

О.В. Юркевич, І.М. Сольський\*, А.С. Андрущак  
 Національний університет “Львівська політехніка”,  
 кафедра телекомунікацій,  
 \*НВО “Карат”

## ПРОСТОРОВИЙ РОЗПОДІЛ ЕЛЕКТРОІНДУКОВАНИХ ЗМІН ОПТИЧНОГО ШЛЯХУ В КРИСТАЛАХ $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$

© Юркевич О.В., Сольський І.М., Андрущак А.С., 2009

O.V. Yurkevych, I.M. Solskii, A.S. Andrushchak

## SPATIAL DISTRIBUTION OF ELECTRO-INDUCED CHANGES OF OPTICAL PATH LENGTH IN $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ CRYSTALS

© Yurkevych O.V., Solskii I.M., Andrushchak A.S., 2009

Для кристалів  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ , що належать до класу симетрії  $3m$ , вперше побудовані вказівні поверхні електроіндукованої зміни оптичного шляху та їх стереографічні проекції. Визначено екстремальні значення для кожної поверхні та проведено порівняльний аналіз із вказівними поверхнями електрооптичного ефекту, що описують електроіндуковану зміну показника заломлення.

At first for the crystals of  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ , which belong to  $3m$  symmetry class, the indicative surfaces and their stereographic projections for electro-induced change of optical path length were built. Extreme values for every surface were determined and the comparative analysis with the indicative surfaces of electro-optical effect, which describe the electro-induced change of refractive index, was carried out.

### Вступ

Відомо, що ніобат літію  $\text{LiNbO}_3$  є одним з класичних електрооптичних кристалів [1], який до того ж дуже широко використовують [2, 3] в електрооптичних модуляторах, дефлекторах, лініях затримки тощо. На відміну від чистого ніобату літію, ізоморфні кристали  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$  мають вищу променеву стійкість [4]. Проте їхні електрооптичні характеристики усе ще недостатньо вивчено. Зокрема, виникає потреба в дослідженні просторової анізотропії електроіндукованих змін оптичного шляху чи різниці ходу в таких кристалах з метою вибору зразків оптимальної орієнтації для найефективнішого їх практичного використання.

У роботі [5] на основі заповненої матриці електрооптичних коефіцієнтів  $r_{ij}$  було побудовано вказівні поверхні електрооптичного ефекту (ЕОЕ), що описують зміну показника заломлення  $n_i$  під дією електричного поля. Відомо, що зміна оптичного шляху чи оптичної різниці ходу променя під час проходження крізь кристал під дією електричного поля зумовлена як зміною показника заломлення внаслідок електрооптичного ефекту, так і зміною товщини кристала в напрямку просвітлення внаслідок оберненого п'єзоелектричного ефекту. Проте останній чинник, як правило, досі не враховували в аналізі. Для усунення цього недоліку у цій роботі ми пропонуємо ввести вказівні поверхні електроіндукованої зміни оптичного шляху з урахуванням оберненого п'єзоелектричного ефекту як практичну характеристику анізотропії ЕОЕ. Такі поверхні мають велике значення саме для практичного застосування оптичних матеріалів. Раніше схожий підхід був застосований в [6] для опису п'єзоіндукованої зміни оптичного шляху для конкретного випадку однопрохідних інтерферометрів.

### Виведення необхідних робочих співвідношень

Виведемо співвідношення, необхідні для побудови вказівних поверхонь електроіндукованої зміни оптичного шляху для кристалів, що належать до класу симетрії  $3m$ . Розмістимо зразок завтовшки  $t_k$  в одному із плечей, двохпрохідного інтерферометра, наприклад, інтерферометра Майкельсона. Тоді для такого зразка формулу, яка описує зміну оптичного шляху  $d\Delta_{ik1}$ , індуковану електричним полем  $E_1$ , можна записати так [5]:

$$d\Delta_{ik1} = 2(t_k dn_i + (n_i - 1)dt_k) = -r_{i1}n_i^3 E_1 t_k + 2(n_i - 1)d_{1k} E_1 t_k, \quad (1)$$

де  $d_{lk}$  – п'єзоелектричні коефіцієнти.

Тоді залежність зміни різниці ходу в розрахунку на одиницю довжини кристала в напрямку просвітлення та на одиницю електричного поля матиме такий вигляд:

$$d\Delta = \frac{d\Delta_{ik1}}{E_1 t_k} = -r_{i1}n_i^3 + 2(n_i - 1)d_{1k}, \quad (2)$$

де індекси  $i, k, \ell$  відповідають трьом напрямкам в електрооптичному експерименті: поляризації світла  $i$ , напрямку його поширення  $k$  і напрямку прикладання електричного поля  $\ell$ .

У випадку однопрохідних інтерферометрів типу Маха-Цендера вираз у правій частині (1) і (2) потрібно поділити на 2. Щоб записати співвідношення для просторового розподілу оптичного шляху, у формулу (2) потрібно, замість  $r_{i\ell}$ ,  $d_{lk}$  і  $n_i$ , відповідно підставити їхні вирази із рівнянь просторових розподілів електрооптичних коефіцієнтів  $r'_{i\ell}$ , коефіцієнтів оберненого п'єзоелектричного ефекту  $d'_{lk}$  та показника заломлення  $n'_i$  (оптичної індикатриси). Тоді рівняння (2) набуде такого вигляду:

$$d\Delta' = -r'_{i1}n_i'^3 + 2(n'_i - 1)d'_{1k}. \quad (3)$$

Звідси випливає, що величину радіус-вектора  $\mathbf{r}$ , який описує поверхню електроіндукованої зміни оптичного шляху  $\delta\Delta'$ , можна визначити, підставляючи в (3) значення радіус-векторів вказівних поверхонь  $r'_{i\ell}$ ,  $d'_{lk}$  і значення  $n'_i$  для напрямку  $\mathbf{r}$ . Це рівняння справедливе для кристалів будь-якого класу симетрії і, зокрема, для кристалів групи  $3m$ , до якої належать кристали  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ . Запишемо рівняння вказівних поверхонь електроіндукованої зміни оптичного шляху аналогічно до рівнянь вказівних поверхонь електрооптичного ефекту, які описують електроіндуковану зміну показника заломлення і наведені в [5]. Тоді під час побудови вказівних поверхонь доцільніше перейти до сферичної системи координат, де напрямки прикладання електричного поля  $\ell$ , поширення світла  $\mathbf{k}$  та поляризації світлової хвилі  $\mathbf{i}$ , що збігаються з осями рухомої системи координат  $X'_1, X'_2, X'_3$  (див. рис. 1), задаються сферичними координатами  $\theta$  і  $\varphi$ . Для кристалів симетрії  $3m$  рівняння вказівних поверхонь електрооптичного (однієї для поздовжнього та трьох для поперечного ЕОЕ) та оберненого п'єзоелектричного ефектів і вираз для просторового розподілу показника заломлення  $n'_i$  були виведені нами в [5] і мають такий вигляд:

$$r'_{ii}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) = -r_{22}\sin^3 q \sin 3j + (r_{13} + 2r_{51})\sin^2 q \cos q + r_{33}\cos^3 q; \quad (4)$$

$$r'_{i1}^{(i)}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) = -r_{22}\sin^2 q \cos 3j; \quad (5)$$

$$r'_{j1}^{(1)}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) = r_{22}\sin q \sin 3j + r_{13}\cos q; \quad (6)$$

$$r'_{i1}^{(k)}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) = r_{22}\sin q \cos^2 q \sin 3\varphi + r_{13}\cos^3 q - (2r_{51} - r_{33})\sin^2 q \cos q; \quad (7)$$

$$d'_{1k}^{(1)}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) = -d_{22}\cos^2 q \sin q \sin 3j + d_{31}\cos^3 q + (d_{33} - d_{15})\sin^2 q \cos q; \quad (8)$$

$$d'_{1k}^{(i)}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) = -d_{22}\cos^2 q \cos 3j; \quad (9)$$

$$d_{ii}^{\prime(k)}(q, j) = -d_{22} \sin^3 q \sin 3j + d_{33} \cos^3 q + (d_{31} + d_{15}) \sin^2 q \cos q; \quad (10)$$

$$n_i^{\prime}(q, j) = (n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-1/2}. \quad (11)$$

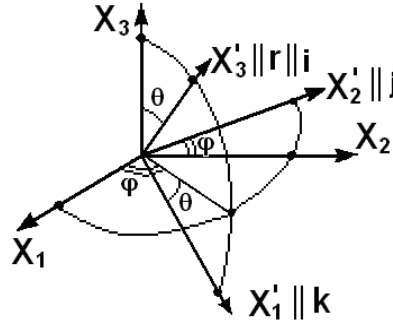


Рис. 1. Просторове положення рухомої системи координат  $X'_1, X'_2, X'_3$  стосовно кристалофізичної системи координат  $X_1, X_2, X_3$  для випадку одновісних кристалів

Тоді, використовуюючи останні рівняння, одержимо із (3), аналогічно до рівнянь вказівних поверхонь електрооптичного ефекту, чотири вказівні поверхні електроіндукованої зміни оптичного шляху:

- поздовжня вказівна поверхня ( $\mathbf{r} \parallel \mathbf{i} \parallel \mathbf{t} \parallel X'_3, \mathbf{k} \parallel X'_1$  – див. рис. 1):

$$\begin{aligned} d\Delta'_{ii}(q, j) &= -r'_{ii}(j, q)n_i^{\prime 3}(j, q) + 2(n'_i(j, q) - 1)d'_{1k}(j, q) = \\ &= (r_{22} \sin^3 q \sin 3j - (r_{13} + 2r_{51}) \sin^2 q \cos q - r_{33} \cos^3 q)(n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-3/2} + \\ &\quad + 2((n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-1/2} - 1)(-d_{22} \cos^2 q \sin q \sin 3j + d_{31} \cos^3 q + \\ &\quad + (d_{33} - d_{15}) \sin^2 q \cos q); \end{aligned} \quad (12)$$

- поперечна вказівна поверхня поляризації світла ( $\mathbf{r} \parallel \mathbf{i} \parallel X'_3, \mathbf{t} \parallel X'_2, \mathbf{k} \parallel X'_1$ ):

$$\begin{aligned} d\Delta_{ii}^{\prime(i)}(q, j) &= -r'_{ii}(j, q)n_i^{\prime 3}(j, q) + 2(n'_i(j, q) - 1)d'_{1k}(j, q) = \\ &= r_{22} \sin^2 q \cos 3j (n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-3/2} - \\ &\quad - 2((n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-1/2} - 1) d_{22} \cos^2 q \cos 3j; \end{aligned} \quad (13)$$

- поперечна вказівна поверхня електричного поля ( $\mathbf{r} \parallel \mathbf{t} \parallel X'_3, \mathbf{j} \parallel X'_2, \mathbf{k} \parallel X'_1$ ):

$$\begin{aligned} d\Delta_{jl}^{\prime(1)}(q, j) &= -r'_{jl}(j, q)n_i^{\prime 3}(j, q) + 2(n'_i(j, q) - 1)d'_{1k}(j, q) = \\ &= -(r_{22} \sin q \sin 3j + r_{13} \cos q)(n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-3/2} - \\ &\quad - 2((n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-1/2} - 1) (d_{22} \cos^2 q \sin q \sin 3j - d_{31} \cos^3 q - (d_{33} - d_{15}) \sin^2 q \cos q); \end{aligned} \quad (14)$$

- поперечна вказівна поверхня хвильового вектора ( $\mathbf{r} \parallel \mathbf{k} \parallel \mathbf{t} \parallel X'_3, \mathbf{i} \parallel X'_1$ ):

$$\begin{aligned} d\Delta_{ii}^{\prime(k)}(q, j) &= -r'_{ii}(j, q)n_i^{\prime 3}(j, q) + 2(n'_i(j, q) - 1)d'_{1k}(j, q) = \\ &= (r_{22} \sin q \cos^2 q \sin 3j - r_{13} \cos^3 q + (2r_{51} - r_{33}) \sin^2 q \cos q) \times \\ &\quad \times (n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-3/2} - \\ &\quad - 2((n_o^{-2} \sin^2 q + n_e^{-2} \cos^2 q)^{-1/2} - 1) (d_{22} \sin^3 q \sin 3j - d_{33} \cos^3 q - (d_{31} + d_{15}) \sin^2 q \cos q). \end{aligned} \quad (15)$$

### Побудова вказівних поверхонь та їх порівняльний аналіз

На основі співвідношень (12)–(15) були побудовані вказівні поверхні електроіндукованої зміни оптичного шляху та їх стереографічні проекції, показані на рис. 2. Для цього використані значення показників заломлення, електро- [7] та п'єзоелектричних [8] коефіцієнтів, наведені в табл. 1.

**Значення електрооптичних та п'єзоелектричних коефіцієнтів (в од.  $10^{-12}$  м/В)  
і показників заломлення для  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$  із [7, 8]**

	$r_{22}$	$r_{13}$	$r_{33}$	$r_{51}$	$d_{31}$	$d_{15}$	$d_{22}$	$d_{33}$	$n_o$	$n_e$
$\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$	7.47	10.9	34.3	34.9	0.4	66.6	19.2	4.1	2.2841	2.1994

Проведемо порівняльний аналіз поверхонь  $\delta\Delta'$  і відповідних поверхонь  $r'_{il}$ . Як поверхні  $r'_{il}$ , так і відповідні поверхні  $\delta\Delta'$  не є поверхнями обертання відповідно до теореми Германа [9], а також зберігають усі основні елементи симетрії, а саме – вісь симетрії третього порядку та три площини симетрії, характерні для класу  $3m$ . З рис. 2 зрозуміло, що усі поверхні електроіндукованої зміни оптичного шляху характеризуються значною анізотропією, включаючи зміну знака. Зазначимо, що  $r'_{il}$  входить в  $\delta\Delta'$  із знаком “–”, тому додатному значенню поверхні  $r'_{il}$  відповідає від'ємне значення  $\delta\Delta'$ , і навпаки.

Оскільки просторові зміни показника заломлення малі ( $< 4\%$ ), тому в подальшому аналізі знехтуємо його впливом. З вигляду поверхонь бачимо, що внесок п'єзоелектричного ефекту в  $\delta\Delta'$  доволі істотний. Для випадку поверхні  $d\Delta_{il}^{(i)}(q, j)$  (рис. 2: 2.б) поява пелюсток вздовж  $X_3$  зумовлена оберненим п'єзоелектричним ефектом, який істотно зростає за значень  $\theta$ , близьких до нуля (максимальне значення зміни різниці ходу в області цих пелюсток дорівнює  $\approx 46.1 \cdot 10^{-12}$  м/В). Тоді як усі інші пелюстки зумовлені переважно ЕОЕ, який дає фактично 100 % внесок в екстремальне значення величини зміни різниці ходу для цієї поверхні. Із стереографічної проекції (рис. 2: 3.б) зрозуміло, що електро- і п'єзоелектричні внески мають протилежний знак для кожного значення  $\varphi$  (крім  $\varphi = 30^\circ + 60^\circ m$ ,  $m = 0, 1, 2 \dots$ ), що призводить до появи кільця нульових значень ( $\theta \approx 38^\circ$ ) у центрі.

Особливо значні п'єзоелектричні внески для поверхонь  $d\Delta_{jl}^{(1)}(q, j)$  та  $d\Delta_{il}^{(k)}(q, j)$  (рис. 2: 2 в та г) в їхніх екстремальних значеннях (33 і 44 % відповідно – див. табл. 2). У напрямках, близьких до екстремального, поверхні мають тенденцію видовжуватися, що зумовлено збігом (з точністю до декількох градусів по  $\theta$ ) і додаванням максимумів електро- і п'єзоелектричних внесків. Винятком є лише центральна пелюстка  $d\Delta_{il}^{(k)}(q, j)$ , яка незначно зменшується п'єзоелектричним внеском. Під час наближення до ізотропної площини фігури стають тоншими.

**Екстремальні значення ефекту для вказівних поверхонь  
електроіндукованих змін оптичного шляху кристалів  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$**

Назва поверхні, номер рисунка	Екстремальні значення $\delta\Delta'$ і його електрооптична та п'єзоелектрична складові, $10^{-12}$ м/В			Кутові координати напрямків екстремальних значень $\delta\Delta'$	
	$\delta\Delta'$	$-r'_{il}n_i^3$	$2(n'_i - 1)d'_{lk}$	$\theta$	$\varphi$
$d\Delta'_{ii}(q, j)$ , (рис. 2.а)	$\approx 530.8$	$\approx 487.4$ (92%)	$\approx 43.4$ (8%)	$50^\circ$ ( $130^\circ$ )	$90^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ ( $30^\circ, 150^\circ, 270^\circ$ )
$d\Delta_{il}^{(i)}(q, j)$ , (рис. 2.б)	$\approx 89$	$\approx 89$ (100%)	0 (0%)	$90^\circ$ ( $90^\circ$ )	$60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$ ( $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$ )
$d\Delta_{jl}^{(1)}(q, j)$ , (рис. 2.в)	$\approx 228.7$	$\approx 154.2$ (67%)	$\approx 74.5$ (33%)	$46^\circ$ ( $134^\circ$ )	$30^\circ, 150^\circ, 270^\circ$ ( $90^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ )
$d\Delta_{il}^{(k)}(q, j)$ , (рис. 2.г)	$\approx 217.5$	$\approx 121$ (56%)	$\approx 96.5$ (44%)	$117^\circ$ ( $63^\circ$ )	$30^\circ, 150^\circ, 270^\circ$ ( $90^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ )

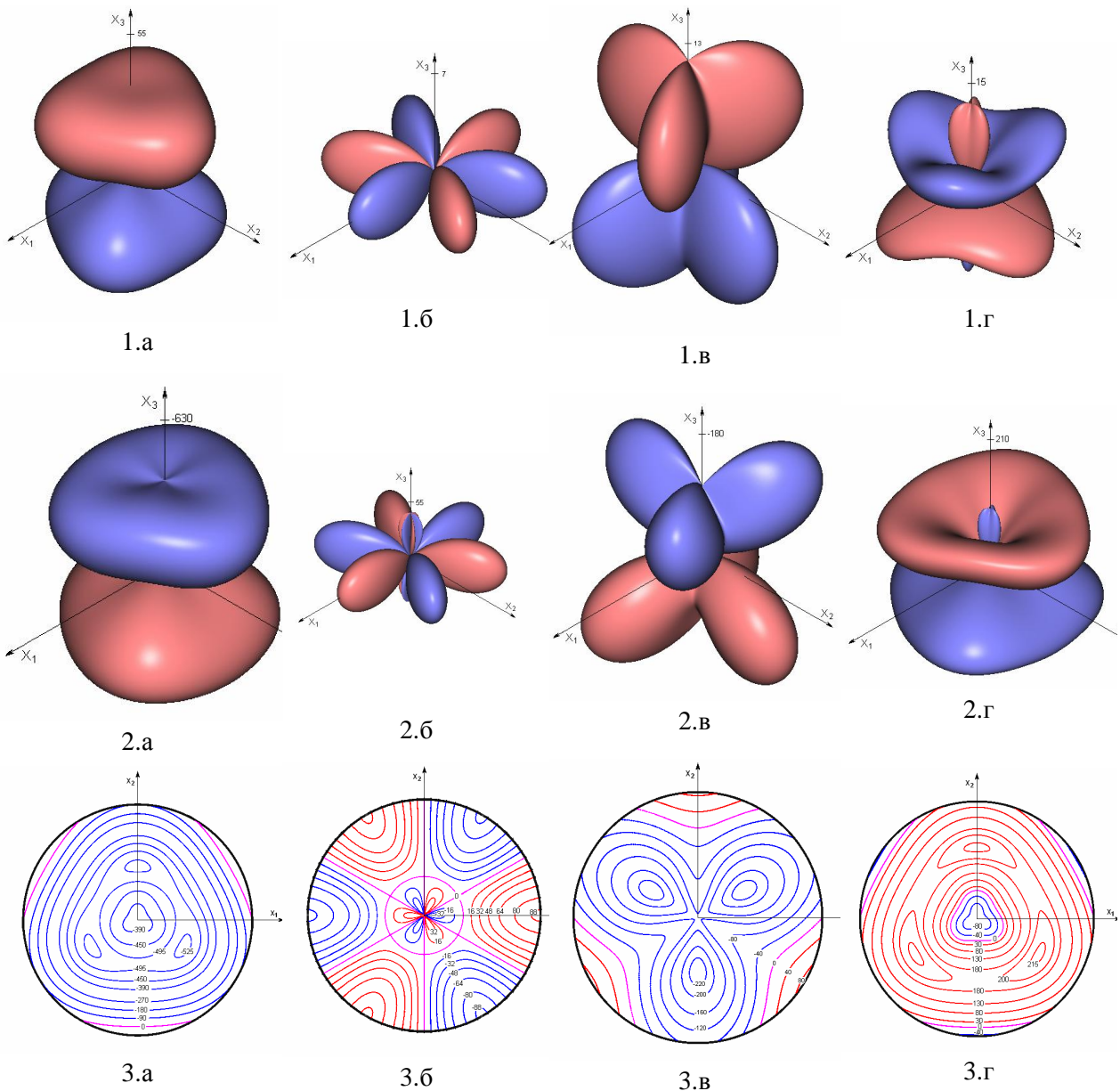


Рис. 2. Загальний вигляд вказівних поверхнь електрооптичного ефекту кристалів  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ :

1.а – поздовжня поверхня  $r'_{ij}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$ , 1.б – поперечна поверхня поляризації світла  $r'_{il}^{(i)}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$ ,

1.в – поперечна поверхня електричного поля  $r'_{il}^{(1)}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$  та 1.г – поперечна поверхня хвильового вектора  $r'_{il}^{(k)}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$  і відповідні їм поверхні електроіндукованої зміни оптичного шляху  $d\Delta'_{ii}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$  – 2.а,

$d\Delta_{il}^{(i)}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$  – 2.б,  $d\Delta_{il}^{(1)}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$  – 2.в,  $d\Delta_{il}^{(k)}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$  – 2.г та їхні стереографічні проєкції

(3.а, 3.б, 3.в та 3.г відповідно)

Цікавою є поверхня  $d\Delta'_{ii}(\mathbf{q}, \mathbf{j})$  (див. рис. 2: 2.а) завдяки найбільшому серед усіх поверхнь екстремальному значенню величини ефекту. П'єзоелектричний внесок у величину електроіндукованої зміни оптичного шляху є значно менший, ніж у попередніх випадках, а напрямок максимуму згаданого внеску істотно не збігається за кутом  $\varphi$  (хоча кути  $\theta$  близькі і приблизно дорівнюють  $50^\circ$ ) з внеском електрооптичного ефекту (наприклад, якщо максимум електрооптичного внеску спостерігаємо за  $\varphi = 90^\circ$ , то максимум п'єзоелектричного – за  $\varphi = 30^\circ$ ). Тому фігура на рис. 2: 2.а набуває більш zdeформованого вигляду порівняно з фігурою на рис. 2: 1.а.

На усіх стереографічних проекціях існують ізолінії нульового значення, що свідчить про практичну можливість досягнення багатьох геометрій експерименту, у яких електроіндукована зміна оптичного шляху дорівнюватиме нулеві.

### Висновки

Для кристалів  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ , що належать до класу симетрії  $3m$ , вперше побудовані вказівні поверхні електроіндукованої зміни оптичного шляху та їх стереографічні проекції, що дало змогу вивчити для цих кристалів просторову анізотропію зміни оптичного шляху, індукованої електричним полем.

Проведений порівняльний аналіз із вказівними поверхнями електрооптичного ефекту, які описують електроіндуковану зміну показника заломлення, показав деяку відмінність відповідних вказівних поверхонь та істотну величину п'єзоелектричного внеску, що свідчить про необхідність його врахування під час розробки електрооптичних пристроїв на основі кристалів  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ .

Для кожної побудованої поверхні визначено екстремальні значення, що дає можливість задати таку геометрію експерименту, за якої кристали  $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$  можуть бути найефективніше використані як робочі елементи електрооптичних пристроїв.

**Робота виконана за підтримки Українського науково-технологічного центру (проект № 4584).**

1. Кузьминов Ю.С. // *Электрооптический и нелинейнооптический кристалл ниобата лития*. – М.: Наука, 1987. – 264 с. 2. Kaminow I.P., Tingye Li, Willner A.E. // *Optical Fiber Telecommunications V*. – Academic Press, 2008. – 915 с. 3. Davydov B.L., Yagodkin D.I. // *Quantum electronics*. – 2005. – Vol. 35, № 11. – P. 1071–1074. 4. Sugak D.Yu., Matkovskii A.O., Solskii et. al. // *Cryst. Res. Technol.* – 1997. – Vol. 32. – P. 805–809. 5. Andrushchak A.S., Mytsyk B.G., Demyanyshyn N.M., Kaidan M.V., Yurkevych O.V., Solskii I.M., Kityk A.V., Schranz W. // *Opt. Lasers. Eng.* – 2009. – Vol. 47. – P. 24–30. 6. Влох О.Г., Мыцык Б.Г., Андрущак А.С., Прыриз Я.В. // *Кристаллография*. – 2000. – Т. 45, № 1. – С. 144–150. 7. Andrushchak A.S., Mytsyk B.G., Demyanyshyn N.M., Kaidan M.V., Yurkevych O.V., Solskii I.M., Kityk A.V., Schranz W. // *Opt. Lasers. Eng.* – 2009. – Vol. 47. – P. 31–38. 8. Лаба Г.П., Юркевич О.В., Карбовник І.Д., Кайдан М.В., Думич С.С., Сольський І.М., Андрущак А.С. // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2008. – № 619: Електроніка. – С. 172–180. 9. Герман В.Л. // *Докл. АН СССР*. – 1945. – Т. 48, № 2. – С. 95.