

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПЕРІОДИЧНО-НЕОДНОРІДНОГО ДІЕЛЕКТРИЧНОГО ЦИЛІНДРА ТА ЇХ АНАЛІЗ

© Гоблик В.В., Павлиш В.А., 2009

Наведено результати розроблення математичних моделей випромінювальних та хвилеводних структур на базі періодично-неоднорідного діелектричного циліндра. Моделі побудовані на основі строгих розв'язків відповідних електродинамічних задач збудження періодично-неоднорідних структур, отримані у вигляді гіллястих ланцюгових дробів. Результати аналізу дробів, що описують характеристики випромінювання та поширення поля такими структурами, вказують на значні потенційні можливості періодично-неоднорідних структур для задач освоєння терагерцового діапазону частот та створення новітніх інфокомунікаційних систем.

This article represents the results of elaboration of mathematical models of radiating and wavy structures on the basis of the periodically heterogeneous dielectric cylinder. Models are constructed on the basis of strict solutions of corresponding electrodynamic problems of excitation of the periodically heterogeneous structures are deduced in shape of the branched continual fractions.

The results of the analysis of fractions, which describe characteristics of radiation and field distributions by such structures, point at considerable potential possibilities of periodically heterogeneous structures for tasks of mastering of the tera hertz range of frequencies and creation of the newest info-communicational systems.

Вступ

Проблема створення інструментарію для досліджень інфокомунікаційних властивостей модульованих нанорозмірних структур входить до пріоритетних напрямків розвитку фундаментальних досліджень в наукових установах держави [1] і посідає чільне місце в тематиці науково-дослідницької роботи, що виконується колективом кафедри електронних засобів інформаційно-комп'ютерних технологій Національного університету «Львівська політехніка». Тематика таких досліджень охоплює, зокрема, широке коло задач з розроблення математичних моделей випромінювальних та хвилеводних структур з кратною періодичністю параметрів їх конструкції. Такі моделі будуються на основі строгих рішень відповідних граничних електродинамічних задач.

Результати виконання цих досліджень мають важливе науково-прикладне значення для створення елементів інфокомунікаційних систем, зокрема таких, як: “фотонні” та “плазмонні кристали”, комутатори інформаційних каналів, мультиплексори, просторові фільтри, трансформатори типів хвиль, системи покриття просторових областей інформаційним полем. Про зростання інтересу до розв'язку окресленого класу задач свідчить ріст в останній час наукових публікацій, як в Україні [2–4], так і за її межами [5–8].

У цій роботі як об'єкт досліджень розглядається періодично-неоднорідний діелектричний циліндр як основа для побудови «фотонних кристалів», трансформаторів типів хвиль, просторових фільтрів, комутаторів інформаційних каналів тощо. Як предмет досліджень виділені характеристики просторового розподілу поля – об'ємні діаграми спрямованості випромінювальних структур на основі періодично-неоднорідного діелектричного циліндра, збудженого синфазним кільцем магнітного струму. Новизною роботи є результати комп'ютерного дослідження просторового розподілу поля такого циліндра, їх аналіз та рекомендації щодо застосування результатів у прикладних задачах створення елементів інфокомунікаційних систем на основі модульованих нанорозмірних структур.

1. Узагальнена математична модель модульованих структур

Багато задач збудження модульованих антенних решіток, фотонних кристалів, імпедансних та діелектричних структур [2–8] зводиться до аналізу розв'язку, одержаного у вигляді математичних співвідношень, які описуються поняттям гіллястого ланцюгового дроби [9, 10] і допускають дослідження методами, розвинутими в [11, 12].

У [13–15] одержані у вигляді ланцюгового дроби з комплексними компонентами наближені розв'язки задачі збудження синусоїдно-модульованої імпедансної площини та кругового циліндра за умови малої амплітуди модуляції поверхневого імпедансу. У [16] вперше отримано точний розв'язок задачі збудження плоских структур та антенних решіток з періодичною δ -модуляцією поверхневого імпедансу та опорів навантаження випромінювачів без обмежень на глибину модуляції імпедансу. Заміна δ -функцій на імпульсні функції допускає асимптотичні розв'язки багатьох задач збудження періодично-неоднорідних структур (антенних решіток, фотонних кристалів, імпедансних та діелектричних антен, хвилеводних фільтрів [17–20]), причому одержані розв'язки тим точніші, чим менша ширина імпульсних функцій, і переходять в точні під час наближення їх ширини до нуля.

Розв'язки задач [13–21] відрізняються тим, що вони представлені гіллястими ланцюговими дробами [9–10], для побудови яких у [22] запропоновано алгоритм, зручний для побудови математичних моделей широкого класу електродинамічних структур з кратною періодичністю конструктивних параметрів.

Як вихідні дані для використання такого алгоритму є насамперед рекурентна формула (1) [22], яка описує загальні структурні особливості широкого кола математичних моделей випромінювальних та хвилеводних структур з кратною періодичністю. Формула (1) пов'язує, з одного боку, спектральну густину $\xi_n(\chi)$ просторового розподілу поля одновимірних модульованих антенних решіток, імпедансних, діелектричних та метало-діелектричних структур, зокрема фотонних кристалів, а з іншого, – математичний об'єкт, який у розгорнутому вигляді являє собою гіллястий ланцюговий дріб [10], компоненти якого містять параметри конструкції періодично-неоднорідних структур:

$$\xi_N(\chi) \cong \xi_{N-1}(\chi) - \frac{A_N \sum_{n_N=-\infty}^{\infty} \xi_{N-1}(\chi - n_N T_N) C_{n_N}}{\prod_{m=0}^N D_{m,\Delta}(\chi)}, \quad (1)$$

де

$$D_{N,\Delta}(\chi) = 1 + A_N \sum_{n_N=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n_N}}{\prod_{m=1}^N D_{m-1,\Delta}(\chi - n_N T_N)};$$

A_N – коефіцієнти, що описують параметри модуляції антенних решіток, імпедансних та діелектричних структур, зокрема фотонних кристалів, а саме такі параметри, як: амплітуда модуляції опорів навантаження, період розташування в структурі зосереджених неоднорідностей та їх лінійні розміри; C_{n_N} – коефіцієнти, що описують форму кривої, якою модулюються параметри структур. Як періодичні функції, якими модулюються параметри структур, можуть виступати накладені одна на одну кратні періодичні послідовності прямокутних, трикутних, гауссових та інших імпульсних функцій, в тому числі δ -функцій; $T_N = 2\pi/d_N$; d_N – період просторової модуляції структур; N – кількість накладених одна на одну кратних періодичних послідовностей функцій; χ – узагальнене хвильове число (просторова частота, яка визначається співвідношенням $\chi = 2\pi/\lambda$, де λ – довжина хвилі, або період просторової гармоніки поля).

Для побудови графіка просторового розподілу поля як функції просторово-кутових координат необхідно у формулу (1) замість змінної χ підставити величину $\chi = k \sin \theta^0$ (k – хвильове число

для вакууму: $k = 2\pi / \lambda_0$; λ_0 – довжина хвилі у вакуумі; θ^0 – кут, який відраховується від нормалі до апертури структури).

Функція $D_{0,\Delta}(\chi)$ у формулі (1) (випадок, коли $N=0$) має вигляд:

$$D_{0,\Delta}(\chi) = Z_0(a, \omega, \varepsilon_a) - P_0(\chi)B_0(a, \chi); \quad (2)$$

$Z_0(a, \omega, \varepsilon_a)$ – стала складова поверхневого імпедансу структури, яка визначається її геометричними та радіофізичними параметрами;

$$P_0(\chi) = -i\sqrt{\chi^2 - k^2}; \quad (3)$$

$B_0(a, \chi)$ – множник, що враховує поперечну геометрію структур;

$\xi_0(\chi) = 2F(\chi) / D_{0,\Delta}(\chi)$ – розв’язок задачі за умови відсутності просторової модуляції структури; (4)

$F(\chi)$ – спектральна густина падаючого поля стороннього джерела. Визначається формулами з роботи [23].

Конкретний вигляд компонентів гіллястого ланцюгового дробу (1) для розрахунку поля випромінювання складними періодично-неоднорідними структурами наведено у [24, 25].

2. Алгоритм побудови математичних моделей періодично-неоднорідних електродинамічних структур у вигляді гіллястих ланцюгових дробів

Для побудови у вигляді гіллястих ланцюгових дробів розв’язок задачі збудження стороннім джерелом поля конкретної модульованої антенної решітки, фотонного кристала, імпедансної чи діелектричної структури, достатньо виконати кілька нескладних кроків:

Крок 1: побудувати за формулами роботи [23] в аналітичному вигляді функцію $\xi_0(\chi)$ (формула (4)) для вибраного закону розподілу струмів стороннього джерела поля випромінювання.

Крок 2: побудувати за формулами робіт [17–20] для вибраних конструкцій модульованих антенних решіток, фотонних кристалів, імпедансних та діелектричних структур, а також законів модуляції параметрів структур, такі компоненти гіллястого ланцюгового дробу (1): $D_{0,\Delta}(\chi)$, A_N , C_{n_N} .

Крок 3: для випадку, коли $N=1$ (“однократна періодичність” – випадок – модуляції структур однією періодичною послідовністю імпульсних функцій), необхідно підставити у формулу (1) вирази для $\xi_0(\chi)$ та $D_{0,\Delta}(\chi)$, в яких замінити аргумент χ на $\chi - n_1 T_1$.

Для випадку модуляції структур двома накладеними одна на одну періодичними послідовностями імпульсних функцій ($N=2$ “двократна періодичність”) в аналогічний спосіб підставляють в рекурентну формулу (1) вирази для $\xi_2(\chi)$ та $D_{L,\Delta}(\chi)$, в яких попередньо здійснено заміну змінної χ на $\chi - n_2 T_2$.

Далі, за таким алгоритмом можна побудувати розв’язок задачі для структур з N -кратною періодичністю, який матиме вигляд гіллястого ланцюгового дробу з N -гілками розгалужень з комплексними компонентами. Кількість гілок розгалужень N дорівнює кількості накладених одна на одну кратних періодичних послідовностей імпульсних функцій.

3. Математичне моделювання випромінювальної структури на основі періодично-неоднорідного діелектричного циліндра

Як приклад, побудуємо за алгоритмом розділу 2 математичну модель періодично-неоднорідного колового діелектричного циліндра (ПНКДЦ) радіуса a , нескінченного вздовж осі z (рис. 1), розміщеного у вільному просторі з параметрами ε_0 , μ_0 , $\sigma_E=0$, де ε_0 та μ_0 – діелектрична та магнітна проникності вільного простору, σ_E – провідність середовища.

Задамо закон розподілу діелектричної проникності циліндра $\varepsilon'(z)$ вздовж осі z функцією з однократною періодичністю у вигляді (5) [17]:

$$\varepsilon'(z) = \varepsilon'_{a0} + \varepsilon_{aM1} \sum_{n_i=-\infty}^{n_i=\infty} \text{rect} \left(\frac{z - n_i d_i}{\Delta} \right), \quad (5)$$

де ε_{a0} – стала складова діелектричної проникності пластини; ε_{aM1} – амплітуди діелектричних неоднорідностей завширшки Δ з періодом d_i , $\Delta \ll \lambda$; λ – довжина хвилі.

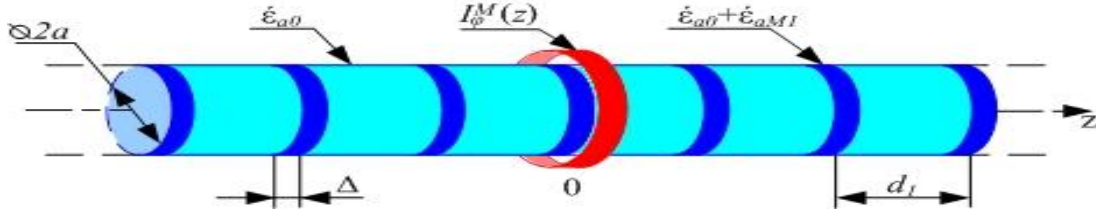


Рис. 1. Періодично-неоднорідний діелектричний циліндр з однократною періодичністю

Задамо джерело збудження структури у вигляді синфазного кільця магнітного струму (рис. 1), яке описується такою математичною моделлю (6) [23]:

$$I_{\phi}^M(z', r') = I_0^M \delta(z' - 0) \delta(r' - a), \quad (6)$$

де I_0^M – амплітуда магнітного струму (у вольтах); r' – радіус точок розташування такого стороннього джерела поля.

Використовуючи далі алгоритм розділу 2 цієї роботи та враховуючи результати роботи [19], можна побудувати розв'язок задачі збудження структури (рис. 1) кільцем синфазного магнітного струму у такому вигляді:

$$\xi_1(\chi) \cong \xi_0(\chi) - \frac{A_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \xi_0(\chi - n_1 T_1) C_{n_1}}{D_{0,\Delta}(\chi) D_{1,\Delta}(\chi)}, \quad (7)$$

де

$$\xi_0(\chi) = -\frac{4iF_1^M(\chi) J_1[ap_0(\chi)] p_0(\chi)}{D_{0,\Delta}(\chi)}; \quad A_1 = -\omega^2 \mu_0 \hat{\varepsilon}_{aM1} \frac{\Delta}{d_1};$$

$$D_{0,\Delta}(\chi) = \omega^2 \mu_0 \hat{\varepsilon}_{a0} B[ap_0(\chi)] H_1^{(2)}[ap_0(\chi)] - 4ip_0(\chi); \quad T_1 = 2\pi/d_1;$$

$$D_{1,\Delta}(\chi) = 1 + A_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n_1}}{D_{0,\Delta}(\chi - n_1 T_1)}, \quad C_{n_1} = \sin c(n_1 \pi \frac{\Delta}{d_1});$$

$$B[ap_0(\chi)] = \int_{x=0}^{ap_0(\chi)} x J_1(x) dx; \quad ; \quad k = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a};$$

J_1 , $H_1^{(2)}$ – функції Бесселя та Ганкеля;

$$F_1^M(\chi) = -iI_0^M \chi / 4\pi; \quad p_0(\chi) = -i\sqrt{\chi^2 - k^2} \quad \hat{\chi} = \chi/k = \sin\theta^0.$$

Співвідношення (7) пов'язує між собою спектральну густину просторових гармонік поля $\xi_1(\chi)$ з параметрами конструкції ПНКДЦ: періодом d , діаметром $2a$, шириною неоднорідності Δ , глибиною модуляції діелектричної проникності $\hat{\varepsilon}_{aM1}$. Математична модель (7) є новим результатом, вона відкалібрована на серії адекватних експериментальних випробувань зразків у трисантиметровому та восьмиміліметровому діапазонах хвиль і є основним інструментом вивчення в середовищі МАТЛАБ особливостей просторового розподілу поля ПНКДЦ (рис. 1).

Потенційні властивості таких структур для задач освоєння терагерцового діапазону частот та створення новітніх інфокомунікаційних систем на основі нанорозмірних структур, в тому числі і одновимірних фотонних кристалів, сьогодні не повною мірою вивчені. Тому їх дослідження актуальні і мають важливе науково-практичне значення.

4. Результати числових досліджень та їх обговорення

Нижче, на рис. 2.1–2.24. показано серія числових досліджень впливу періоду d_1 розташування неоднорідностей діелектричної проникності на поле стороннього джерела у дальній зоні (у точці спостереження, що знаходиться на віддалі, яка в декілька разів перевищує довжину хвилі) [25].

Сумарне поле у дальній зоні ПНКДЦ, яке є результатом накладання поля стороннього джерела та поля наведених струмів поляризації в середовищі діелектричного циліндра, в числових розрахунках визначалось таким співвідношенням: $F(\chi) = \sqrt{\chi^2 - k^2} \xi_1(\chi)$. Показані на рис. 2 об'ємні графіки, побудовані в системі координат $\hat{\chi} = \sin \theta^0$; $-90^0 \leq \theta^0 \leq 90^0$. Тобто $\hat{\chi}$ приймає для усіх трьох вимірів графіків (рис. 2) значення: $-1 \leq \hat{\chi} \leq 1$. Кут θ^0 відраховується від нормалі до осі z структури. Вздовж осі z такі структури поле не випромінюють.

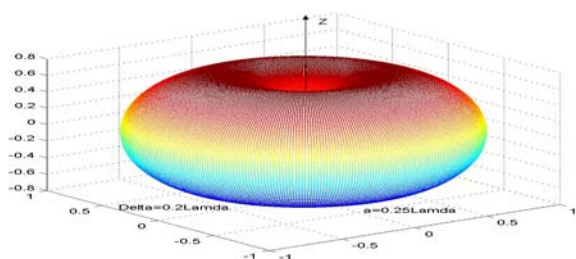


Рис. 2.1. $d_1=0.4\lambda$; $\varepsilon_{a0}=3.3$; $\varepsilon_{aM1}=-3$

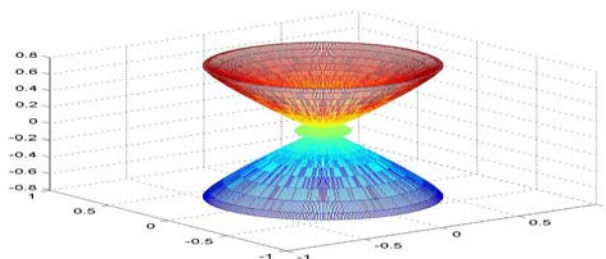


Рис. 2.2. $d_1=0.5\lambda$

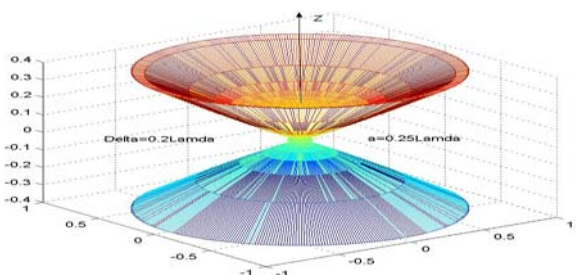


Рис. 2.3. $d_1=0.6\lambda$

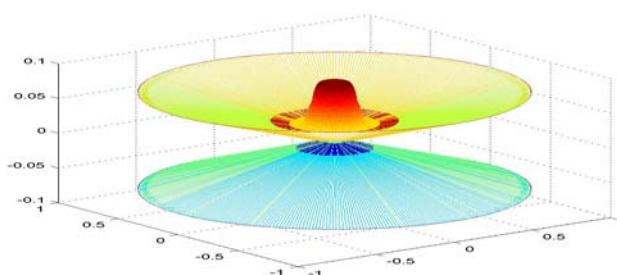


Рис. 2.4. $d_1=0.7\lambda$

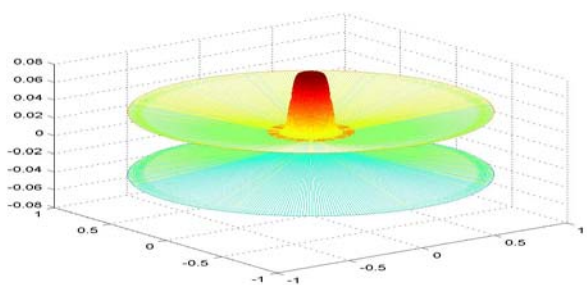


Рис. 2.5 $d_1=0.705\lambda$

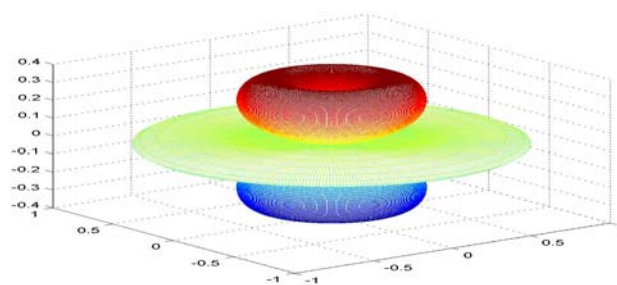


Рис. 2.6. $d_1=0.79\lambda$

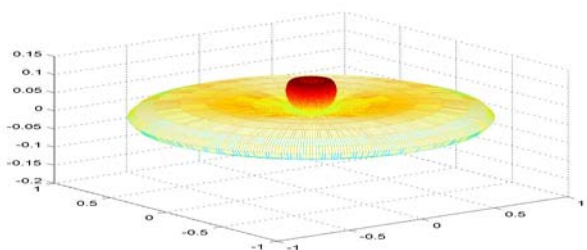


Рис. 2.7. $d_1=0.822\lambda$

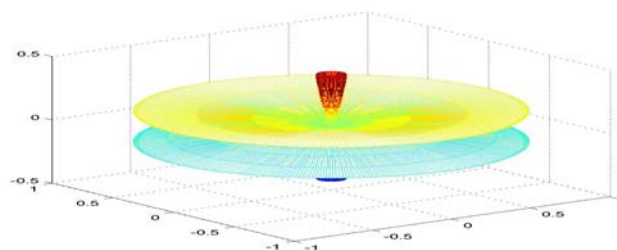
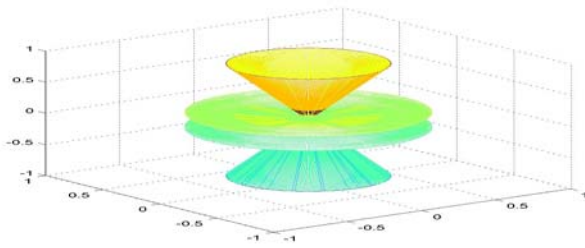
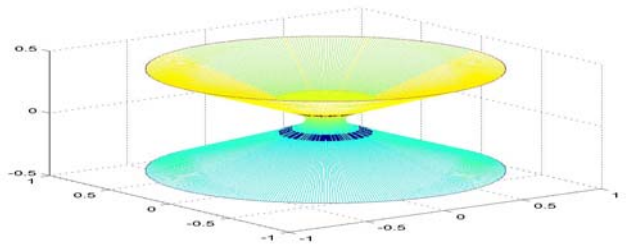


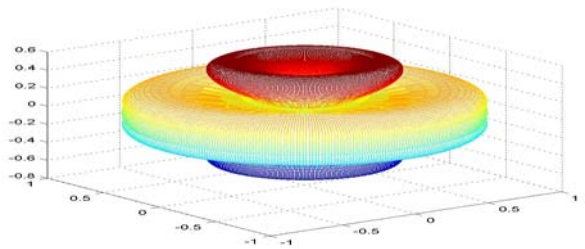
Рис. 2.8. $d_1=0.87\lambda$



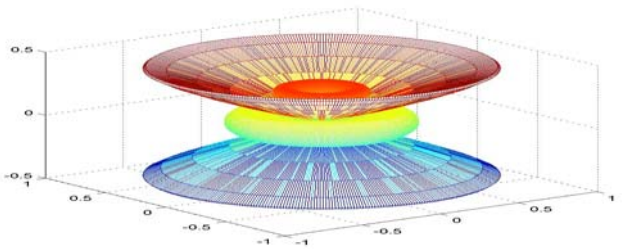
Puc. 2.9. $dl=0.9\lambda$.



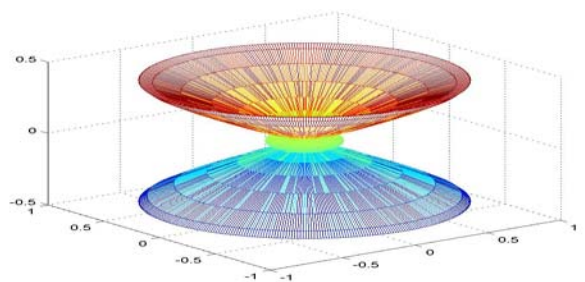
Puc. 2.10. $dl=1.05\lambda$.



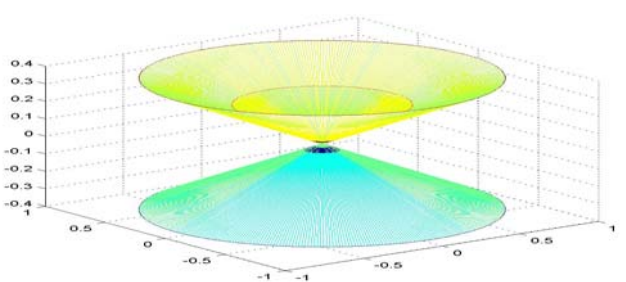
Puc. 2.11. $dl=1.1\lambda$.



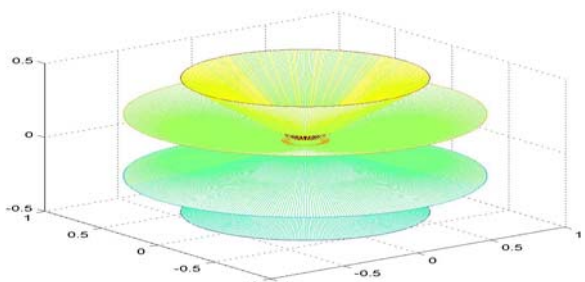
Puc. 2.12. $dl=1.15\lambda$.



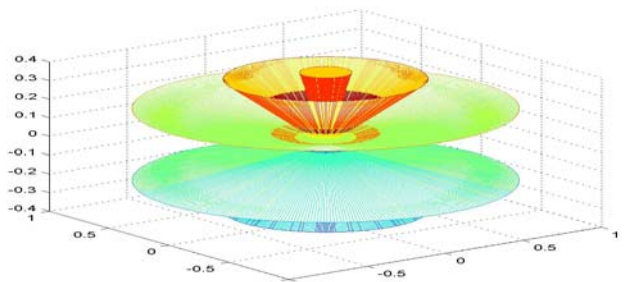
Puc. 2.13. $dl=1.17\lambda$.



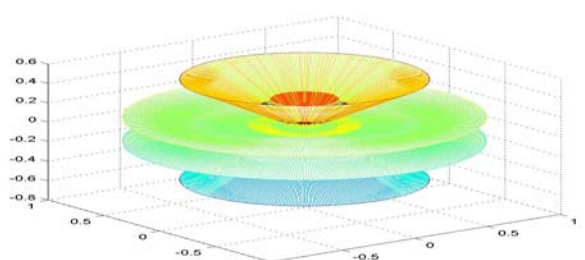
Puc. 2.14. $dl=1.2\lambda$.



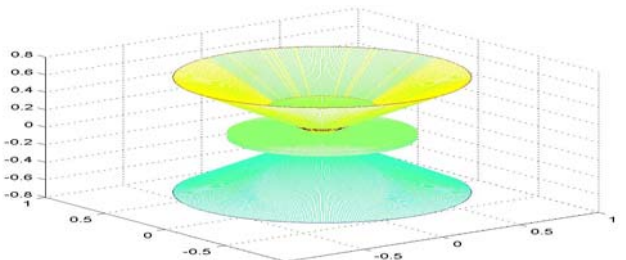
Puc. 2.15. $dl=1.29\lambda$.



Puc. 2.16. $dl=1.3\lambda$.



Puc. 2.17. $dl=1.35\lambda$.



Puc. 2.18. $dl=1.4\lambda$.

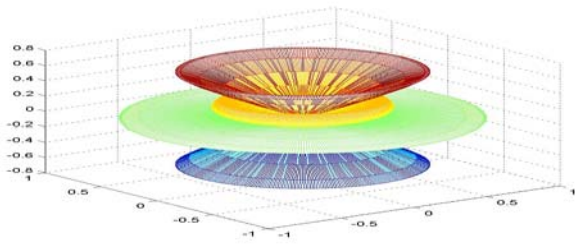


Рис. 2.19. $dl=1.5\lambda$

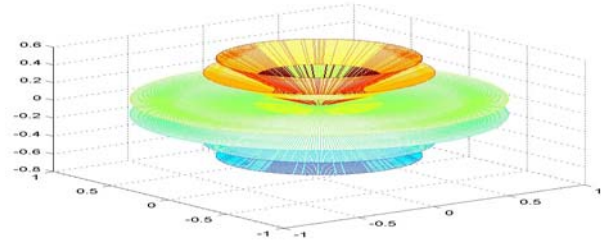


Рис. 2.20. $dl=1.6\lambda$

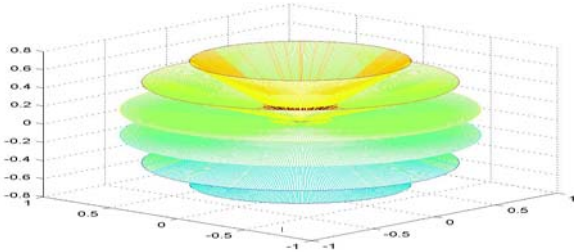


Рис. 2.21. $dl=1.65\lambda$

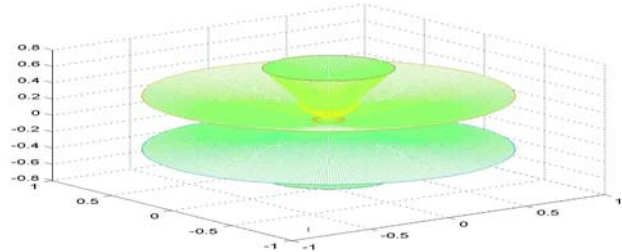


Рис. 2.22. $dl=1.75\lambda$

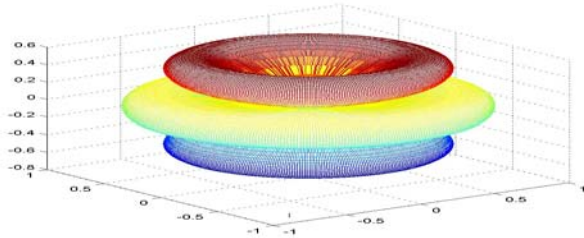


Рис. 2.23. $dl=1.8\lambda$

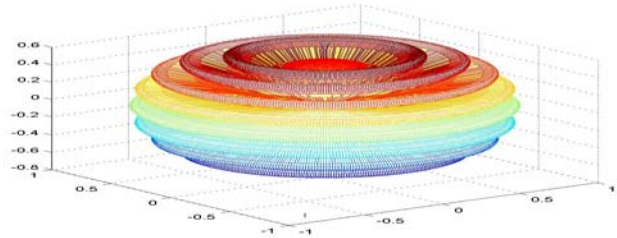


Рис. 2.24. $dl=5.35\lambda$

Рис. 2. Діаграми спрямованості періодично-неоднорідного колового діелектричного циліндра

Аналіз графіків (рис. 2) показує, що діаграми спрямованості ПНКДЦ, збудженого синфазним кільцем магнітного струму, здебільшого мають “лійкоподібний” характер. В окремих випадках, коли період d_i розташування неоднорідностей діелектричної проникності дорівнює або є кратним довжині хвилі нульової (основної) просторової гармоніки поля, що поширюється вздовж осі z структури, спостерігається ефект випромінювання поля вздовж нормалі до осі z структури.

Діаграми спрямованості ПНКДЦ в таких випадках набувають форми диска (рис. 2.7), або комбінацію диско- та лійкоподібних форм (рис. 2.6, 2.7, 2.11, 2.19, 2.23). Такі електродинамічні властивості ПНКДЦ мають важливе практичне значення для побудови елементів інфокомунікаційних систем, таких як просторові фільтри, антени базових станцій різноманітних систем зв'язку, комутатори інформаційних каналів, мультиплексори, інтерферометри, фотонні та плазмонні кристали для різних діапазонів частот електромагнітних випромінювань, включаючи терагерцовий діапазон частот.

Висновок

В результаті виконання цієї роботи розроблено математичну модель – ефективний інструмент аналізу особливостей розподілу поля періодично-неоднорідного колового діелектричного циліндра, що збуджується кільцем синфазного магнітного струму. Аналіз отриманої серії результатів числового дослідження особливостей розподілу поля для багатьох періодів розташування неоднорідностей діелектричної проникності циліндра показав, що періодично-неоднорідні структури – складні електродинамічні системи і приховують значні потенційні можливості для розв'язання широкого кола актуальних прикладних задач. Вони наділені властивостями, які дають змогу віднести їх до класу одновимірних фотонних та плазмонних кристалів, а також мають багато інших цінних властивостей, необхідних для побудови нових засобів інфокомунікаційних систем з поліпшеними характеристиками.

1. Наумовець А. Цей дивовижний, загадковий наносвіт // Україна. Наука і культура: Щорічник. – Вип. 33. – К., 2005. – С.6–17. 2. Шпак А.П., Куницький Ю.А., Коротченко О.О., Смик С.Ю. Квантові низькорозмірні системи. – К.: Академперіодика, 2003. – 310 с. 3. Чисельне моделювання дифракційної взаємодії електромагнітних хвиль з періодичними структурами // Автореф. ... канд. техн. наук: 01.05.02 / Т.Д. Сенік; Нац. ун-т "Львів. політехніка". – Л., 2005. – 17 с. 4. Дмитрук М.Л., Маєва О.І., Мамикін С.В., Мінько В.І., Коровін О.В., Соснова М.В. Оптичні властивості золотих 1D-наноструктур, отриманих методом голографічної літографії на плоских діелектричних та провідних підкладах // Фізика і хімія твердого тіла. – 2007. – Т. 8, № 2. – С. 281–286. 5. Гиппиус Н.А., Тиходеев С.Г., Крист А., Куль Й., Гиссен Х. Плазмонно-волноводные поляритоны в металлодиэлектрических фотонно-кристаллических слоях // ФТТ, 47 (1). – С. 139–143 (2005). 6. Мартинес-Дуарт Дж.М. Нанотехнологии для микро- и оптоэлектроники / Мартинес-Дуарт Дж.М., Мартин-Палма Р.Дж., Агулло-Рueda Ф. / Пер. с англ. А.В. Хачояна; Под ред. д.ф.-м.н. Е.Б. Якимова. – М.: Техносфера, 2007. – 367 с. 7. Lerer A.M., Zelenchuk D.E., Makhno P.V., Makhno V.V., Kazmin I.A. Theoretical modeling of enhanced optical transmission through doubly periodic metallic nanostructures // Proceedings of 1-st international congress on advanced electromagnetic materials in microwaves and optics "Metamaterials-2007". – Rome (Italy), 2007. – P.750–753. 8. Скоробогатко В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике. – М.: Наука, 1983. – 312 с. 9. Боднар Д.И. Ветвящиеся цепные дроби. – К.: Наук. думка, 1986. – 176 с. 10. Чаплин А.Ф. Возбуждение периодически неоднородных импедансных структур // Труды VIII Всесоюз. симп. "Волны и дифракция". – Т. 3. – М.: ИРЭ АН СССР, 1981. – С.73–76. 11. Hoblyk V.V., Hoblyk N.N. About solution of the Fredholm integrated equation in a branched continual fraction type. International School-Seminar "Continued Fraction, their General-ization and Application", Uzhhorod National University, 2002. – P. 16–18. 12. Oliner A.A., Hessel A. Guided Waves on Sinusoidallymodulated Reactance Surfaces // IRE Trans AP-7, Special Supplement, December, 1959. – P. 201–218. 13. Таланов В.Н. К вопросу об излучении антенн поверхностных волн с периодически изменяющимся поверхностным импедансом // Изв. вузов СССР "Радиофизика". – 1960. – №5. – С. 802–817. 14. Евстропов Г.А. Поверхностные волны над ребристой поверхностью с периодическим изменением импеданса // Вопросы радиоэлектроники, сер. 12 – Общетеchnическая. – 1960. – Вып. 3. – С.13–23. 15. Чаплин А.Ф. Возбуждение периодически неоднородных импедансных структур // Труды VIII Всесоюз. симп. "Волны и дифракция". Т. 3. – М.: ИРЭ АН СССР, 1981. – С.73–76. 16. Гоблик В.В. Анализ поля над импедансной плоскостью с периодическими дискретными неоднородностями методом А.Ф. Чаплина / Теоретические и экспериментальные методы исследования антенн и устройств СВЧ: Сборник / Львов. политехн. ин-т. – Львов, 1984. – С.27–70. – Рус. – Деп. В УкрНИИИТИ 11.11.84, №1874, Ук-84. 17. Об одном обобщении решения задач возбуждения модулированных импедансных структур / А.Ф. Чаплин, В.В. Гоблик, Львов. политехн. ин-т. – Львов, 1986. – 8 с. – Рус. Деп. в УкрНИИИТИ, №813 Ук-86. 18. Гоблик В.В. Дис канд. фіз.-мат. наук. – Харків: Харківський держун-т, 1986. – 210 с. 19. Гоблик В.В. До теорії еквідистантних решіток з параметрами, що змінюються за періодичними законами // Вісн. ДУ "Львівська політехніка" "Теорія і проектування напівпровідникових та радіоелектронних пристроїв". – Львів, 1998. – № 343. – С. 49–53. 20. Гоблик В.В., Гоблик Н.М. Про один розв'язок задачі збудження періодично-неоднорідної імпедансної площини // Вісн. ДУ "Львівська політехніка", Теорія і проектування напівпровідникових та радіоелектронних пристроїв. – Львів, 1998. – № 343. – С. 53–57. 21. Hoblyk V.V., Hoblyk N.N. The modeling antenna arrays by branched continual fractions, Proc. 5th Intl. Conf. of antenna theory and techniques. – Kyiv, 2005. – P. 234–237. 22. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – 2-е изд. – М., 1983 – 179 с. 23. Моделювання фотонних кристалів гіллястими ланцюговими дробами / В.В. Гоблик, В.А. Павлиш, І.В. Ничай // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка» "Радіоелектроніка та телекомунікації". – 2007. – № 595. – С. 78–86. 24. Гоблик В.В., Павлиш В.А. Моделювання фотонного кристала на основі періодично-неоднорідного циліндра / Міжнародна конференція «Наноструктурні системи: технології – структура – властивості – застосування» (НСС-2008). – Ужгород: Водограй, 13–16 жовтня, 2008. – С. 167.