

## ПРОГНОЗУВАННЯ ЙМОВІРНОСТІ РОБОТИ ТА ВІДМОВИ ЗА ЗАДАНОЇ УМОВИ ГОТОВНОСТІ СИМЕТРИЧНИХ ІЄРАРХІЧНИХ СИСТЕМ, ГАЛУЖЕНИХ ДО 4-ГО РІВНЯ, ЗА ДОПОМОГОЮ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

© Павлюк О., 2014

Запропоновано програмний модуль для розрахунку ймовірності роботи та відмови за заданої умови готовності ізотропних симетричних ієрархічних розгалужених систем (ІРС) з галуженням до  $n$ -го рівня, елементи якої підпорядковуються експоненційному закону. Здійснено прогнозування цих характеристик надійності за допомогою неітераційної штучної нейронної мережі (ШНМ). Розраховано середньоквадратичну приведену до діапазону значень похибку навчання і прогнозу, а також оцінено час навчання та прогнозування ШНМ.

**Ключові слова:** ієрархічна розгалужена система, штучна нейронна мережа, прогнозування, неітераційне навчання ШНМ, ШНМ з “вузьким горлом”.

The software module is developed. By the specified readiness parameters it calculates probabilities of the proper operation and failure-ability for the isotropic symmetric and hierarchical branched systems (HBS). The module is tested/restricted against the systems of the  $n$ -level branching whose elements obey the exponential rules. The non-iterative artificial neural network (ANN) has been deployed to the prediction of those characteristics. The reduced to the mean value range errors of the ANN learning and forecasting are calculated as well as the time estimations for the ANN learning and forecasting.

**Key words:** hierarchical branched system, artificial neural network forecasting non-iterational training ANN, ANN with “bottles neck”.

### Вступ

В умовах ринкової економіки України надзвичайно актуальним є підвищення надійності складних систем. Без розрахунку характеристик надійності неможливо проектувати й експлуатувати системи. А тому виникає необхідність розробляти методи прогнозування показників надійності систем з врахуванням їх специфіки.

Більшість систем можна описати у вигляді ієрархічних деревоподібних розгалужених структур. За допомогою ІРС також описують структури комп'ютерних мереж. На нульовому рівні таких систем знаходиться сервер, на проміжних рівнях – концентратори інформації, а на вихідному – робочі станції. Такі мережі можуть мати симетричну, несиметричну, неізотропну, з переходами через рівні структуру з розгалуженням до  $n$ -го рівня. Також вони можуть бути з простим і складним підпорядкуванням.

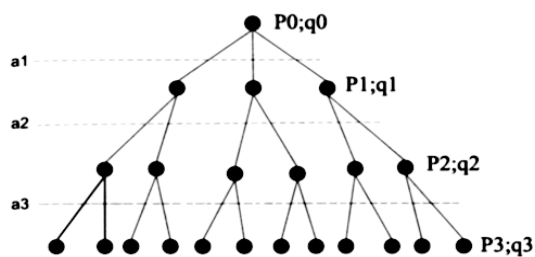


Рис. 1. Симетрична ІРС галужена до 3-го рівня.

### Опис алгоритму

Найпростішим видом є симетрична ІРС. Для наочності на рис.1. показано симетричну ІРС галужену до 3-го рівня. Через  $P_0, q_0, P_1, q_1, P_2, q_2, P_3, q_3$  позначено ймовірності роботи і відмови елементів системи для нульового, першого, другого і третього рівнів відповідно. Позначимо через  $a_1, a_2, a_3$  коефіцієнти галуження для першого, другого і третього рівнів.

Для дослідження невідновлюваних симетричних ІРС використовують твірні функції і рекурентний вираз [1]. Твірна функція  $S_m(Z)$  відображає розклад за степенями довільного параметра  $Z$ , який виділяє ймовірності  $P_m^n$  як коефіцієнти при  $Z$ . Твірну функцію для системи з рис. 1 можна записати так:

$$S_3(Z) = P_0(P_1(P_2(P_3Z + q_3)^{a_3} + q_2)^{a_2} + q_1)^{a_1} + q_0 \quad (1)$$

Розкладемо твірну функцію за формулою бінома Ньютона, позначивши через  $x_1, x_2, x_3$  кількість працюючих елементів на першому, другому і третьому рівнях відповідно.

$$S_3(Z) = P_0 \sum_{x_1=0}^{a_1} C_{a_1}^{x_1} P_1^{x_1} q_1^{a_1-x_1} \sum_{x_2=0}^{a_2x_1} C_{a_2x_1}^{x_2} P_2^{x_2} q_2^{a_2x_1-x_2} \sum_{x_3=0}^{a_3x_2} C_{a_3x_2}^{x_3} P_3^{x_3} q_3^{a_3x_2-x_3} Z^{x_3} + q_0 \quad (2)$$

За формулою (2) запишемо рекурентний вираз (3), позначивши через функцію  $ceil\left(\frac{x_i}{a_i}\right) i = \overline{1,3}$  заокруглення до найбільшого цілого.

$$S_3(Z) = P_0 \sum_{x_1=ceil\left(\frac{x_2}{a_2}\right)}^{a_1} C_{a_1}^{x_1} P_1^{x_1} q_1^{a_1-x_1} \sum_{x_2=ceil\left(\frac{x_3}{a_3}\right)}^{a_2x_1} C_{a_2x_1}^{x_2} P_2^{x_2} q_2^{a_2x_1-x_2} C_{a_3x_2}^{x_3} P_3^{x_3} q_3^{a_3x_2-x_3} \quad (3)$$

Позначимо через  $P_3(x_3)$  ймовірність того, що працюють  $x_3$  вихідних елементів системи. Якщо  $0 < x_3 \leq a_1a_2a_3$ , то отримаємо формулу (4) [2, 3]. Якщо  $x_3 = 0$ , то до формули (4) додають ще  $q_0$ .

$$P_3(x_3) = P_0 \sum_{x_1=ceil\left(\frac{x_2}{a_2}\right)}^{a_1} C_{a_1}^{x_1} P_1^{x_1} q_1^{a_1-x_1} \sum_{x_2=ceil\left(\frac{x_3}{a_3}\right)}^{a_2x_1} C_{a_2x_1}^{x_2} P_2^{x_2} q_2^{a_2x_1-x_2} \sum_{x_3=0}^{a_3x_2} C_{a_3x_2}^{x_3} P_3^{x_3} q_3^{a_3x_2-x_3} \quad (4)$$

Нехай всі елементи системи підпорядковуються експоненційному закону. Тоді  $P_3(x_3, t)$  ймовірність того, що працюють  $x_3$  вихідних елементів системи, набуде такого вигляду:

$$P_3(x_3, t) = e^{-I_0t} \sum_{x_1=ceil\left(\frac{x_2}{a_2}\right)}^{a_1} C_{a_1}^{x_1} e^{-I_1x_1t} (1 - e^{-I_1t})^{a_1-x_1} \sum_{x_2=ceil\left(\frac{x_3}{a_3}\right)}^{a_2x_1} C_{a_2x_1}^{x_2} e^{-I_2x_2t} (1 - e^{-I_2t})^{a_2x_1-x_2} * \\ * C_{a_3x_2}^{x_3} e^{-I_3x_3t} (1 - e^{-I_3t})^{a_3x_2-x_3} \quad (5)$$

Розглянемо симетричну, галужену до  $n$ -го рівня ІРС,  $n \in Z$ . Запишемо  $P_n(x_n, t)$  ймовірність того, що працюють  $x_n$  вихідних елементів системи.

$$P_n(x_n, t) = e^{-I_0t} \sum_{x_1=ceil\left(\frac{x_2}{a_2}\right)}^{a_1} C_{a_1}^{x_1} e^{-I_1x_1t} (1 - e^{-I_1t})^{a_1-x_1} * \dots * \sum_{x_{n-1}=ceil\left(\frac{x_n}{a_n}\right)}^{a_{n-1}x_{n-2}} C_{a_{n-1}x_{n-2}}^{x_{n-1}} e^{-I_{n-1}x_{n-1}t} (1 - e^{-I_{n-1}t})^{a_{n-1}x_{n-2}-x_{n-1}} * \\ * C_{a_nx_{n-1}}^{x_n} e^{-I_nx_nt} (1 - e^{-I_nt})^{a_nx_{n-1}-x_n} = e^{-I_0t} \sum_{x_1=ceil\left(\frac{x_2}{a_2}\right)}^{a_1} C_{a_1}^{x_1} e^{-I_1x_1t} (1 - e^{-I_1t})^{a_1-x_1} * \\ * \prod_{i=2}^{n-1} \sum_{x_i=ceil\left(\frac{x_i}{a_i}\right)}^{a_{i-1}x_{i-2}} C_{a_{i-1}x_{i-2}}^{x_{i-1}} C_{a_ix_{i-1}}^{x_i} e^{-I_ix_it} (1 - e^{-I_it})^{a_ix_{i-1}-x_i} * C_{a_nx_{n-1}}^{x_n} e^{-I_nx_nt} (1 - e^{-I_nt})^{a_nx_{n-1}-x_n} \quad (6)$$

Ймовірність відмови  $x_n$  вихідних елементів системи обчислюємо за формулою

$$Q_n(x_n, t) = 1 - P_n(x_n, t) \quad (7)$$

Розроблено програмний модуль на *Python* для розрахунку за формулами (6) та (7) ймовірності роботи і відмови за заданої умови готовності симетричної ізотропної ІРС, галуженої до  $n$ -го рівня, в якій всі елементи підпорядковуються експоненційному закону. Особливістю цього програмного модуля є динамічність змін: кількості параметрів ІРС; значення цих параметрів; кроку, з яким параметри необхідно перерахувати.

Вхідними даними для програмного модуля є:

- $n$  – кількість рівнів симетричної ІРС,  $n \in Z$ ;
- $a_i$  – коефіцієнти галуження  $i$ -го рівня ІРС,  $i = \overline{1, n}$ ;
- $I_j$  – інтенсивність відмов елемента  $j$ -го рівня,  $j = \overline{0, n}$ ;
- $t$  – час, протягом якого працює ІРС;
- $x_n$  – умова готовності.

Дані зібрані для подальшого їх використання у навчанні і тестуванні ШНМ, яку пропонується використовувати як універсальніший інструмент для передбачення надійності системи на ранніх стадіях проектування без виведення складних формул їх програмування, відлагодження та здійснення складних обчислень.

Результати обчислень автоматично записуються у форматі \*.csv у файл даних для подальшого їх використання у навчанні і тестуванні ШНМ, яка є доволі універсальним інструментарієм. За стовбцями підряд зліва направо записуємо вхідні параметри, третій з кінця стовпець – значення часу з дискретністю в 1 годину, передостанній стовпець –  $P_n(x_n, t)$ , останній –  $Q_n(x_n, t)$ . Розрахунок і запис у файл вхідних значень і  $P_n(x_n, t)$  та  $Q_n(x_n, t)$  було здійснено за таких

значень вхідних параметрів:  $n = 4$ ;  $a_i = \overline{1,6}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $I_j = 10^{-3}$  [1/год],  $j = \overline{0, n}$ ;  $x_n = \prod_{l=1}^n x_l$ . Такий файл

має 125900 рядків. Розмірність вихідного файла – 6.58 Мб. Запис результатів на ПК з 2-ма фізичними ядрами (i3; 2.1ГГц) та 3 Гб оперативної пам'яті тривав 18 секунд.

Для здійснення прогнозування  $P_n(x_n, t)$  та  $Q_n(x_n, t)$  було вибрано неітераційну ШНМ на основі нейропарадигми “функціонал на множині табличних функцій”, тобто нейромережу радіальних базових функцій (RBF), розроблену професором Р.О. Ткаченком [4, 5]. Основними перевагами такої нейромережі є швидкий процес навчання за рахунок неітераційного алгоритму, в основу якого покладено метод ортогоналізації в просторі векторів – реалізацій досліджуваного процесу. Це забезпечує швидкість виконання алгоритму в режимі реального часу. Точності відтворення результатів досягають налаштуванням мережі, тобто вибором її параметрів [6, 7]. При навчанні використовується зовнішній критерій – відповідність прогнозованих результатів значенням контрольної вибірки.

Результати обчислень  $P_n(x_n, t)$  та  $Q_n(x_n, t)$  поділяємо на два файли: навчання і тестування ШНМ. Для навчання ШНМ використовуємо 2000 значень, а перевіряємо прогноз на 136 значеннях. Для прогнозування експериментальним шляхом було вибрано ШНМ типу bottles neck (з “вузьким горлом”) з 8 нейронів на вхідному прошарку, 7 – у прихованому прошарку і 8 нейронів на вихідному прошарку. В неї кількість нейронів вихідного прошарку є більшою за кількість нейронів у прихованому прошарку і дорівнює кількості нейронів вхідного прошарку. Вхідний та прихований шари нейромережі виконують компресію даних, а прихований та вихідний – декомпресію. Така ШНМ забезпечує глибоку компресію даних з метою пониження розмірності “входів–виходів” саме для побудови карти в новій двовимірній системі координат. Реалізація цієї процедури є можливою завдяки використанню ШНМ з нелінійними синаптичними зв'язками, тобто нейромережі радіальних базових функцій.

Результати навчання ШНМ по розрахунку  $P_n(x_n, t)$  для кожного виходу показано на рис.2, а прогнозування – на рис. 3.

Середньоквадратична приведена до діапазону похибка для обчислення  $P_n(x_n, t)$  за допомогою ШНМ становила – 1.03 %, максимальна – 6.61 %. А похибка для обчислення  $Q_n(x_n, t)$  становила 3.36 %, а максимальна – 8.87 %. Час прогнозування менший за 1 с, за задовільної точності. Такий час прогнозування приблизно співмірний з часом розрахунку по формулах (6) і (7) для малої кількості даних. Але якщо кількість значень  $P_n(x_n, t)$  чи  $Q_n(x_n, t)$  перевищує 500, то нейромережа здійснює прогноз швидше, ніж розрахунок за формулами (6) і (7).

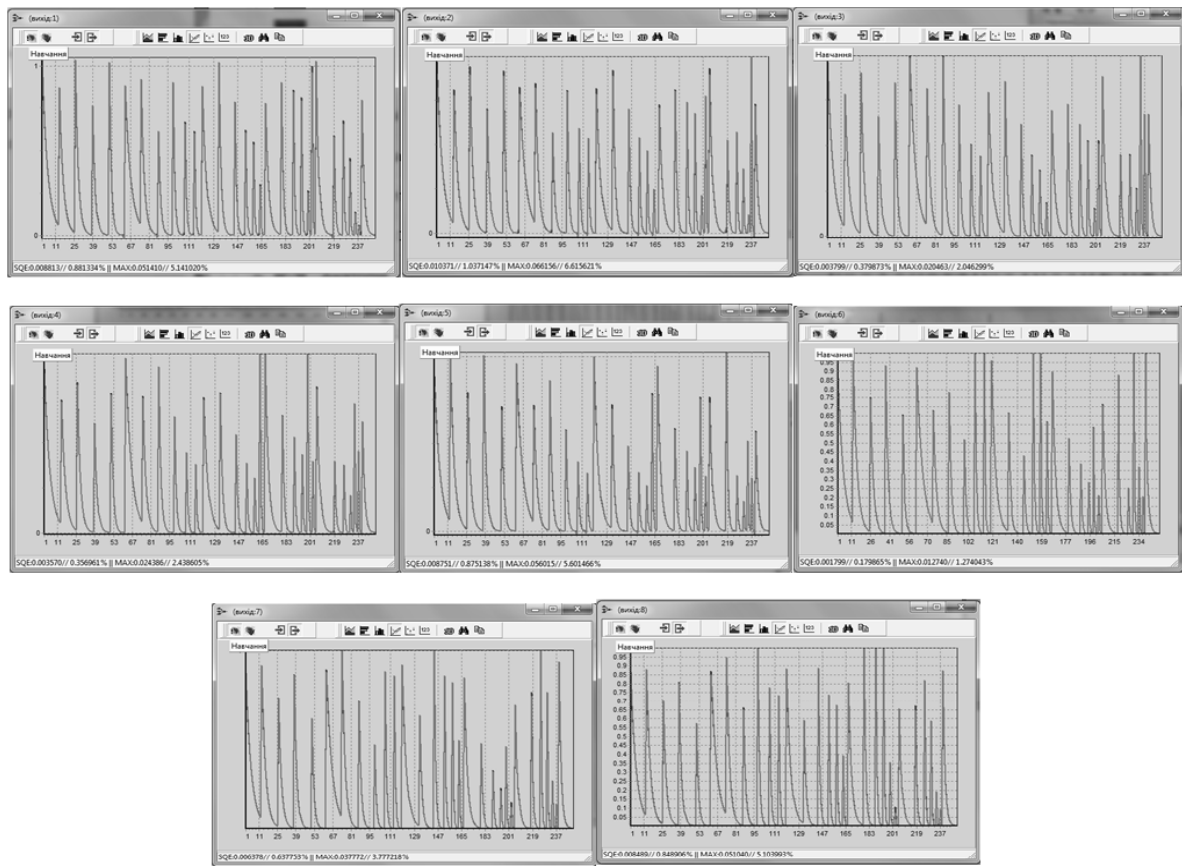


Рис. 2. Режим навчання ШМ для  $P_n(x_n, t)$

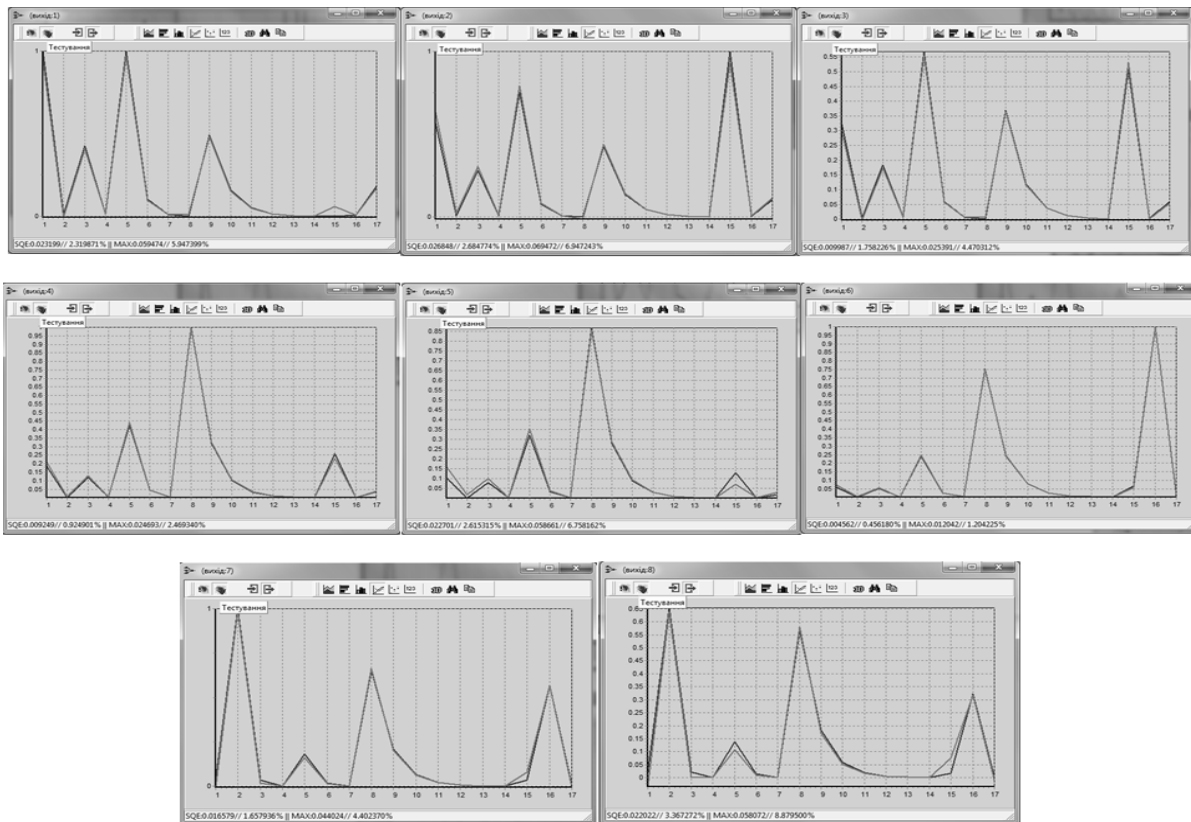


Рис. 3. Режим прогнозування ШМ для  $P_n(x_n, t)$

Результати порівняння трьох змінених вхідних параметрів обчислень  $P_n(x_n, t)$  та  $Q_n(x_n, t)$  та їхніх прогнозованих нейромережею значень наведено у таблиці.

### Результати досліджень

$P_1$	$P_2$	$ P_1 - P_2 $	$Q_1$	$Q_2$	$ Q_1 - Q_2 $	$P_1$	$P_2$	$ P_1 - P_2 $	$Q_1$	$Q_2$	$ Q_1 - Q_2 $
1	0,942	0,058	0,057	0,057	0,057	0,322	0,352	0,03	0,647	-0,000	0,000
0,568	0,634	0,066	0,365	0,336	0,336	0,243	0,249	0,006	0,750	0,092	0,092
0,323	0,297	0,026	0,702	0,646	0,646	0,183	0,160	0,023	0,839	0,171	0,171
0,184	0,206	0,022	0,793	0,710	0,710	0,138	0,108	0,03	0,891	0,214	0,214
0,104	0,160	0,056	0,839	0,729	0,729	0,104	0,098	0,006	0,901	0,214	0,214
0,059	0,071	0,012	0,928	0,793	0,793	0,078	0,082	0,004	0,917	0,222	0,222
0,034	-0,006	0,04	1,006	0,846	0,846	0,059	0,056	0,003	0,943	0,239	0,239
0,019	-0,034	0,053	1,034	0,850	0,850	0,044	0,045	0,001	0,954	0,241	0,241
0,011	-0,005	0,016	1,005	0,798	0,798	0,034	0,038	0,004	0,961	0,240	0,240
0,006	0,025	0,019	0,974	0,744	0,744	0,025	0,025	0	0,974	0,245	0,245
0,004	-0,003	0,007	1,003	0,751	0,751	0,019	0,015	0,004	0,984	0,247	0,247
0,002	0,008	0,006	0,991	0,718	0,718	0,014	0,009	0,005	0,990	0,246	0,246
0,001	0,017	0,016	0,982	0,688	0,688	0,011	0,010	0,001	0,989	0,238	0,238
0,001	0,004	0,003	0,995	0,681	0,681	0,008	0,008	0	0,991	0,232	0,232
1	0,987	0,013	0,012	-0,321	0,321	0,006	0,005	0,001	0,994	0,229	0,229
0,654	0,637	0,017	0,362	0,009	0,009	0,005	0,005	0	0,994	0,222	0,222
0,428	0,405	0,023	0,594	0,223	0,223	0,003	0,003	0	0,996	0,217	0,217
0,28	0,304	0,024	0,695	0,306	0,306	0,003	0,003	0	0,996	0,211	0,211
0,183	0,172	0,011	0,827	0,420	0,420	0,002	0,001	0,001	0,998	0,207	0,207
0,12	0,128	0,008	0,871	0,447	0,447	0,001	0,000	0,001	0,999	0,202	0,202
0,079	0,100	0,021	0,899	0,459	0,459	0,001	0,013	0,012	0,986	0,183	0,183
0,051	0,055	0,004	0,944	0,488	0,488	0,001	-0,013	0,014	1,013	0,204	0,204
0,034	0,018	0,016	0,981	0,509	0,509	0,001	0,006	0,005	0,993	0,179	0,179
0,022	0,001	0,021	0,998	0,511	0,511	1	0,995	0,005	0,004	-0,814	0,814
0,014	0,013	0,001	0,986	0,485	0,485	0,868	0,856	0,012	0,143	-0,680	0,680
0,009	0,009	0	0,990	0,474	0,474	0,753	0,751	0,002	0,248	-0,580	0,580
0,006	0,005	0,001	0,994	0,464	0,464	0,653	0,662	0,009	0,337	-0,496	0,496
0,004	0,004	0	0,995	0,452	0,452	0,567	0,579	0,012	0,420	-0,418	0,418
0,003	0,003	0	0,996	0,440	0,440	0,492	0,481	0,011	0,518	-0,325	0,325
0,002	0,002	0	0,997	0,428	0,428	0,427	0,439	0,012	0,560	-0,287	0,287
0,001	0,000	0,001	0,999	0,418	0,418	0,37	0,365	0,005	0,634	-0,218	0,218
0,001	0,000	0,001	0,999	0,406	0,406	0,321	0,325	0,004	0,674	-0,182	0,182
1	0,968	0,032	0,031	-0,573	0,573	0,279	0,289	0,01	0,710	-0,150	0,150
0,754	0,791	0,037	0,208	-0,407	0,407	0,242	0,244	0,002	0,755	-0,109	0,109
0,568	0,555	0,013	0,444	-0,182	0,182	0,21	0,202	0,008	0,797	-0,071	0,071
0,428	0,440	0,012	0,559	-0,078	0,078	0,182	0,171	0,011	0,828	-0,043	0,043

Позначення у таблиці є такими:  $P_1$  – розрахована за формулою (6) ймовірність роботи за заданої умови готовності неізотропної симетричної галуженої до 4-го рівня ІРС;  $P_2$  – спрогнозовані за допомогою неітераційної ШНМ ймовірність роботи за заданої умови готовності неізотропної симетричної, галуженої до 4-го рівня, ІРС;  $|P_1 - P_2|$  – абсолютні значення різниці  $P_1$  і  $P_2$ ;  $Q_1$  – розрахована за формулою (7) ймовірність відмови за заданої умови готовності неізотропної симетричної, галуженої до 4-го рівня, ІРС;  $Q_2$  – спрогнозовані за допомогою неітераційної ШНМ ймовірність відмови за заданої умови готовності неізотропної симетричної, галуженої до 4-го рівня, ІРС;  $|Q_1 - Q_2|$  – абсолютні значення різниці  $Q_1$  і  $Q_2$ .

Результати дійсних (синя крива) і прогнозованих (червона крива) за допомогою ШНМ значень  $P_n(x_n, t)$  та  $Q_n(x_n, t)$  показано на рис. 4.

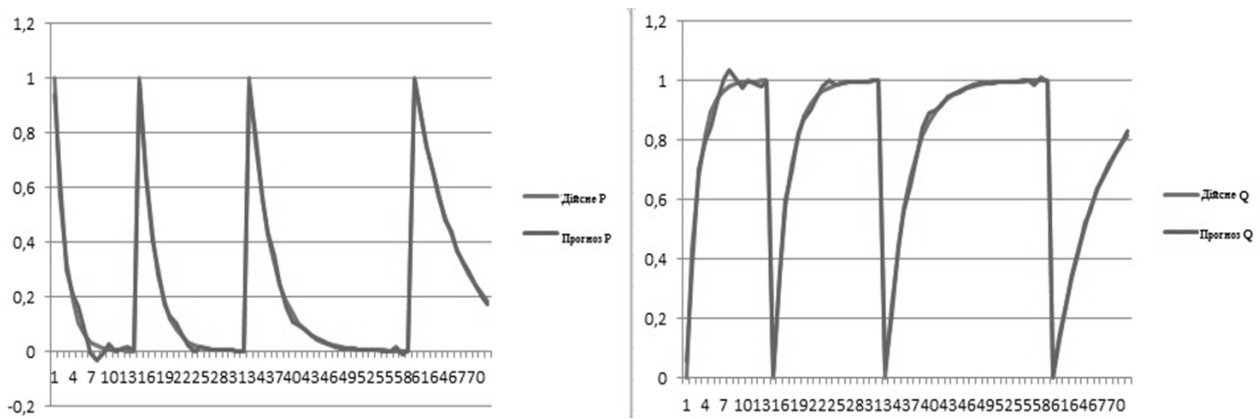


Рис. 4. Дійсні і прогнозовані за допомогою ШНМ для  $P_n(x_n, t)$  та  $Q_n(x_n, t)$

Аналіз отриманих результатів показує, що використання нейромереж для прогнозування характеристик надійності симетричних ІРС дає задовільні результати. Найбільшим є вигравш у швидкодії при здійсненні прогнозу характеристик надійності ІРС за допомогою ШНМ порівняно з розрахунком за формулами (6) і (7) за великої кількості рівнів галуження системи. Також швидкодія є вищою, якщо в системі є високонадійні елементи, тобто у випадках, коли необхідно опрацювати велику кількість статистичних даних.

Встановлено, що для здійснення прогнозу показників надійності ІРС якнайкраще підходить ШНМ типу bottles neck внаслідок можливості компресії великої кількості даних.

ШНМ можна використовувати для швидкого розрахунку параметрів ІРС із задовільною точністю, що є особливо актуальним при: розробці ІРС на етапі проектування; виявленні “слабкого” місця в ІРС, моделюванні роботи ІРС у режимі реального часу тощо.

1. Ушаков И.А. Вероятностные модели надежности информационно-вычислительных систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 132 с.
2. Марунчак Д.Є., Сидор А.Р. Розрахунок надійності ієрархічних розгалужених систем зі старіючими вихідними елементами: Навч. посібник. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2006. – 72 с.
3. Марунчак Д.Є., Сидор А.Р. Надійність розгалужених систем: Навч. посібник. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2007. – 124 с.
4. Ткаченко Р.О. Неітераційне навчання штучних нейронних мереж прямого поширення // Технічні вісті. – 1999. – № 1(8), 2(9). – С. 41–42.
5. Ткаченко Р.О. Штучна нейронна мережа таблично-алгоритмічного типу // Вісник Держ. ун-ту “Львівська політехніка” “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”. – 1999. – № 351. – С. 91–93.
6. Ткаченко Р.О. Павлюк О.М. Козут Р.М. Лінеаризація задач передбачення шляхом фазифікації // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”. – 2004. – № 521. – С. 214–219.
7. Ткаченко Р.О., Павлюк О.М., Ткаченко П.Р. Особливості тренування нейромереж прямого поширення за методом “К найближчих сусідів” // Відбір і обробка інформації. – 2004. – № 20(96). – С. 121–126.