційної чутливості ферозонда

З розв'язку рівняння повного кола (10), поданого в Додатку, зрозуміло, що за збудження ферозонда гармонічною напругою нелінійний внесок у відгук проявляється як друга гармоніка струму, що протікає котушкою збудження, причому у прийнятому наближенні, що враховує лише члени першого порядку по вимірюваному полю, амплітуда другої гармоніки пропорційна до компонент вимірюваного поля:

$$I_2(t)K_h = (h_x S_I \cos(2\omega t) + h_y S_I \sin(2\omega t))e^{j\phi_I}, \quad (13)$$

де  $\phi_I$  – фазовий зсув другої гармоніки по відношенню до фази напруги збудження, а  $S_I$  має зміст чутливості квадратурних компонент другої гармоніки струму до вимірюваного поля, яка відповідно до (Д.6) та (13) може бути виражена співвідношенням:

$$S_I = \frac{|I_2(t)K_h|}{|h_x|} \Big|_{h_y=0} = \frac{|I_2(t)K_h|}{|h_y|} \Big|_{h_x=0} = \frac{n^3 V_c \frac{M_s}{H_0^3} \omega^4 \frac{U^2}{L^3}}{Z}, \quad (14)$$

де  $Z = \left[ (4\omega^2 \delta^2 (5\omega_0^2 - 8\omega^2) - \omega_0^4 (\omega_0^2 - 6\omega^2) - \omega^4 (9\omega_0^2 - 4\omega^2))^2 + (16\omega^3 \delta^3 - 8\omega\omega_0^4 \delta + 28\omega^3 \omega_0^2 \delta - 20\omega^5 \delta)^2 \right]^{1/2}$ ,  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  має зміст резонансної частоти коливального контуру, утвореного котушкою збудження та ємністю, що присутня в колі, а  $\delta = R/2L$  – декремент загасання коливального контуру. Амплітуда другої гармоніки струму залежить від співвідношення частот збудження  $\omega$  та резонансної частоти контуру збудження. Характер залежності  $S_I$  від співвідношення  $\omega_0/\omega$  відображає рис. 5, на якому показані розрахунки для частоти збудження 10 кГц та різних значень  $\delta$ .

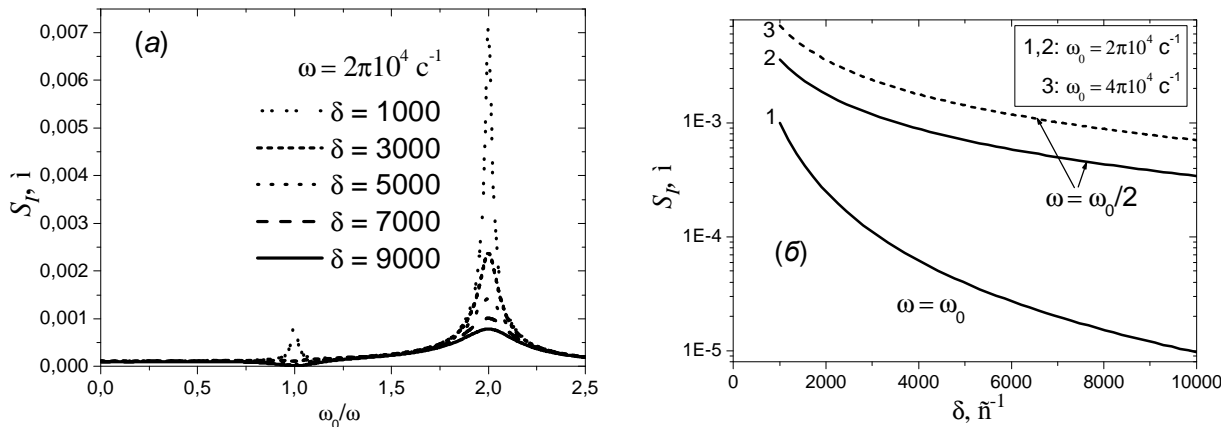


Рис. 5. Струмова чутливість другої гармоніки  $S_I$  ферозонда з обертальним перемагнічуванням у режимі живлення гармонічною напругою:

- a* – як функція співвідношення  $\omega_0/\omega$  для різних значень декременту загасання  $\delta$ ;
- б* – як функція  $\delta$  для умов  $\omega_0 = \omega$  (1) і  $\omega_0 = 2\omega$  (2,3). Обчислення проведені для параметрів осердя та конструкції ферозонда, розробленого в [7]

Як зрозуміло з рис. 5, *a*,  $S_I$  має максимуми за  $\omega_0 \approx \omega$  і  $\omega_0 \approx 2\omega$ . Залежності струмової чутливості від декременту загасання  $\delta$  на частоті максимумів показано на рис. 5, *б*. Бачимо, що другий максимум має більше значення та значно повільніше спадає з ростом втрат у контурі збудження, тому відгук ферозонда доцільно реєструвати за умови  $\omega = \omega_0/2$ . За цієї умови з (Д.6) отримаємо

$$S_I = \frac{4n^3 V_c \frac{M_s}{H_0^3} \omega_0 \frac{U^2}{L^3}}{\delta(9\omega_0^2 + 16\delta^2)}. \quad (15)$$

Якщо реєструвати компоненти напруженості вимірюваного магнітного поля за другою гармонікою напруги на котушці збудження, то домноживши  $S_I$  на індуктивний опір  $\omega L$ , можна оцінити чутливість ферозонда  $S_U$  у режимі живлення його кола збудження гармонічною напругою:

$$S_U = \frac{4n^3 V_c \frac{M_s}{H_0^3} \omega_0^2 \frac{U^2}{L^2}}{\delta(9\omega_0^2 + 16\delta^2)}, \quad (16)$$

а також порівняти її з чутливістю у режимі живлення гармонічним струмом, яка відповідно до результатів [7, 9] має такий вигляд:

$$S_0 = nV_c \frac{M_s}{H_0} \omega. \quad (17)$$

Залежності  $S_0$  і  $S_U$  від частоти поля збудження за умови  $\omega = \omega_0 / 2$  показано на рис. 6, де для розрахунку використані однакові параметри конструкції. Як бачимо з (16) та з рис. 6, головною особливістю залежності  $S_U$  від частоти, яка відрізняє її від частотної залежності чутливості у режимі живлення струмом, є її квадратичний характер. Це означає, що такий режим реєстрації завжди матиме перевагу в чутливості за перевищення деякої частоти, яка залежить від параметрів матеріалу та конструкції.

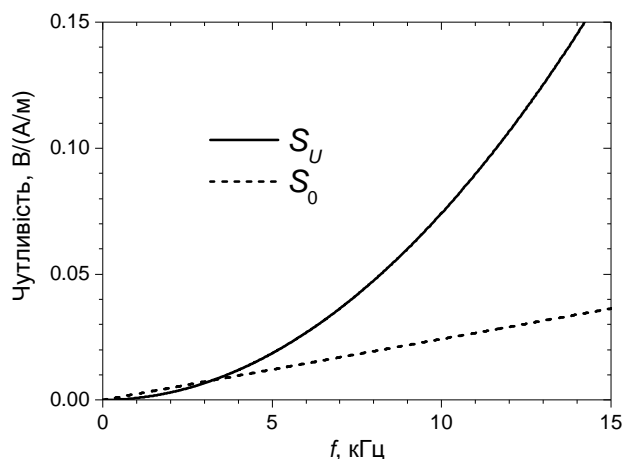


Рис. 6. Залежність чутливості обертового ферозонда від частоти поля збудження під час реєстрації напруги на котушці збудження  $S_U$  у режимі живлення кола збудження гармонічною напругою за умови  $\omega_0 = 2\omega$  (1) та під час реєстрації ЕРС на вимірювальній котушці у режимі живлення кола збудження гармонічним струмом (2). Обчислення проведені для параметрів осердя та конструкції ферозонда, розробленого в [7]

Варто зазначити також, що амплітуда першої гармоніки напруги на котушці лінійно зростає з частотою, тому відношення амплітуди другої гармоніки до амплітуди першої у режимі живлення напругою зростатиме пропорційно до частоти збудження за умови  $\omega = \omega_0 / 2$ , що з підвищенням одночасно  $\omega$  та  $\omega_0$ , окрім підвищення чутливості ферозонда, покращує також умови виділення другої гармоніки на фоні неінформативної першої. Відношення амплітуд другої та першої гармонік напруги на котушці збудження можуть бути оцінені за виразом

$$\frac{U_2}{U_1} = 2 \frac{n^2 V_c \frac{M_s}{H_0^2} \frac{\omega_0}{L} h}{\delta \sqrt{9\omega_0^2 + 16\delta^2}}. \quad (18)$$

## Висновки

У роботі досліджено режим роботи ферозонда з обертальним перемагнічуванням дискового осердя з магнітом'якого матеріалу під час його збудження від джерела напруги як альтернативу до збудження ферозонда джерелом струму. Проведено аналіз зворотного зв'язку, що виникає у вигляді другої гармоніки струму у котушках збудження під час їх живлення від джерела гармонічної напруги. Побудовано модель відгуку такого ферозонда на компоненти магнітного поля у площині дискового осердя. З проведеного аналізу випливає, що під час використання резонансних властивостей кола збудження за умови, що частота збудження удвічі менша за резонансну частоту контуру збудження, чутливість реєстрації компонент вимірюваного поля за другою гармонікою напруги на котушці збудження квадратично залежить від частоти резонансу і перевищує чутливість ферозонда у режимі живлення струмом за вищих частот. За одночасного підвищення частоти резонансу та частоти збудження покращуються умови для виділення другої гармоніки, пропорційної до компонентів вимірюваного магнітного поля, на фоні неінформативної першої гармоніки. При цьому зникає необхідність у вимірювальній котушці, що спрощує конструкцію ферозонда. Розроблена модель дає змогу оцінити потенційну чутливість ферозонда та оптимізувати параметри його конструкції. Враховуючи переваги у чутливості за підвищення частоти збудження, потрібно розглядати феродіелектричні матеріали, наприклад, епітаксійні плівки ферогранатів, як найпридатніші для використання активні середовища таких ферозондів.

*Робота виконана в рамках НДР „ДБ-Терн”.*

1. Primdahl F. *The fluxgate magnetometer* // *J. Phys. E: Sci. Instrum.* – 1979. – Vol. 12. – P. 241–253.
2. Афанасьев Ю.В. *Феррозондовые приборы.* – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 188 с. 3. Ripka P. *Review of fluxgate sensors* // *Sensors and Actuators* – 1992. – Vol. A33. – P. 129–141. 4. Лангваген Е.Н. *Феррозонды с возбуждением вращающимся полем* // *Геофизическая аппаратура.* – 1975. – Вып. 57. – С. 31–37. 5. Perlov A.Ya., Voronko A.I., Vetoshko P.M., Volkovoy V.B. *Three component magnetic field measurement using the cubic anisotropy in (111) YIG films* / *The 38-th Annual Conference on Magnetism and Magnetic Materials (MMM-93), Minneapolis, Minnesota, USA, 1993.* – P. 128. 6. Убізський С.Б. *Феромодуляційний перетворювач магнітного поля на основі епітаксійної плівки ферогранату* // *Вісн. Держ. ун-ту “Львівська політехніка”.* – 2001. – № 423: Електроніка. – С. 59–65. 7. Garcia A., Morón C., *Biaxial Magnetometer Sensor* // *IEEE Trans. Magn.* – 2002. – Vol. 38. – P. 3312–3314. 8. Vetoshko P.M., *Epitaxial yttrium iron garnet film as an active medium of an even-harmonic magnetic field transducer* // *Sensors and Actuators A: Physical.* – 2003. – Vol. 106. – P. 270–273. 9. Убізський С.Б., Павлык Л.П., Христофороу Е. *Моделирование вращательного перемагничивания монокристаллической феррогранатовой пленки в качестве сердечника преобразователя магнитного поля* // *Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского, Сер. Физика.* – 2006. – Т. 19 (58). – С. 68–75. 10. Павлык Л.П., Убізський С.Б. *Вплив симетрії магнітної анізотропії активного середовища на можливість векторного вимірювання магнітного поля феромодуляційним перетворювачем* // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”.* – 2007. – № 592: Електроніка. – С. 173–181. 11. Ubizskii S.B., Pavlyk L.P., *The Pendulum-like Fluxgate Magnetic Field Sensor* // *Sensors and Actuators, A-Physical.* – 2008. – Vol. 141/2. – P. 440–446. 12. Ubizskii S.B., *Magnetization reversal modelling for (111)-oriented epitaxial films of iron garnets with mixed anisotropy* // *J. Magn. & Magn. Mat.* – 2000. – Vol. 219, 1. – P. 127–141. 13. Nayfeh A.H. *Perturbation methods.* – John Wiley & Sons, Inc., 1973. – 425 p.

## Додаток

Нелінійне рівняння (10) можна розв'язати асимптотичним методом [13] шляхом розкладу невідомого струму за малим параметром  $K_h$ , яке подано виразом (12). Обмежившись лише членом з першим степенем  $K_h$  у розкладі та підставивши його в (10), отримаємо:



$$\begin{aligned}
L \frac{d^2 I_1}{dt^2} + R \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{C} I_1 + K_h \left[ L \frac{d^2 I_2}{dt^2} + R \frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{C} I_2 \right] = \\
= j\omega U e^{j\omega t} + \left[ \left( \frac{dI_1}{dt} + K_h \frac{dI_2}{dt} \right)^2 + (I_1 + K_h I_2) \left( \frac{d^2 I_1}{dt^2} + K_h \frac{d^2 I_2}{dt^2} \right) \right] K_h.
\end{aligned} \tag{Д.1}$$

У правій частині (Д.1) теж обмежимося лише членами з першим степенем і нехтуючи вищими степенями  $K_h$ . Отримаємо наближене рівняння (Д.1) у вигляді

$$L \frac{d^2 I_1}{dt^2} + R \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{C} I_1 + K_h \left[ L \frac{d^2 I_2}{dt^2} + R \frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{C} I_2 \right] = j\omega U e^{j\omega t} + K_h \left[ \left( \frac{dI_1}{dt} \right)^2 + I_1 \frac{d^2 I_1}{dt^2} \right]. \tag{Д.2}$$

Оскільки усі інші коефіцієнти, окрім коефіцієнтів при квадратних дужках, не залежать від  $K_h$ , то можна прирівняти члени з однаковими степенями  $K_h$  в обох частинах рівняння (Д.2). Тоді отримуємо два лінійні рівняння стосовно невідомих функцій  $I_1$  та  $I_2$ :

$$L \frac{d^2 I_1}{dt^2} + R \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{C} I_1 = j\omega U e^{j\omega t}, \tag{Д.3}$$

$$K_h^1 : L \frac{d^2 I_2}{dt^2} + R \frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{C} I_2 = \left( \frac{dI_1}{dt} \right)^2 + I_1 \frac{d^2 I_1}{dt^2}. \tag{Д.4}$$

Рівняння (Д.3)–(Д.4) розв'язуються методом комплексних амплітуд. Спочатку струм  $I_1$  шукатимемо у вигляді  $I_1(t) = |I_1| e^{j(\omega t + \phi_1)}$ , тоді розв'язком (Д.3) буде:

$$I_1 = \frac{U \omega}{2\omega\delta - j(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{j\omega t}, \tag{Д.5}$$

де  $\delta = R/2L$  і  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , а розв'язок (Д.4) у вигляді  $I_2 = |I_2| e^{j(2\omega t + \phi_2)}$  знайдемо, підставивши (Д.5) у (Д.4):

$$I_2 = \frac{\omega^4 \frac{U^2}{L^3} e^{2j\omega t}}{\left( 2\omega\delta - j(\omega_0^2 - \omega^2) \right)^2 (\omega_0^2 - 4\omega^2 + 4j\omega\delta)}. \tag{Д.6}$$