

ТЕОРІЯ СИГНАЛІВ ТА ЇХНЄ ОБРОБЛЕННЯ

УДК 621.396.96

І.Н. Прудіус, М.М. Сумик
Національний університет “Львівська політехніка”

АЛГОРИТМИ ПРОСТОРОВО - ЧАСОВОГО КОДУВАННЯ СИГНАЛІВ

© Прудіус І.Н., Сумик М.М., 2009

Пропонуються алгоритми просторового та часового кодування сигналів на основі рекурентних послідовностей максимальної довжини, які дають змогу забезпечити високі роздільні здатності за віддаллю та кутовими координатами за мінімального рівня та практично рівномірного розподілу бокових пелюсток діаграми напрямленості антени в просторі та функції невизначеності на площині (τ - f_d).

Are offered algorithms space- time coding of signals on a base recurrent sequences maximal lengths which allow to provide high settling capabilities after by distance and angular coordinates at minimum levels and practically even distributing of lateral petals directivity antennas in space and ambiguity functions on to the plane (f - f_d).

Побудова радіотехнічних систем з високими роздільними здатностями як за віддаллю (часом запізнення сигналу), так і за кутовими координатами, вимагає вибору сигналу з певними властивостями (певною функцією невизначеності або функцією автокореляції) та антенної системи із необхідною формою діаграми напрямленості. Як антенні системи часто використовують антенні решітки з електронним скануванням. Ці антенні пристрої тісно пов'язують, власне, антену із схемами оброблення сигналів, які приймаються цією антенною. З метою уніфікації методів оброблення сигналів як в приймачах, так і в антені, доцільно застосовувати однакові алгоритми формування як сигналів, так і діаграм напрямленості антен. За аналогією до спектрального аналізу сигналів, коли сигнал описується у вигляді якоїсь часової функції, а за допомогою перетворення Фур'є визначається його спектральна функція (1), для антенних решіток визначальною характеристикою є діаграма напрямленості Фур'є, перетворенням якої буде спектр просторових частот діаграми напрямленості, фізичним змістом якого є закон розподілу поля в розкриві антени (02):

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp\{-j\omega t\} dt; \quad s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) \exp\{j\omega t\} d\omega; \quad (1)$$

$$D(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\nu) \exp\{-j2\pi\nu\theta\} d\nu; \quad \Phi(j\nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D(\theta) \exp\{j2\pi\nu\theta\} d\theta. \quad (2)$$

У (2) $D(\theta)$ – діаграма напрямленості антени, $\theta = \sin \alpha$; $\nu = \frac{x}{\lambda}$; $\Phi(j\nu)$ – закон розподілу поля в розкриві антени.

Ця аналогія дає змогу перенести на область вимірювання кутових координат методи оброблення радіолокаційних сигналів, які використовуються під час вимірювань віддалі та швидкості (кореляцію та оптимальну фільтрацію). Отже, оскільки роздільна здатність за віддаллю залежить від функції автокореляції зондуючого сигналу, пов'язаної як з перетворенням Фур'є з енергетичним спектром цього сигналу, так і роздільна здатність за кутовими координатами визначається тільки функцією автокореляції діаграми напрямленості антени, пов'язаної перетворенням Фур'є із законом розподілу поля у розкритті антени.

Антенна, розкриття якої опромінюється за певним законом розподілу фаз, має діаграму напрямленості з довільними фазою та амплітудою, однак функція автокореляції діаграми напрямленості має яскраво виражений максимум, який і визначає роздільну здатність антени за кутовими координатами.

Ця властивість разом з великими можливостями, які одержують під час використання антенних решіток з цифровим керуванням фазами елементів, становить основу методу просторово-часового кодування сигналів.

Дискретні складні просторово-часові сигнали (ДСПЧС) можна описувати у вигляді вертикальної або горизонтальної складової вектора електричної напруженості поля з кутовою густиною $s(t, \vec{\theta})$, де $\vec{\theta}$ – вектор кутових координат напрямку надходження ДСПЧС.

У найпростішому випадку розглядатимемо ДСПЧС з одновимірною кутовою густиною $\vec{\theta} = \theta$. При цьому за аналогією до часового кодування сигналів можна в сигналі $s(t, \vec{\theta})$ з врахуванням деяких обмежень здійснити кодування за просторовою координатою θ , де $\theta = \sin \alpha$, α – кутова координата. Такий ДСПЧС $s(t, \theta)$, для якого є характерною складна структура як за часою, так і за просторовою координатою, називатимемо дискретним складним просторово-часовим сигналом.

Сигнал з просторово-часовим кодуванням можна задати у вигляді

$$s(t, \theta) = \dot{S}(t, \theta) \exp\{j(\omega_0 t + \varphi_0)\}, \quad (3)$$

де $\dot{S}(t, \theta)$ – комплексна огибаюча сигналу; $\dot{S}(t, \theta) = |\dot{S}(t, \theta)| \exp\{j\varphi(t, \theta)\}$, яка визначається видом кодування (модуляції).

При цьому можна використовувати будь-які методи часового та просторового дискретного кодування. Очевидно, перевагу необхідно надавати тим методам кодування, які забезпечують найкращі роздільні здатності як в просторі, так і в часовій площині, за мінімальних (або ж оптимально розподілених) бокових пелюсток функції кореляції та діаграми напрямленості. При цьому кодування за часою координатою t та за просторовими координатами θ доцільно здійснюється за тим самим правилом кодування, наприклад, у вигляді багатofазних рекурентних послідовностей. Вибір такого кодування є доцільним, оскільки багатofазні рекурентні послідовності можуть забезпечити найкращі роздільні здатності як за часом, так і за просторовою координатою. У разі використання лінійної антенної решітки такий спосіб кодування дає можливість описати дискретні просторово-часові сигнали у такому вигляді:

$$s(t, \theta) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n S_l \exp\{j[(\omega_0 - \omega)t + \varphi_0]\} \times \\ \times d_l P \left[\frac{t - (l+k)\Delta t - i2T}{\Delta t} \right] f_k(\theta) P \left[\frac{\theta - k\Delta\theta - p2\theta_M}{\Delta\theta} \right], \quad (4)$$

де N – кількість елементів в послідовності; $\Delta\theta$ і Δt – відповідно величини просторового та часового елемента послідовності; S_l, ω_l, φ_l – відповідно значення амплітуди, частоти та фази на l -ій

позиції; $d_l = +1, -1$; $f_k(\theta)$ – визначає форму елемента просторової послідовності; $P(x)$ – обмежувальна функція, яка визначається так:

$$P(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{– за інших значень } x. \end{cases} \quad (5)$$

$$2m + 1 = \frac{2\theta_M}{\Delta\theta} = 2n + 1 = \frac{2T}{\Delta t} = N, \\ \Delta t = \Delta\theta \frac{T}{\theta_M}. \quad (6)$$

Формування багатозафазної рекурентної послідовності у часовій площині не викликає будь-яких труднощів. У той самий час, за просторового кодування можуть виникати труднощі у формуванні необхідної (наприклад, прямокутної) форми просторового елемента послідовності коду $f_k(\theta)$, що часто є причиною специфічної просторової структури сигналу, яка відрізняється від ідеальної структури, заданої рекурентною послідовністю. Ці труднощі викликані обмеженістю спектра просторових частот із-за обмежених розмірів реальних розкриттів антенних систем.

Структуру багатозафазного ДСПЧС під час використання для просторово-часового кодування восьмиелементної трійкової рекурентної послідовності зображено на рис. 1.

Кодування відбувається так. Елементові просторово-часового сигналу на певній позиції вибирається дискретне значення фази $\varphi_i = i \frac{2\pi}{3}$. Тут i – число (0, 1 або 2), яке стоїть у певній клітинці структури формування ДСПЧС.

Послідовність чисел i формується на основі незвідних примітивних багаточленів за модулем N за правилами, які становлять основу формування багатозафазних рекурентних послідовностей [5].

Вважаючи заданою величину спектра просторових частот $2\chi_M = 2X_M / \lambda$, де $2X_M$ – максимальне лінійне розкриття антенної системи, а λ – робоча довжина хвилі, розглянемо особливості просторово-часового кодування сигналів.

1	0	1	2	2	0	2	1
0	1	2	2	0	2	1	1
1	2	2	0	2	1	1	0
2	2	0	2	1	1	0	1
2	0	2	1	1	0	1	2
0	2	1	1	0	1	2	2
2	1	1	0	1	2	2	0
1	1	0	1	2	2	0	2

t

θ



Рис. 1. Структура ДСПЧС

Для формування ДСПЧС використаємо відомі методи формування складних діаграм напрямленості з добутком ширини спектра просторових частот $2\chi_M$ на тривалість інтервалу простору $2\theta_M$, який оглядається, значно більшим за одиницю [3]. Формування таких діаграм напрямленості, які становлять основу системи обробки просторово-часових сигналів, ґрунтується на просторово-

часовій модуляції амплітудно-фазового розподілу в розкритті антенної решітки. При цьому формування ДСПЧС $s(t, \theta)$ можна подати у такому вигляді:

$$s(t, \theta) = s(t)F(\theta, t), \quad (7)$$

де $F(\theta, t)$ – діаграма спрямованості, яка визначається через амплітудно-фазовий розподіл $I(\chi, t)$ співвідношенням

$$F(\theta, t) = \int_{-\chi_M}^{\chi_M} I(\theta, t) \exp\{-j2\pi\theta\chi\} d\chi. \quad (8)$$

Як випливає з (4), просторові характеристики сигналу повністю визначаються видом діаграми напрямленості $F(\theta, t)$.

Задаючи діаграму напрямленості у вигляді

$$F(\theta, t) = |F(\theta, t)| \exp\{j\varphi(\theta, t)\}, \quad (9)$$

та формулюючи умову рівномірного огляду заданого сектора простору $[-\theta_M, \theta_M]$ у вигляді

$$|F(\theta, t)| = F_0 = \text{const}, |\theta| \leq \theta_M, \quad (10)$$

прийдемо з врахуванням (7)–(10) і за умови $2\theta_M 2\chi_M \gg 1$ до такого виразу для діаграми напрямленості:

$$F(\theta, t) \cong \sum_{k=-m}^m F_0 \exp\{j\varphi(k\Delta\theta, t)\} \sin c 2\pi\chi_M(\theta - k\Delta\theta), \quad (11)$$

де $\sin cx = \frac{\sin x}{x}$, $\Delta\theta = \frac{1}{2X_M} = \frac{\lambda}{2\chi_M}$, $2m+1 = 2\theta_M 2\chi_M$.

Вважаючи $\varphi(k\Delta\theta, t)$ циклічними $2T$ -періодичними функціями, які відрізняються одна від одної тільки зсувом на ціле число часових інтервалів Δt , кількість яких на проміжку $2T$ вибираємо такою, що дорівнює кількості точок дискретизації діаграми напрямленості на інтервалі $2\theta_M$

$$\varphi(k\Delta\theta, t) = \varphi_0 \left(t - k\Delta\theta \frac{T}{\theta_M} - i2T \right), i = -\infty, \dots, \infty,$$

із (11) одержуємо

$$\begin{aligned} F(\theta, t) &= F_0 \sum_{i=-\infty}^{\infty} \exp \left\{ j\varphi_0 \left(t - \theta \frac{T}{\theta_M} - i2T \right) \right\} \cong \\ &\cong F_0 \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-m}^m \exp \left\{ j\varphi_0 \left(t - k\Delta\theta \frac{T}{\theta_M} - i2T \right) \right\} \sin c 2\pi\chi_M(\theta - k\Delta\theta). \end{aligned} \quad (12)$$

Структурну схему системи, яка реалізує алгоритм формування ДСПЧС, можна зображати у вигляді лінійної антенної решітки (рис. 2), діаграмоутворювальна схема якої формує діаграму напрямленості типу

$$F(\theta) = \sum_{k=-m}^m \sin c 2\pi\chi_M(\theta - k\Delta\theta),$$

а на вході кожного з її каналів встановлюють модулятори, якими керують формувачі багатофазних рекурентних послідовностей. Ці послідовності забезпечують дискретну фазову модуляцію сигналів $s(t)$, які надходять через розподільний пристрій від генератора високої частоти. Циклічно зсунуті багатофазні сигнали на основі рекурентних послідовностей, сформованих і випромінених через паралельні канали і фазовану антенну решітку, діаграма напрямленості якої набуває необхідного вигляду завдяки вибору фазових зсувів в діаграмоутворювальному пристрої, дають можливість забезпечити в такій системі одночасні високі роздільні здатності як за часом запізнення сигналу (за віддаллю), так і за кутовими координатами.

З [1] відомо, що роздільна здатність за часом запізнення сигналу визначається функцією невизначеності сигналу. Тому під час формування ДСПЧС потрібно вибирати алгоритми формування сигналів, які забезпечують необхідні характеристики автокореляційних функцій на виході пристрою оброблення сигналів.

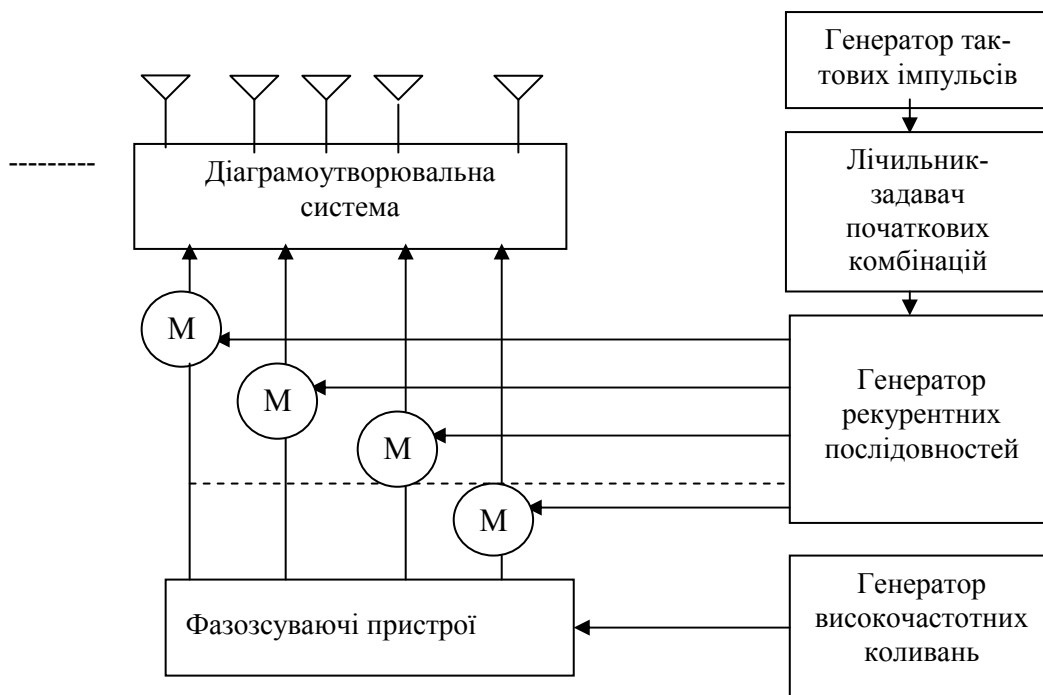


Рис. 2. Структурна схема системи формування ДСПЧС

Як показали попередні дослідження [4, 5], найкращими з цієї точки зору є багатофазні сигнали, сформовані на основі рекурентних послідовностей, одержаних за допомогою незвідних першотвірних багаточленів над полем $GF(N)$, $N=2,3,5,7$.

Тоді в такому ДСПЧС функції $\varphi(k\Delta\theta, t)$ матимуть вигляд функцій, дискретизованих за часом і квантованих за рівнями.

Якщо вибрати випадок $N=2$, то функції $\varphi(k\Delta\theta, t)$ матимуть два рівні квантування – 0 і π , дискретизація за часом яких здійснюється за законом деякої рекурентної послідовності з кількістю елементів $N^n - 1$, $n=2, 3, 4, 5$, (за $N=2 - 2^n - 1$ елементів) тривалістю $(N^n - 1)\tau_0 = 2T$.

У разі біфазного сигналу (з рівнями квантування 0 і π):

$$\exp\left\{j\varphi_0\left(t - k\Delta\theta\frac{T}{\theta_M} - i2T\right)\right\} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-n}^n d_l P\left[\frac{t - (l+k)\tau_0 - i2T}{\tau_0}\right],$$

а ДСПЧС набуває вигляду

$$s(t, \theta) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n S_0 \exp\{j\omega_0 t\} d_l P \left[\frac{t - (l+k)\tau_0 - i2T}{\tau_0} \right] \sin c 2\pi\chi_M(\theta - k\Delta\theta). \quad (13)$$

Структура сигналу (13) дещо своєрідна. У будь-якому фіксованому напрямку $\theta_k = k\Delta\theta$, який збігається з точкою дискретизації діаграми напрямленості, формується сигнал

$$s(t, \theta) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-n}^n S_0 \exp\{j\omega_0 t\} d_l P \left[\frac{t - (l+k)\tau_0 - i2T}{\tau_0} \right],$$

який відрізняється від сигналів, сформованих на інших напрямках дискретизації $\theta_i = i\Delta\theta$, тільки часовим зсувом на величину $\Delta t_{ki} = |k - i|\tau_0$.

На напрямках, які не збігаються з напрямом дискретизації діаграми напрямленості антени $\theta_s \neq k\Delta\theta$, формується сигнал, що є набором однакових за структурою сигналів (теоретично $2m+1$ сигналів), які відрізняються один від одного згідно з (13) тільки часовим зсувом, інтенсивністю та початковою фазою (0 або π), що під час їх оброблення дає змогу обмежитись одним спільним для усіх сигналів погодженим (з усіма сигналами) фільтром.

Незважаючи на таку складну структуру багатофазних ДСПЧС, які формуються в секторі огляду $[-\theta_M \leftrightarrow \theta_M]$, густина потоку потужності сигналу у будь-якому з напрямів $|\theta| \leq \theta_M$ на інтервалі часу $|t| \leq T$ буде постійною (10), (13).

1. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. Теория и применение / Пер. с англ. – М: “Соврадио”, 1971. 2. Драбович Обри, Боннасье. Сжатие диаграммы направленности антенной решетки методом пространственно-временного кодирования // Зарубежная радиоэлектроника. – 1971. – № 3. 3. Погорелов А.И. К теории шумоподобных пространственно-временных сигналов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1979. – №7. 4. Прудюс І.Н., Сумик М.М., Андрущак Р.В. Багатофазні сигнали на рекурентних послідовностях максимальної довжини: Труды 5-й Международной научн.-техн. конференции “Современные информационные и электронные технологии”. – Одесса, 2005. 5. Markiyan Sumyk, Taras Holotyak, Yevhen Yaschyshyn, Ivan Prudyus, Jozef Modelski. Multiphase Signals based on the Recurrent Sequences of Maximum Length. Proc. 16 th International Conference MICON-2006, May 22–24, 2006. – Kraków, 2006.