

системою малих зразків призводить до розбіжності профілів залежностей інтенсивності резонансного сигналу і  $V_1$ .

1. Шнайдер Г., Дулленкоф П. // Приборы для научн. исслед. – 1977. – Т. 48, № 1. – С. 68–73.
2. Гречишкин В.С., Синяевский Н.Я // Успехи физ. наук. – 1993. – Т. 163, № 10. – С. 96–119.
3. Парселл Э. Электричество и магнетизм. – М., 1971.
4. Леше А. Ядерная индукция. – М., 1963.
5. Matthias Weller. NMR/NQR studies at very low temperatures and high pressures in strongly correlated electron systems // Diss. ETH. – 2008. – №. 17290.

УДК 539.293

**В.В. Гоблик, В.А. Павлиш, І.В. Ничай**

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра електронних засобів інформаційно-комп'ютерних технологій

## **РОЗПОДІЛ ПОЛЯ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПЛАСТИНИ ЗІ СКЛАДНИМ ПРОФІЛЕМ ЗМІНИ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ**

© Гоблик В.В., Павлиш В.А., Ничай І.В., 2009

**V.V. Hoblyk, V.A. Pavlysh, I.V. Nychai**

## **DISTRIBUTING OF THE FIELD OF DIELECTRIC PLATE WITH COMPLEX PROFILE OF DIELECTRIC PERMITTIVITY CHANGE**

© Hoblyk V.V., Pavlysh V.A., Nychai I.V., 2009

Для дослідження особливостей формування поля діелектричної пластини зі складним профілем зміни діелектричної проникності наведено математичну модель у вигляді гіллястого ланцюгового дробу. Представлено результати просторового розподілу поля над структурою для різних значень її конструктивних параметрів та параметрів функції, яка описує її діелектричну проникність.

In given paper the mathematical model in form of branched continual fraction for research of features of forming of the field of periodically nonuniform dielectric plate with complex profile of dielectric permittivity change is considered. The numerical results of spatial distribution of the field for the different parameters of function that describe dielectric permittivity of plate are represented.

### **Вступ**

Дослідження закономірностей формування просторово-кутового розподілу поля періодично-неоднорідною діелектричною пластиною (ДП) та особливостей хвильових процесів, що підтримуються такою пластиною, має важливе науково-практичне значення для широкого кола завдань створення елементів сучасних інфокомунікаційних систем з поліпшеними параметрами. Структури з просторовою періодичністю параметрів матеріалів як об'єкт дослідження цієї роботи лежать в основі побудови фотонних, фононних та плазмонних кристалів, просторових фільтрів, комутаторів та маршрутизаторів інформаційних каналів, засобів обробки інформації тощо [1–5].

Особливості формування просторового розподілу поля одновимірних періодично-неоднорідних структур з однократною періодичністю модуляції їх параметрів досліджувались частково в [6–7] з

використанням математичних моделей у вигляді гіллястих ланцюгових дробів – строгих аналітичних рішень відповідних електродинамічних задач збудження періодично-неоднорідних структур [8–11]. Згадані дослідження виявили багато електродинамічних ефектів, на основі яких були запатентовані конструкції антен поверхневих хвиль на основі періодично-неоднорідних ребристих та метало-діелектричних структур [12, 13]. Проте потенційні можливості таких структур зі складними законами модуляції їх конструктивних параметрів для задач створення нових елементів інфокомунікаційних систем на основі модульованих нанорозмірних структур сьогодні далеко не повною мірою досліджені.

Такі дослідження ще недавно обмежувались існуючим станом розвитку засобів автоматизованих розрахунків. Проте сьогодні стало можливим дослідити особливості електромагнітних взаємодій сторонніх джерел поля зі структурами, конструктивні параметри яких модульовані складними періодичними послідовностями імпульсних функцій. Такі складні періодичні закони утворюються накладанням одна на одну кратних періодичних послідовностей імпульсних функцій довільної форми.

У цій роботі як предмет досліджень виділені характеристики формування просторового розподілу поля плоскої ДП зі складним профілем зміни діелектричної проникності. Новизною роботи є математична модель, результати числового дослідження та аналіз особливостей формування просторового розподілу поля періодично-неоднорідної ДП, збудженої ниткою магнітного струму за різних значень параметрів модуляції її діелектричної проникності.

### Основні математичні співвідношення

Розглянемо нескінченну вздовж осі  $x$  та  $y$  ДП завтовшки  $b$  ( $b \ll \lambda$ ,  $\lambda$  – довжина хвилі), розміщену у вільному просторі з параметрами  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\sigma_E=0$ , де  $\epsilon_0$  та  $\mu_0$  – діелектрична та магнітна проникності вільного простору,  $\sigma_E$  – провідність середовища.

Задамо закон розподілу діелектричної проникності пластини  $\epsilon(y)$  вздовж осі  $y$  функцією з двократною періодичністю у вигляді (1) [9]:

$$\epsilon(y) = \epsilon_{a0} + \epsilon_{aM1} \sum_{n_1=-\infty}^{n_1=\infty} \text{rect}\left(\frac{y - n_1 d_1}{\Delta}\right) + \epsilon_{aM2} \sum_{n_2=-\infty}^{n_2=\infty} \text{rect}\left(\frac{y - n_2 d_2}{\Delta}\right), \quad (1)$$

де  $\epsilon_{a0}$  – стала складова діелектричної проникності пластини;  $\epsilon_{aM1}$  та  $\epsilon_{aM2}$  – амплітуди діелектричних неоднорідностей завширшки  $\Delta$  з періодами  $d_1$  та  $d_2$  ( $d_2 = n d_1$ ,  $n=2, 3, \dots, N$ ) відповідно.

Профіль зміни діелектричної проникності  $\epsilon(y)$  вздовж осі  $y$  для випадку, коли  $\epsilon_{a0} = 2\epsilon_0$ ,  $\epsilon_{aM1} = \epsilon_0$ ,  $\epsilon_{aM2} = -1.5\epsilon_0$  та  $d_2 = 2d_1$ , показано на рис. 1.

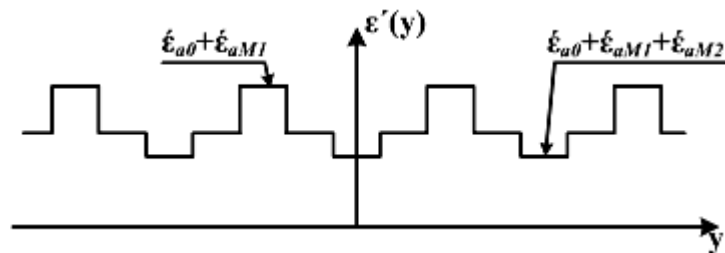


Рис. 1. Профіль зміни діелектричної проникності  $\epsilon(y)$  вздовж осі  $y$  у пластини

Як джерело збудження структури задамо нитку магнітного струму, синфазного вздовж осі  $x$  за допомогою такого виразу [14]:

$$I_x^M(y, z) = I_{x0}^M d(y-0) d(z-0), \quad (2)$$

де  $\dot{I}_x^M = [\dot{n} \times \dot{E}_y]$ ,  $\dot{E}_y$  – напруженість електричного поля;  $\dot{n}$  – одиничний вектор нормалі до поверхні ДП. Фактично реалізувати таке джерело як варіант можна у вигляді пристрою, описаного в [12].

Математична модель (3) як основний інструмент виконання наведених нижче досліджень побудована у цій роботі на основі результатів роботи [15], де задача збудження плоскої ДП довільними сторонніми джерелами поля зведена до розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма другого роду стосовно струмів поляризації, що протікають в пластині. Далі, в роботах [9–11], ця задача для класу законів модуляції діелектричної проникності пластини, накладеними одна на одну кратними періодичними послідовностями прямокутних функцій, зведена до аналізу гіллястих ланцюгових дробів [16, 17] – строгих рішень цієї задачі, отриманих у замкнутому вигляді. Отже, для випадку двократної модуляції діелектричної проникності функцією (1), що розглядається у цій роботі, згадана математична модель – гіллястий ланцюговий дріб – має такий вигляд:

$$F_2(\zeta) = -2i \frac{(\sqrt{\zeta^2 - 1})}{D_{0,\Delta}(\zeta) D_{1,\Delta}(\zeta) D_{2,\Delta}(\zeta)}, \quad (3)$$

де

$$D_{0,\Delta}(\zeta) = \sqrt{\zeta^2 - 1} - Z_0;$$

$$D_{1,\Delta}(\zeta) = 1 + Z_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{\sin c(n_1 p \Delta / d_1)}{D_{0,\Delta}(\zeta - n_1 T_1)};$$

$$D_{0,\Delta}(\zeta - n_1 T_1) = \sqrt{(\zeta - n_1 T_1)^2 - 1} - Z_0;$$

$$D_{2,\Delta}(\zeta) = 1 + Z_2 \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \frac{\sin c(n_2 p \Delta / d_2)}{D_{0,\Delta}(\zeta - n_2 T_2) D_{1,\Delta}(\zeta - n_2 T_2)};$$

$$D_{0,\Delta}(\zeta - n_2 T_2) = \sqrt{(\zeta - n_2 T_2)^2 - 1} - Z_0;$$

$$D_{1,\Delta}(\zeta - n_2 T_2) = 1 + Z_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{\sin c(n_1 p \Delta / d_1)}{\sqrt{(\zeta - n_1 T_1 - n_2 T_2)^2 - 1} - Z_0};$$

$$Z_0 = b' \epsilon'_{a0}, \quad Z_1 = -\frac{\epsilon'_{aM1} b' \Delta}{d_1}; \quad Z_2 = -\frac{\epsilon'_{aM2} b' \Delta}{d_2}; \quad \epsilon'_{a0} = \frac{\epsilon'_{a0}}{\epsilon_0};$$

$$\epsilon'_{aM1} = \frac{\epsilon'_{aM1}}{\epsilon_0}, \quad \epsilon'_{aM2} = \frac{\epsilon'_{aM2}}{\epsilon_0}; \quad b = \frac{b}{I}, \quad T_1 = \frac{I}{d_1}; \quad T_2 = \frac{I}{d_2}; \quad \epsilon_0 = 10^{-9}/36\pi \text{ [Ф/М]}; \quad \zeta = \frac{c}{k}.$$

Змінна  $c$  – просторова частота [14], визначена як  $c = 2p / I$  на інтервалі  $[-\infty \leq c \leq \infty]$ ;  $I$  – довжина хвилі в середовищі;  $k$  – хвильове число для вакууму.

Функція  $F_2(\zeta)$  в (3) описує спектральну густину сумарного поля, яке є результатом накладання поля стороннього джерела, та поля, утвореного наведеними в періодично-неоднорідній ДП поляризаційними струмами. Кутову залежність напруженості електричної складової поля отримаємо заміною змінних у формулі (3): змінну  $c$  замінимо на  $k \sin q^\circ$  (просторовий кут  $q^\circ$  відраховується від нормалі до періодично-неоднорідної структури). Беручи до уваги цю заміну, отримаємо з використанням пакета Matlab просторові розподіли поля для різновидностей функції  $\epsilon(y)$ . Враховуючи той факт, що структура, яка є об'єктом дослідження, симетрична, а також збуджується симетрично стосовно початку координат, розрахунок розподілу поля пластини в області дійсних кутів ( $-90^\circ \leq q^\circ \leq 90^\circ$ ) проводився тільки для верхньої півплощини ( $z > 0$ ), що і відображено нижче на графіках.

### Результати досліджень та їх обговорення

На рис. 2. показано декілька прикладів числових результатів, які характеризують вплив форми профілів періодичної зміни діелектричної проникності ДП, заданих формулою (1), на особливості формування просторових розподілів поля.

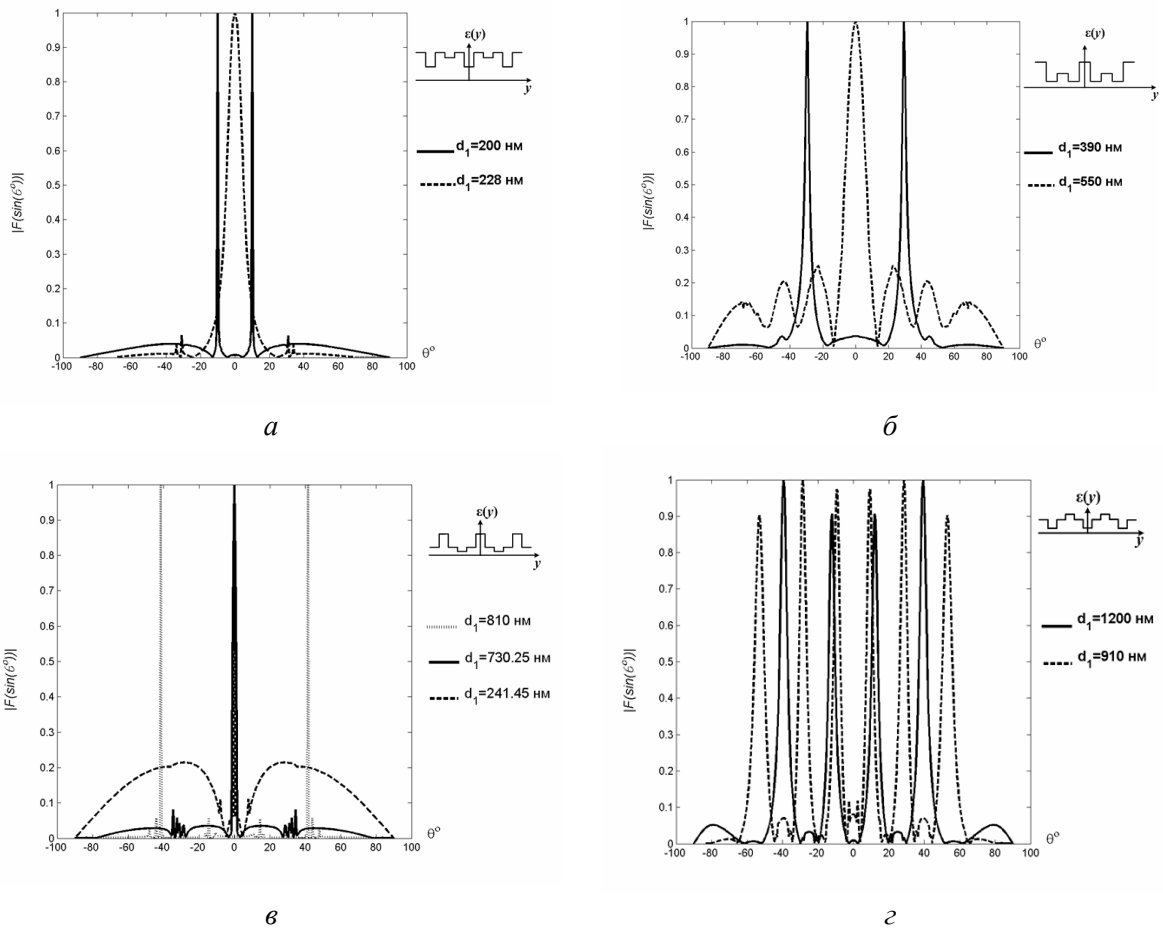


Рис. 2. Розподіл поля для декількох профілів зміни діелектричної проникності ДП ( $I=760$  нм,  $b=0.151$ ,  $D=0.151$ )

Результати, показані на рис. 2, мають важливе практичне значення для створення на основі структур з кратною періодичністю пристроїв інфокомунікаційних систем з поліпшеними технічними параметрами – випромінювачів із заданим розподілом поля, просторових фільтрів, мультиплексорів, інтерферометрів, зокрема і на основі нанорозмірних структур. Для цього можна використати виявлені закономірності формування ефектів напрямленого випромінювання поля вздовж нормалі та в напрямку заданих кутів до поверхні структури. Розширення можливостей управління положенням нулів в діаграмі спрямованості структури та напрямків концентрації випромінювання забезпечується використанням впливу параметрів додаткової модуляції структури з кратною періодичністю.

Зауважимо, що останнім часом увагу спеціалістів привертають періодично-неоднорідні структури, в яких неоднорідні включення характеризуються від'ємною діелектричною проникністю. Такі структури є перспективними для розроблення плазмонних кристалів [18]. Математична модель (3) також придатна для дослідження електродинамічних характеристик таких структур. Для цього у формулах (1) та (3) необхідно покласти  $\hat{\epsilon}_{aM2}=0$ . Тоді отримане співвідношення (3) описуватиме спектральну густину поля діелектричної пластини, модульованої однією періодичною послідовністю прямокутних функцій, властивості якої для додатних значень діелектричної проникності досліджені у [7, 11]. Періодичне включення в діелектричну пластину неоднорідностей з від'ємним значенням діелектричної проникності, як показано на рис. 3, забезпечимо виконанням умови ( $\hat{\epsilon}_{a0}+\hat{\epsilon}_{aM1}<0$ ) в (1).

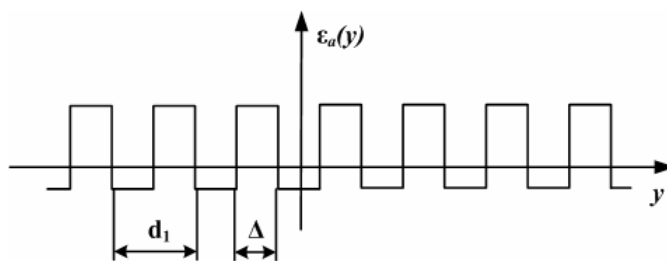


Рис. 3. Закон зміни діелектричної проникності пластини для випадку  $\epsilon_{a0} + \epsilon_{aM1} < 0$ ,  $\epsilon_{aM2} = 0$

На рис. 4 показано серію результатів дослідження просторово-кутового розподілу поля таких плазмонних кристалів.

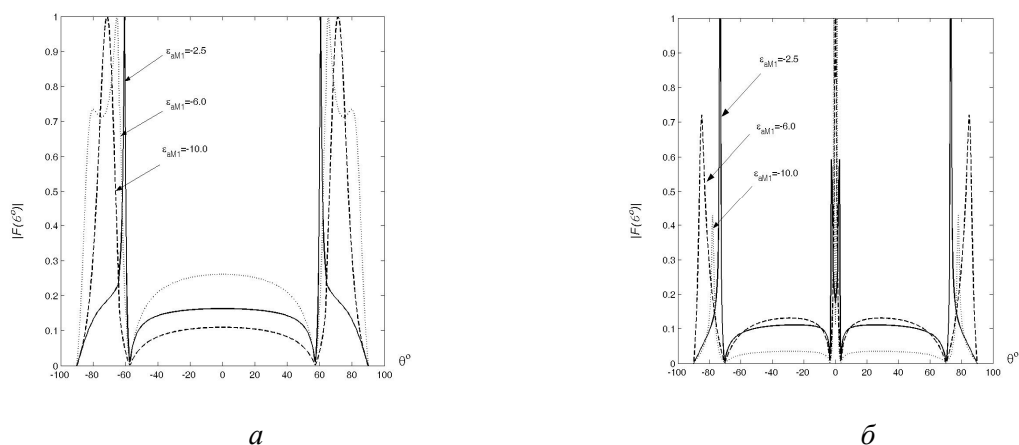


Рис. 4. Просторовий розподіл поля модульованої ДП ( $I=760$  нм,  $b=0.151$ ,  $D=0.151$ ):  
а –  $d_1=400$  нм; б –  $d_1=760$  нм

Порівняльний аналіз результатів (рис. 4) виявив, що зменшення величини від'ємної діелектричної проникності від  $-2.5$  до  $-10$  приводить до розширення головних пелюсток в діаграмах просторового розподілу поля плазмонного кристала, що не суперечить фізичним закономірностям, встановленим експериментальним шляхом.

### Висновки

У роботі на основі строгого рішення відповідної електродинамічної задачі розроблено ефективну математичну модель для дослідження широкого класу випромінювальних та хвилеводних структур у вигляді діелектричної пластини зі складним періодичним профілем поздовжнього розподілу діелектричної проникності. За результатами числових експериментів з використанням розробленої математичної моделі виявлені закономірності формування багатьох ефектів випромінювання та просторового розподілу поля, які виникають саме в структурах зі складними профілями зміни діелектричної проникності. Такі ефекти можуть бути використані для створення на базі періодично-неоднорідної пластини фотонних та плазмонних кристалів, просторових фільтрів, комутаторів інформаційних каналів та мультиплексорів з поліпшеними інфокомунікаційними параметрами.

1. Нанотехнологии в электронике / Под ред. Ю.А. Чаплыгина. – М.: Техносфера, 2005. – 448 с.
2. Нелин Е.А. // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2004. – № 3. – С. 18–25.
3. Кособукин В.А. // Окно в микромир. – 2002. – № 4 – С. 4–9.
4. Joannopoulos J.D., Meade R.D. and Winn J.N. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1995.

5. Жувикин Г. // *Компьютеры*. – 2001. – № 30 (407). 6. Гоблик В.В., Бобрышов О.И., Найчук В.С. // *Вестн. Львов. политехн. ин-та*. – 1987. – № 215: *Теория и проектирование полупроводниковых и радиоэлектронных устройств*. – С. 6–9. 7. Гоблик В.В., Ничай І.В. // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2008. – № 619: *Електроніка*. – С. 29–36. 8. Чаплин А.Ф. // *Вестн. Львов. политехн. ин-та*. – 1981. – № 152: *Теория и проектирование полупроводниковых и радиоэлектронных устройств и систем*. – С. 107–110. 9. Гоблик В.В. / *Теоретические и экспериментальные методы исследования антенн и устройств СВЧ: Сборник / Львов. политехн. ин-т*. – 1984. – С.27–70. – Рус. – Деп. в УкрНИИИТИ 11.11.84, № 1874 Ук-84. 10. Гоблик В.В., Гоблик Н.М. // *Вісн. Держ. ун-ту. “Львівська політехніка”*. – 1998. – № 352: *Радіоелектроніка та телекомунікації*. – С. 150–153. 11. Гоблик В.В., Павлиш В.А., Ничай І.В. // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2007. – № 595: *Радіоелектроніка та телекомунікації*. – С. 78–86. 12. Пат. України за № 15518. *Антенa поверхневої хвилі* / В.В. Гоблик, М.Ю. Михайлов, А.Ф. Чаплин, Є.М. Яцишин. – 1997. 13. Пат. № 18767. *Антенa поверхневої хвилі* / В.В. Гоблик, Р.Н. Грицай, Р.М. Філь. – Опубл. 25.12.97. – Бюл. № 6. – 1997. 14. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. *Возбуждение электромагнитных волн*. – 2-е изд. – М., 1983. – 179 с. 15. Чаплин А.Ф. // *Тр. Москов. энергетического ин-та*. – 1975. – Вып. 237. – С. 52–58. 16. Скоробогатько В.Я. *Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике*. – М.: Наука, 1983. – 312 с. 17. Боднар Д.И. *Ветвящиеся цепные дроби*. – К.: Наук. думка, 1986. – 176. – С. 12. 18. Гиппиус Н.А., Тиходеев С.Г., Крист А., Куль Й., Гиссен Х. // *Физика твердого тела*. – 2005. – Т. 47, № 1. – С. 139–143.