

## ФІЛЬТРУВАННЯ РАНГУ НА БАЗІ АНАЛОГОВОЇ НЕЙРОННОЇ СХЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНИХ ЗА ВЕЛИЧИНАМИ З МНОЖИНИ СИГНАЛІВ

© Тимощук П., 2013

Розв’язується задача фільтрування рангу на базі аналогової нейронної схеми, що визначає максимальні за величинами з множини сигналів. Фільтр описується системою алгебро-диференціальних рівнянь і поєднує в собі такі властивості, як високу точність і швидкодію, низькі обчислювальну складність і складність апаратної реалізації, а також незалежність від початкових умов. Фільтр може використовуватись для обробки постійних, змінних, а також рівних за значеннями сигналів. Наведено приклади комп’ютерного моделювання фільтра, які підтверджують теоретичні положення.

**Ключові слова:** фільтрування рангу, аналогова нейронна схема, система алгебро-диференціальних рівнянь, обчислювальна складність, апаратна реалізація, комп’ютерне моделювання.

The problem of rank-order filtering is solved on the base of analogue neural circuit which determines maximal value signals among signal set. The filter is described by system of algebra-differential equations and combines such properties as high accuracy and speed, low computational and hardware implementation complexity, and independency on initial conditions. The filter can be used for processing of constant signals, variable signals, and also equal signals. The filter simulation examples confirming theoretical statements are provided.

**Key words:** rank-order filtering, analogue neural circuit, a system of algebra-differential equations, computational complexity, hardware implementation, computer simulation.

### 1. Вступ

Як відомо, ранжувальні фільтри є нелінійними фільтрами, які мають багато застосувань, зокрема, у цифровій обробці зображень, обробці мови, кодуванні, цифровому телебаченні тощо [1–5]. Ранжувальний фільтр функціонує на основі вибору його вхідного сигналу з певним рангом і подання його на вихід фільтра. Для реалізації ранжувальних фільтрів необхідні істотні обчислювальні потужності, що обмежує їх застосування для обробки сигналів реального часу. Тому перспективною вважається паралельна реалізація ранжувальних фільтрів.

Для проектування ранжувальних фільтрів з використанням апаратного забезпечення запропоновано численні підходи [1–4]. Зокрема, ранжувальний фільтр, що базується на двох моделях, призначених для знаходження максимальних за значеннями серед низки сигналів, запропоновано в [3]. В [5] для вибору вхідного сигналу, порядок рангу якого дорівнює  $K$ , паралельно використовується модель, призначена для знаходження  $K$  найбільших з-поміж множини сигналів, а також модель, яка визначає  $K-1$  максимальних серед низки сигналів.

### 2. Фільтрування рангу

Отримаємо вихідний сигнал фільтра на основі співвідношення виду:

$$c = a^T (S^K - S^{K-1}), \quad (1)$$

де  $S^K$  – ступінчаста вектор-функція, елементи якої можна представити у формі бінарних функцій виду:

$$S_k^K(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a_{n_k} - x > 0; \\ 0, & \text{якщо } a_{n_k} - x \leq 0, \end{cases} \quad (2)$$

де  $k = 1, 2, \dots, N$ ,  $\mathbf{a} = (a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_N})^T$  – вхідний вектор з різними за значеннями елементами, впорядкованими за зменшенням, які задовольняють нерівності виду:

$$\infty > a_{n_1} > a_{n_2} > \dots > a_{n_N} > -\infty, \quad (3)$$

де  $n_1, n_2, \dots, n_N$  – номери першого найбільшого за значенням вхідного сигналу, другого найбільшого за значенням вхідного сигналу і т. д. аж до  $N$ -го за значенням найбільшого вхідного сигналу включно,  $\mathbf{c} = (c_{n_1}, c_{n_2}, \dots, c_{n_N})^T$  – вектор вихідних сигналів ранжувального фільтра, який можна отримати на основі рівняння стану моделі неперервного часу аналогової нейронної схеми визначення найбільших за значеннями серед низки сигналів виду:

$$\dot{x} = -\alpha \begin{cases} x, & \text{якщо } E(x) > 0; \\ 0, & \text{якщо } E(x) = 0; \\ x - A, & \text{якщо } E(x) < 0, \end{cases} \quad (4)$$

де  $x \in \mathcal{X}$  – змінна стану з початковою умовою  $0 \leq x_0 \leq A$ ,

$$E^K(x) = K - \sum_{k=1}^N S_k^K(x) \quad (5)$$

– різницева функція,  $\alpha$  – постійний параметр або коефіцієнт затухання, який використовується для керування швидкістю збіжності траєкторій змінної стану до КВТА-режиму [6]. Оскільки (2) і (6) – розривні функції від  $x$ , рівняння стану (4) є диференціальним рівнянням з розривною правою частиною.

Модель ранжувального фільтра (1) може використовуватись не тільки для обробки множин постійних у часі сигналів (3). Така модель також може застосовуватись і у випадку змінних у часі сигналів  $a_{n_k}(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , якщо впродовж перехідних процесів модуль швидкості таких сигналів є значно меншим, ніж модуль швидкості змінної стану  $x$ . Інакше кажучи, у такому разі для всіх  $t < t^*$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  повинна задовольнятися умова

$$\left| da_{n_k} / dt \right|_{\max} \ll \left| dx / dt \right|_{\min}. \quad (6)$$

Для того, щоб задовольнялась умова (6), коефіцієнт затухання  $\alpha$  повинен мати достатньо велике значення.

Розглянемо випадок, коли два або більше вхідних сигнали моделі (4) рівні. Якщо такі сигнали належать до  $K$  найбільших сигналів або до  $N - K$  найменших сигналів, тоді вихідні сигнали моделі прямуватимуть до КВТА-режиму [6]. Однак, якщо модель (4) повинна розрізняти рівні найбільші сигнали і розщеплювати їх у позитивну і негативну площини, коли кількість максимальних вхідних сигналів тільки менша або більша від  $K$ , тоді будуть отримуватись вихідні сигнали моделі, які не мають КВТА-режиму. У часових точках, в яких умова (2) порушується, тобто у точках, у яких вхідні сигнали дорівнюють один одному, вихідні сигнали моделі демонструватимуть коливання. Зокрема, динамічний зсув вхідних сигналів  $x$  перебуватиме у ковзному режимі навколо певної точки рівних вхідних сигналів  $e_e$  вектора  $\mathbf{a}$ . У цьому випадку задовольняються умови існування ковзних режимів  $\dot{s} > 0$ ,  $\dot{s} < 0$ , а рівняння ковзних режимів має такий вигляд:

$$s = x - a_e = 0. \quad (7)$$

У цьому режимі похідна  $\dot{s}$  на поверхні розриву  $\Delta$  невизначена, оскільки  $K$  найбільших вхідних сигналів не існують, а тому  $E(x) \neq 0$ . Оскільки вихідні сигнали КВТА-схеми

$b_{n_k}, k=1,2,\dots,N$  ковзатимуть навколо точки  $a_{n_k} - x$  [7], то різницева функція (5) почергово набуватиме двох значень  $E^K(x) = -1$  і  $E^K(x) = 1$ .

Для усунення вказаних коливань узагальнимо модель (4) на випадок обробки таких змінних у часі вхідних сигналів, деякі з яких у певні моменти часу можуть дорівнювати один одному. У ці моменти часу нерівності (3) не задовольняються, а тому  $K$  максимальних сигналів не існує. Подамо модель ранжувального фільтра у вигляді такої системи алгебро-диференціальних рівнянь:

$$c = a^T(S^K - S^{K-1}), \text{ якщо } E^K(x) = 0 \text{ і } E^{K-1} = 0;$$

$$\frac{dc}{dt} = 0, \quad c_0 = 0, \text{ інакше,} \quad (8)$$

де  $c_0$  – початкова умова. Неважко побачити, що у встановленому КWТА-режимі система алгебро-диференціальних рівнянь (8) спрощується до виразу (1), який є частковим випадком системи (8). У перехідних режимах вихідні сигнали ранжувального фільтра описуються виродженим диференціальним рівнянням системи (8).

### 3. Результати комп'ютерного моделювання

Для ілюстрації теоретичних результатів, наведених вище, розглянемо конкретний приклад з відповідним комп'ютерним моделюванням, що демонструє фільтрування рангу за допомогою системи алгебро-диференціальних рівнянь (8), побудованої на основі моделі аналогової нейронної схеми, призначеної для знаходження найбільших серед низки сигналів (4). Для цього сконструюємо відповідну програму мовою високого рівня, призначеною для технічних обчислень, Matlab. Для здійснення таких розрахунків використаємо персональний комп'ютер з тактовою частотою 1.81 ГГц.

**Приклад.** Задамо множину вхідних синусоїдальних сигналів:  $a_i = \sin(\omega t + i\phi) + d$  ( $i=1,2,\dots,m-1$ ), де  $\omega$  – кутова частота,  $\phi$  – зсув фази, а  $d$  – нахил. Як додатковий вхідний сигнал  $a_m$  використаємо однорідно розподілений на інтервалі  $(-1,1)$  випадковий шум. Для підвищення ефективності розв'язання диференціальних рівнянь (4) і (8) перейдемо від них до відповідних різницевих рівнянь з кроком інтегрування  $\Delta t = 2 \times 10^{-4}$ . На першому графіку рис. 1 представлено вісім вхідних синусоїдальних сигналів, на другому графіку цього рисунка подано випадковий шум  $n$ , однорідно розподілений на інтервалі  $[-1, 1]$ , а на третьому графіку показано відфільтрований вихідний сигнал  $c$ , отриманий за допомогою виразу (1) і моделі (4) для  $m=9$ ,  $\alpha=100$ ,  $A=4$ ,  $x_0=1$ ,  $K=5$ ,  $d=2$ ,  $\omega = 2\pi$  і  $\phi = \pi/4$ . Як можна побачити, цей сигнал у часових точках, у яких порушується умова (2), демонструє явище коливань згідно з теоретичними передбаченнями. Для тих самих даних відфільтрований вихідний сигнал  $c$ , отриманий за допомогою системи алгебро-диференціальних рівнянь (8), представлено на рис. 2. Відповідно до теоретичного прогнозу, коливання у часових точках, де вхідні сигнали дорівнюють один одному, повністю усунені. Неважко побачити, що система являє собою медіанний фільтр, оскільки  $K=5$ . У зв'язку з тим, що  $\left| \frac{da_{n_k}}{dt} \right|_{\max} = 1$  і  $\left| \frac{dx}{dt} \right|_{\min} = 100$ , нерівність (6) задовольняється. Як можна побачити з результатів, показаних на рис. 2, аналоговий ранжувальний фільтр, отриманий на основі КWТА нейронної схеми, що описується моделлю (8), демонструє високу ефективність, включаючи часові точки рівних вхідних сигналів.

Зауважимо, що при розв'язанні задачі, наведеної у прикладі, для тих самих даних за допомогою ранжувального фільтра, запропонованого в [5], який описується виразом (1) і однією з простіших моделей КWТА-нейронних мереж дискретного часу, вихідний сигнал фільтра у часових точках, у яких порушується умова (2), містить спотворення, подібні до представлених на рис. 1.

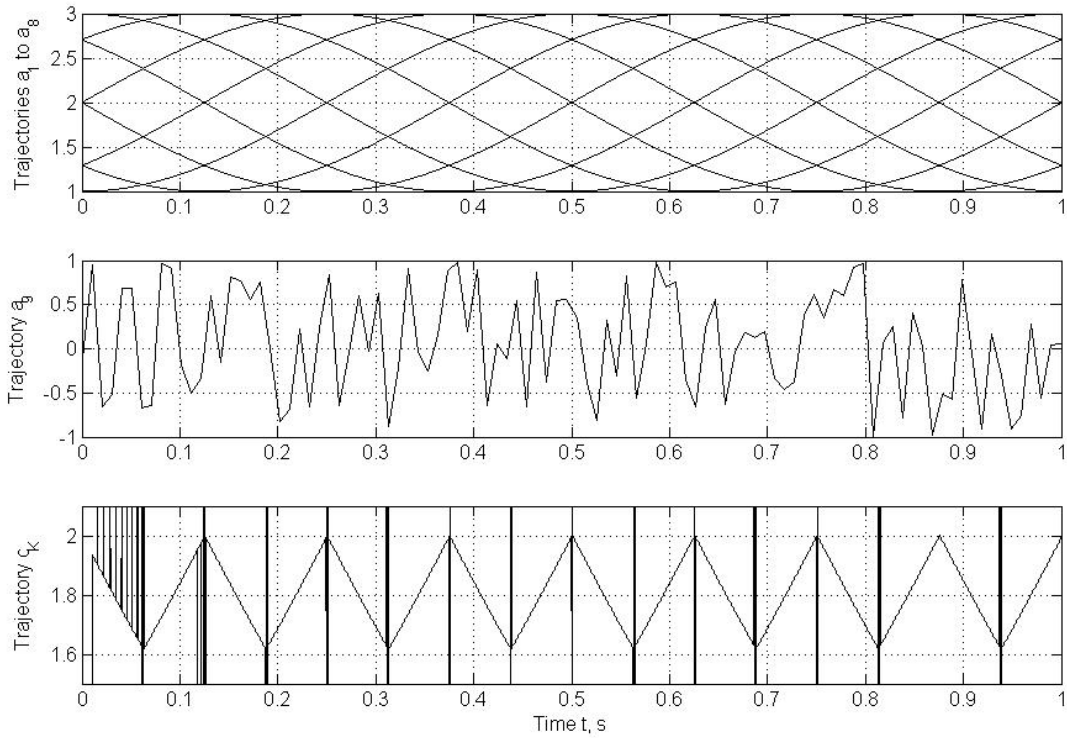


Рис. 1. Траєкторії восьми синусоїдальних вхідних сигналів, одного випадкового вхідного сигналу відфільтрованого вихідного сигналу ранжувального фільтра, що описується виразом (1) і KWTA-моделлю (4)

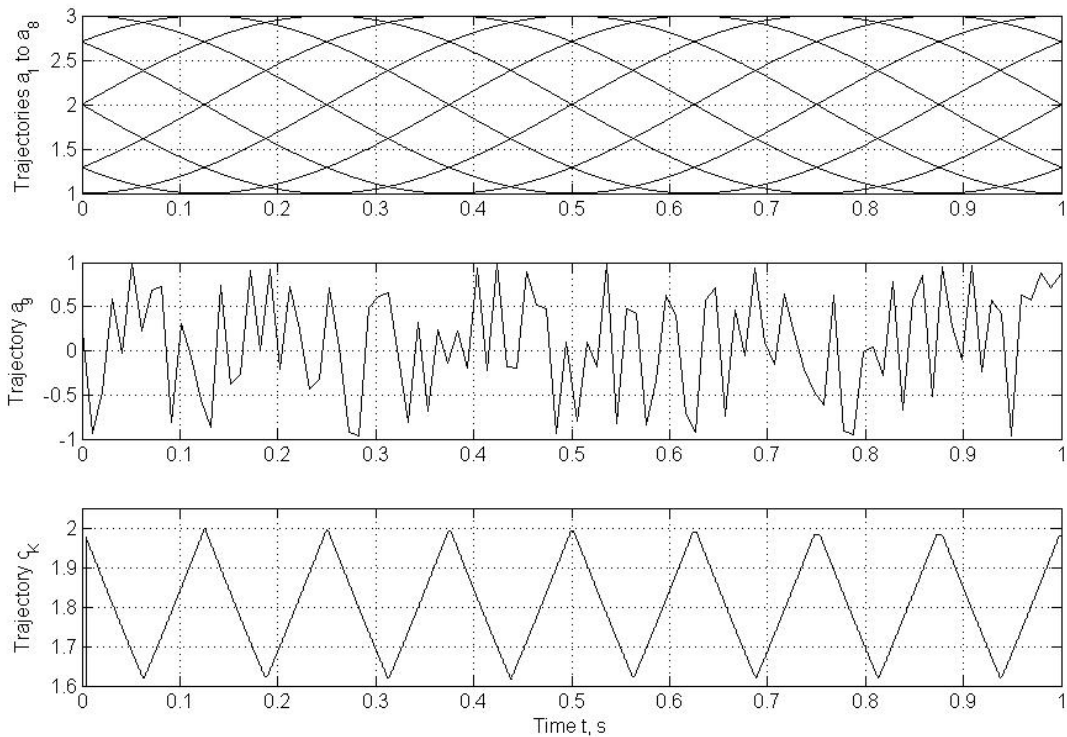


Рис. 2. Динаміка восьми синусоїдальних вхідних сигналів, одного випадкового вхідного сигналу і вихідного сигналу ранжувального фільтра, який описується моделлю (8)

#### 4. Висновки

Як можна побачити з отриманих за допомогою комп'ютерного моделювання результатів, вихідні сигнали моделі аналогового ранжувального фільтра (8) є коректними, включаючи часові точки, які відповідають рівним вхідним сигналам. Такий фільтр може мати різноманітні застосування, особливо для обробки сигналів у реальному часі. Зокрема, у частковому випадку при  $N=3$  такий фільтр може використовуватись в аналогових відмовостійких системах. Як відомо, аналогові відмовостійкі системи можуть проектуватись на основі так званого аналогового потрійного модульного резервування (ПМР). Метод ПМР є широкоживаним засобом проектування відмовостійких систем, особливо таких, які повинні використовуватись для виконання критичних обчислень [8]. Базова концепція ПМР полягає у потроєнні апаратного забезпечення для гарантованого отримання вихідних сигналів системи. Якщо один з модулів перестає функціонувати, решта два справних модулі маскують результат функціонування несправного модуля. Головна проблема виникає тоді, коли результат функціонування кожного з модулів є аналоговим сигналом. У таких випадках три сигнали можуть не повністю узгоджуватись своїми значеннями навіть тоді, коли система функціонує коректно. Одним з підходів, який дає можливість розв'язати цю проблему, є так званий метод вибору середнього значення кожного триплета. Очевидно, що тривходові 1WTA та 2WTA схеми повністю відповідають цьому методу, а отже, можуть бути безпосередньо використані для ПМР.

1. Chakrabarti C. *Sorting network based architectures for median filters* // *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 40, no. 11, P. 723–727, Nov. 1993. 2. Chakrabarti C. and Wang L.-Y. *Novel sorting network-based architecture for rank order filters* // *IEEE Trans. VLSI Syst.*, vol. 2, no. 4, P. 502–507, Dec. 1994. 3. Cilingiroglu U. and E. Dake T.L. *Rank-order filter design with a sampled-analog multiple-winners-take-all core* // *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 8, P. 978–984, Aug. 2002. 4. Lucke L.E. and Parhi K.K. *Parallel processing architectures for rank order and stack filters* // *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 5, P. 1178–1189, May 1994. 5. Wang, J. *Analysis and design of a k-winners-take-all model with a single state variable and the Heaviside step activation function* // *IEEE Trans. on Neural Networks* 9, 1496–1506 (2010). 6. Тимошук П.В. *Модель аналогової нейронної схеми ідентифікації найбільших сигналів* // *Комп'ютерні системи та мережі*. – 2012. – № 745. – С. 180–185. (Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”). 7. Kwon T.M. and Zervakls M. *KWTA networks and their applications* // *Multidimensional Syst. Signal Process.*, vol. 6, no. 4, P. 333–346, 1995. 8. Johnson B. *Design and Analysis of Fault Tolerant Digital Systems* // Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.