УДК 621. 395

А.Г. Ложковський
Одеська національна академія зв’язку ім. О.С. Попова

МЕТОДИ АНАЛІЗУ І СИНТЕЗУ СИСТЕМ РОЗПОДІЛУ ІНФОРМАЦІЇ В УМОВАХ РЕАЛЬНОГО ТРАФІКА (РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ТЕЛЕТРАФІКА)

Запропоновано вирішення важливої науково-прикладної проблеми удосконалення та розширення кількості методів, використовуваних для аналізу і синтезу систем розподілу інформації та оцінки параметрів якості обслуговування в умовах реальних потоків трафіка.

Solution of the important scientifically applied problem of improvement and expansion of amount methods, in-use for an analysis and synthesis of the systems distributing of information and estimation parameters QoS in the conditions of the real streams date is in-process offered.

Для будь-якої телекомунікаційної системи важливими є відомості щодо рівня задоволення потреби в обслуговуванні або якість обслуговування багатьох її абонентів. Кількісний бік процесів масового обслуговування є предметом теорії масового обслуговування. В теорії масового обслуговування усі розглянуті об'єкти поєднуються під загальною назвою „системи масового обслуговування” (СМО), і одним із класів систем масового обслуговування є системи розподілу інформації. Системами розподілу інформації можуть бути пакетні комутатори, комутаційні вузли або мережі зв'язку, які обслуговують за певним алгоритмом повідомлення телекомунікаційних служб. Кількісний бік процесів обслуговування потоків повідомлень (трафіка) у системах розподілу інформації є предметом теорії телетрафіка. Теорія телетрафіка сформувалася як самостійна наукова дисципліна, що являє собою набір імовірнісних методів вирішення проблем проектування нових та експлуатації діючих систем телекомунікацій. Під поняттям „телетрафік” розуміють тепер не тільки класичні телефонні й телеграфні повідомлення, але й потоки повідомлень у нових інфокомунікаційних мережах. Специфічні особливості різних систем телетрафіка збільшують проблеми розроблення універсальних методів аналізу і синтезу систем розподілу інформації.

В такий спосіб продумана та цілеспрямована стратегія модернізації інформаційних і телекомунікаційних мереж немислима без достовірної оцінки реальної якості обслуговування (QoS) трафіка у цих мережах. За системного підходу до проблеми підвищення якості надання інформаційних послуг неможливо обійтися без точних математичних методів аналізу систем розподілу інформації та оцінки якості обслуговування трафіка в реальних умовах формування його потоків. Природа надходження цих потоків і їх обслуговування залежить від конкретного виду системи мережі та безлічі інших чинників. Деякі з задач аналізу і синтезу систем розподілу інформації можна сформулювати та розв'язати за допомогою теорії масового обслуговування методами сучасної математики. Однак більшість задач не вдається дослідити і розв’язати аналітично за допомогою відомих, що стали вже класичними, методів теорій масового обслуговування та телетрафіка. Найвідомішими з них є такі методи:

№ з/п	Метод	Сфера застосування			Витрати для складання формул і програм
		Кількість станів системи	Кількість неекспонентно розподілених величин	Тип системи	
1	Диференціальних і інтегральних рівнянь	мала	мала	з втратами, з чергою	порівняно великі
2	Метод додаткових змінних	–//–	–//–	будь-яка	–//–
3	Метод додаткових подій	мала, будь-яка	1	–//–	порівняно малі
4	Метод фаз Ерланга	мала	ті, що апроксимуються розподілом Ерланга	–//–	більші, ніж в Δt-методі
5	Ланцюги Маркова (Δt-метод)	–//–	0	–//–	порівняно малі
6	Вкладені ланцюги Маркова	мала, будь-яка	1	–//–	порівняно великі
7	Кусково-лінійні марковські процеси	мала, будь-яка	мала	–//–	порівняно малі
8	Напівмарковські процеси	будь-яка	1	–//–	–//–
9	Наближені методи	–//–	будь-яка	–//–	–//–
10	Моделювання	–//–	–//–	–//–	–//–

Сфера застосування зазначених методів визначається кількістю неекспонентно розподілених величин, що характеризують поведінку елементів досліджуваної системи. Якщо усі функції розподілу є експонентного або ерлангового виду, то систему можна описати за допомогою однорідних безперервних марковських ланцюгів або навіть за допомогою однорідних процесів народження та загибелі. У цьому випадку застосування методів 1 – 5 наведеного списку буде коректним і дасть змогу успішно розв’язати поставлені задачі аналізу системи розподілу інформації або розрахунку параметрів QoS.

У системах, де не усі розподіли експонентні, шукають такі аналітичні прийоми, які приводять досліджувані процеси до марковських, або шукають такі моменти часу, в яких процес стає марковським. Далі простими методами дискретних марковських ланцюгів обчислюються шукані величини або ймовірності, що характеризують стан системи, після чого вони перетворюються у відповідні величини вихідного процесу. Для розв'язання задач такого типу застосовуються методи 6 – 8 з наведеного списку. Однак реальні результати з застосуванням цих методів отримані для невеликого класу систем (наприклад, формула Полячека-Хінчина для системи типу M/G/1), або отримано тільки часткові та неточні результати (для систем типу M/G/m, GI/G/1 тощо).

Незадоволеність результативністю існуючих методів 1 – 8 змушує дослідників звертатися до наближених методів або до статистичного моделювання 9 – 10. «Нерезультативність» існуючих методів пояснюється тим, що експонентно розподілені випадкові процеси властиві тільки „ідеалізованій” математичній моделі (наприклад, пуассонівській). Реальні ж потоки трафіка, що циркулюють у телекомунікаційних мережах, значно відрізняються від моделі пуассонівського потоку, для якого інтервал часу між заявками на обслуговування має бути експонентним. Крім того, існуючі методи аналізу і розрахунку параметрів QoS орієнтовані на використання лише перших моментів розподілів випадкових величин, що характеризують потоки трафіка і систему. Під час обслуговування реального трафіка, як показано в [1], істотно впливають й вищі моменти розподілів названих величин, зокрема дисперсія.

Отже, сьогодні найактуальнішим завданням теорії телетрафіка є вирішення проблеми удосконалення або розширення кількості методів, використовуваних для аналізу систем розподілу інформації та оцінки параметрів якості обслуговування в умовах реальних потоків трафіка.

Теорія телетрафіка оперує не із самими системами розподілу інформації, а з їхніми математичними моделями. Математична модель системи розподілу інформації містить такі основні елементи:

1. **Вхідний потік заявок на обслуговування (трафік)** – класифікується за ознаками стаціонарності, ординарності та післядії. Основними характеристиками потоку заявок є його параметр та інтенсивність.

2. **Схема системи розподілу інформації** – надає інформацію про кількість обслуговуючих пристроїв (серверів), їх взаємне з'єднання та доступність для вхідних заявок. (Наприклад, однокаскадна повнодоступна схема).

3. **Дисципліна обслуговування потоку заявок** – характеризує взаємодію потоку заявок із системою розподілу інформації. В теорії телетрафіка дисципліна обслуговування описується такими характеристиками:

– способом обслуговування заявок (з втратами, з чергами);
– порядком обслуговування заявок (у порядку черги або випадково);
– режимами пошуку виходів схеми (довільний, груповий);
– законами розподілу часу обслуговування (експонентний, регулярний);
– наявністю переваг (пріоритетів) в обслуговуванні деяких заявок;
– наявністю обмежень при обслуговуванні (наприклад, час очікування);
– законами розподілу ймовірностей виходу з ладу елементів схеми.

Для кожної дисципліни обслуговування заявок властивий певний набір основних і допоміжних параметрів якості обслуговування (QoS).

Очевидно, що кількісна оцінка процесу обслуговування трафіка та якість обслуговування потоку заявок залежить від усіх елементів математичної моделі системи розподілу інформації. Проте найскладнішим питанням аналізу цих систем є врахування математичної моделі вхідного потоку заявок. Саме з цієї причини весь пакет задач аналізу систем розподілу інформації для будь-яких із її схем та дисциплін обслуговування розв’язано тільки для випадку найпростішої математичної моделі трафіка – моделі пуассонівського потоку заявок. Для цієї моделі відомі усі аналітичні формули для розрахунку основних характеристик якості обслуговування в системах розподілу інформації [2].

Практичні виміри параметрів потоків заявок свідчать, що реальний трафік в телекомунікаційних мережах істотно відрізняються від моделі пуассонівського потоку тим, що дисперсія кількості заявок в умовну одиницю часу (дисперсія інтенсивності трафіка) σ^2 може в десятки разів перевищувати її математичне сподівання Y (для пуассонівського розподілу $\sigma^2 = Y$). При цьому такі потоки точніше апроксимуються функцією нормального розподілу [3], а у деяких випадках для апроксимації реального трафіка застосовуються й складніші математичні моделі, наприклад, модель фрактального процесу [4]. Однак для усіх цих моделей трафіка отримано тільки часткові або неточні методи розрахунку якості обслуговування.

Аналіз еволюції розвитку телекомунікаційних мереж та послуг дає змогу виділити три етапи, на яких застосовувались певні математичні моделі трафіка, обумовлені рівнем цього розвитку.

I етап – моносервісні мережі з однорідним трафіком. Такими, наприклад, були суто телефонні мережі з єдиною послугою телефонного зв’язку, що й зумовлювало однорідність трафіка. Найпростіша модель пуассонівського потоку переважно відповідає таким умовам, а значення інтенсивності трафіка та її дисперсії збігаються або достатньо близькі.

II етап – мультисервісні мережі з різнорідним трафіком. Стрімкий розвиток телекомунікаційних технологій, нові принципи побудови мереж зв’язку, зміна структурного складу абонентів і спектра надаваних послуг – усе це чинники, які істотно впливають на параметри трафіка і його математичну модель. На цьому етапі реальному трафіку властива підвищена нерівномірність трафіка, за якої дисперсія інтенсивності трафіка перевищує її математичне сподівання від 2 до 15 разів. Інколи це перевищення буває й більшим, але це відбувається або за межами ГНН, або на невеликих пучках каналів [1].

III етап – пакетні мережі з мультисервісним трафіком. Трафік, що передається в мультисервісних мережах з комутацією пакетів, має довгострокові залежності в інтенсивності та ще істотніше відрізняється від пуассонівського потоку і навіть від будь-яких інших потоків, що визначаються одновимірною функцією розподілу ймовірності інтервалу часу між моментами надходження пакетів. Адекватнішою моделлю потоків в таких мережах є самоподібні процеси, однак дослідження характеристик якості обслуговування систем розподілу інформації в цих умовах є дуже складною математичною задачею. У мультисервісних пакетних мережах трафік є різнорідним і з певними вимогами до QoS. Тут передачу потоків різних служб забезпечує одна і та сама мережа з єдиними протоколами та законами управління. Із-за того, що джерела кожної служби можуть мати різні швидкості передавання інформації або змінювати її в процесі сеансу зв'язку (максимальна та середня швидкості), то об'єднаному потоку пакетів властива так звана «пачковість» трафіка (burstness), вимірювана коефіцієнтом пачковості [5]. Ця пачковість зумовлює ще більшу нерівномірність трафіка, за якої дисперсія інтенсивності трафіка перевищує її математичне сподівання від 20 до 60 разів і більше.

Розвиток теорії телетрафіка I етапу

Заснування теорії телетрафіка розпочато з наукових праць Ерланга і основні результати цієї теорії отримано в умовах I етапу наведеного аналізу (*B*- і *C*-формула Ерланга для систем з втратами та чергою відповідно). Розвиток теорії подовжено в інших роботах. Для моделі пуассонівського потоку за довільного розподілу тривалості обслуговування в одноканальній системі з чергою абсолютно точним (тому й класичним) вважається результат, отриманий Поллачеком-Хінчиним. Для моделі пуассонівського потоку за постійної тривалості обслуговування в багатоканальній системі з чергами розв'язку отримано Кроммеліном. Однак воно настільки складне в математичному плані, що на практиці для інженерних розрахунків замість точних аналітичних формул застосовуються відповідні діаграми (криві Кроммеліна). У [6, 7] запропоновано простіший метод розрахунку основних характеристик якості обслуговування, який ґрунтується на апроксимації середньої тривалості затримки заявок в системі *C*-формули Ерланга. Зокрема основні характеристики якості обслуговування в моделі $M/D/m/\infty$ можуть бути знайдені за відомими характеристиками моделі $M/M/m/\infty$:

$$P_{w>0} = \frac{D_m(\Lambda)}{2F(k)}, \qquad W = \frac{D_m(\Lambda)}{m-\Lambda} F(k+1), \qquad t_q = \frac{1}{m-\Lambda} F(k+2),$$

де $D_m(\Lambda)$ – *C*-формула Ерланга; $P_{w>0}$ – ймовірність очікування; Λ – інтенсивність трафіка; m – кількість каналів (серверів або умовних портів); W – середня тривалість очікування заявок у системі; t_q – середня тривалість очікування заявок у черзі; $F(k)$ – апроксимуюча функція, що пов'язує однойменні характеристики *QoS* в моделях $M/M/m/\infty$ і $M/D/m/\infty$ за експонентної та постійної тривалості обслуговування:

$$F(k) = 2^{k-1}\left(\frac{m}{m+\Lambda}\right)^{k},$$

де $k = 0{,}01\Lambda$ для усіх наведених характеристик.

Під час розрахунку пропускної здатності пакетної мережі доступу зі змінною довжиною пакетів (припустимо з експонентною тривалістю їх обслуговування) вважалось, що на кожний вузол доступу (ВД) надходить пуассонівський потік пакетів, а стани послідовних ВД незалежні (модель $M/M/m$). Такий підхід може частково й виправданий із-за простоти та прийнятної, хоча й невідомої, похибки. Однак на практиці потоки пакетів внаслідок скінченної кількості джерел описуються моделлю примітивного потоку (моделлю Енгсета), а стани послідовно з'єднаних ВД залежні, оскільки кожний пакет займає в них певну пропускну здатність, і до того ж із-за втрат змінюється характер трафіка, що надходить на транзитний ВД («зрізуються» піки трафіка і відповідно зменшується його дисперсія). Отже, використання моделі *M/M/m* призводить до заниження пропускної здатності мережі. Для отримання точних результатів необхідно розраховувати кожний автономний сегмент мережі доступу з каскадним включенням ВД (кластер) загалом, не розділяючи його на окремі ВД. У [8] запропоновано рекурентний метод розрахунку пропускної здатності пакетної мережі доступу, який дає змогу отримати точні результати у разі симетричної мережі доступу, і тому дає можливість оцінки похибки наближених інженерних методів розрахунку. Суть методу зводиться до наступного: визначається кількість умовних каналів так, щоб не перевищувались нормативні втрати заявок на встановлення з'єднання загалом, а далі визначається для кожного такого каналу швидкість передачі так, щоб не перевищувалась норма втрат пакетів. Тоді легко розраховується необхідна смуга пропускання в Мбіт/с кожного напряму зв'язку. У [8] із застосуванням формули Енгсета аналітично отримано просте для розрахунків рекурентне співвідношення ймовірностей наявності в кластері j з'єднань $B_j(m)$:

$$jB_j(m) = \frac{\alpha_2}{1+\alpha_1}[(mN+j+1)B_{j-1}(m) - mNC_{N-1}^{v}\sum_{l=0}^{v} C_v^l \alpha_2^l \alpha_1^{v-l} B_{j-1-l}(m-1)].$$

За допомогою цього співвідношення послідовно визначаються усі значення $B_j(m)$, за якими достатньо просто розраховуються характеристики якості обслуговування:

$$P_i = \frac{\sum_{l=0}^{i} C_N^l \alpha_2^l C_{N-l}^{i-l} \alpha_1^{i-l} \sum_{j=0}^{V-l} B_j(m-1)}{\sum_{x=0}^{V} B_x(m)}, \qquad \Pi_j = \frac{B_j(m)}{\sum_{x=0}^{V} B_x(m)}, \qquad (1)$$

де P_i – імовірність зайнятості i умовних каналів для ВД за зв'язку всередині кластера; Π_j – імовірність зайнятості j умовних каналів в напрямі до транспортної мережі; m – кількість ВД в кластері.

Розвиток теорії телетрафіка II етапу

Із запровадженням нових послуг та пов'язаним з цим наданням мережам властивості мультисервісності (II етап) характеристики трафіка істотно змінилися і найпростіша математична модель пуассонівського потоку не забезпечувала її адекватності реальним процесам, що відбувались в мережі. Ступінь відхилення реального потоку від пуссонівського може бути визначений через пікфактор інтенсивності трафіка S:

$$S = \sigma^2 / \Lambda,$$

де σ^2 – дисперсія інтенсивності трафіка; Λ – її математичне сподівання.

Для пуассонівського потоку $S \equiv 1$, а в мережах з різнорідним трафіком $S = 2\ldots15$, що підтверджено статистичними даними практичних вимірів параметрів трафіка [1]. Цим дослідженням встановлено, що кращий ступінь узгодження реальних потоків трафіка з теоретичними законами розподілу спостерігається за апроксимації їх рекурентним потоком Пальма з гіперекспонентним (H) розподілом інтервалу часу між заявками (достатньо двох експонент). При цьому розподіл ймовірностей P_i випадкової величини i (кількості заявок в умовну одиницю часу) описується нормальним (Гаусса) законом розподілу. На основі нормального розподілу інтенсивності трафіка в [9] запропоновано та в [10] впроваджено нову методику оцінювання ймовірності втрат заявок P_c, яка враховує пікфактор інтенсивності трафіка S:

$$P_c = \frac{S}{\sum_{i=0}^{m} \exp\left[\frac{-(i-2\Lambda+m)(i-m)}{2\Lambda S}\right]}\left(1-\frac{1+\frac{m-\Lambda}{\sqrt{\Lambda S}}}{\frac{5}{S^2-1}+k}\right),$$

де k – коефіцієнт, що дорівнює 18.0, 4.25, 3.55 та 2.85 для регулярного, рівномірного, експоненціального та логарифмічно нормального (за $var = 3$) законів розподілу тривалості обслуговування відповідно.

Відомо, що за $S = 1$ або за умови $\Lambda = \sigma^2$ нормальний випадковий процес також є *марковським* і тому значення ймовірностей, розрахованих за B-формулою Ерланга та запропонованого методу, доволі близько збігаються (розбіжності не більші за 5 %). Якщо B-формула істинна за будь-якого закону розподілу тривалості обслуговування (згідно з ергодичною теоремою для *марковських* процесів Севастьянова), то за $S \neq 1$ або зростання дисперсії σ^2 нормальний процес стає значно складнішим. При цьому розподіл інтервалів часу між заявками вже не є експонентним, потік заявок втрачає властивість відсутності післядії, а процес обслуговування втрачає ергодичну властивість. Через те ймовірність втрат заявок починає залежати від початкового стану системи та закону розподілу тривалості обслуговування. Ступінь впливу законів розподілу тривалості обслуговування на ймовірність втрат заявок в цих умовах досліджено в [11] за допомогою імітаційної моделі, розробленої в [12].

Запропонований метод дав змогу удосконалити методику розрахунку якості обслуговування абонентів рухомого зв'язку [13], оскільки і в цих мережах моделі потоків трафіка не є пуассонівськими.

Під час проектування систем розподілу інформації необхідно знати окремі ймовірності функції розподілу станів системи P_j. Для пуассонівського потоку ця задача розв'язується відомим розподілом Ерланга, для примітивного – розподілом Енгсета або розподілом (1) для випадку симетричного кластера пакетної мережі. Для реальних потоків мультисервісних мереж, що апроксимуються рекурентним потоком Пальма у випадку експонентного розподілу тривалості обслуговування, можна застосовувати розв'язок, отриманий за допомогою вкладених ланцюгів Маркова й наведений в книзі Такача [14]. Але, окрім експонентного закону розподілу тривалості обслуговування (наприклад, для опису випадкової тривалості телефонного з'єднання), використовується й регулярний закон (наприклад, для опису тривалості роботи керуючих пристроїв вузлів комутації або обробки пакетів). У цьому випадку застосування цього способу розрахунку неможливе, оскільки в методі вкладених ланцюгів Маркова кількість неекспонентно розподілених величин не може бути більшою, ніж одна (інтервал часу між заявками вже має неекспонентний розподіл). На основі нормального розподілу інтенсивності трафіка в [15] аналітичним шляхом отримано метод розрахунку стаціонарних ймовірностей станів системи типу $H/D/m$:

$$P_j = \frac{1}{\sum_{i=0}^{m} \exp\left[\frac{-(i-2\Lambda+j)(i-j)}{2\sigma^2}\right]}.$$

Перевірка точності запропонованого методу за допомогою імітаційного моделювання в широкому діапазоні зміни параметрів трафіка Λ, σ^2 та ємності системи m показала, що відносна похибка запропонованої апроксимації не перевищує 1 % для усіх значень P_j, окрім $P_{j=m}$. Для розрахунку цієї ймовірності там же запропоновано спеціальну формулу.

У телекомунікаційних системах потоки трафіка можуть обслуговуватись не тільки за дисципліною обслуговування з явними втратами, як в телефонних мережах, але й з умовними втратами або з організацією черги, як в мережах *ATM*, *IP* тощо. Для моделі $H/D/m/\infty$ в [16] запропоновано новий метод розрахунку систем розподілу інформації з чергою за умови обслуговування реального потоку трафіка. В основі цього методу лежить апроксимація середньої тривалості очікування заявок в черзі t_q, яку уточнено за допомогою імітаційної моделі, розробленої у [17].

Апроксимація середньої тривалості очікування заявок в черзі t_q ґрунтується на таких відомих результатах [2]:

– із *C*-формули Ерланга випливає, що в системі $M/M/m/r{=}\infty$ середня тривалість очікування для затриманих заявок $t_{експ} = 1 / (m - \Lambda)$;

– із формули Поллачека-Хінчина випливає, що в системі $M/D/1/r{=}\infty$ середня тривалість очікування для затриманих заявок $t_{пост} = t_{експ} / 2$.

Очевидно, що в шуканій формулі для розрахунку t_q системи $H/D/m/r{=}\infty$ мають враховуватись ці результати. Перший – тому, що пуассонівський потік (*M*) є окремим випадком рекурентного (*H*). Другий – тому, що одноканальна система ($m = 1$) є окремим випадком багатоканальної. У роботі [18] для системи $H/D/m/r{=}\infty$ під час обслуговування у порядку черги (*FIFO*) показано, що t_q більше за $t_{експ}$ у $S / 2$ разів за ємності системи $m = \Lambda$. Цей факт добре узгоджується з наведеними відомими співвідношеннями – враховані і відмінність рекурентного потоку від пуассонівського через пікфактор *S*, і відмінність в два рази середньої тривалості очікування за постійної та експонентної тривалості обслуговування, але віднесено це до характерної точки $m = \Lambda$. За збільшення *m* це співвідношення убуває зі швидкістю $(m + \Lambda + 1 + \Lambda / m) / m$.

Отже, середня тривалість очікування заявок в черзі t_q для моделі $H/D/m/r{=}\infty$ розраховується за формулою

$$t_q = \frac{1}{m-\Lambda} S \frac{m}{m+\Lambda+1+\Lambda/m} = \frac{S}{(m+1)\left[1-(\Lambda/m)^2\right]}.$$

Імовірність очікування $P_{>0}$ дорівнює ймовірності того, що нова заявка, яка надходить в систему, застає усі *m* каналів зайнятими:

$$P_{>0} = \sum_{j=m}^{\infty} P_j = 1 - \sum_{j=0}^{m-1} P_j \,, \tag{2}$$

де j – стан системи ($0 \le j \le m$ – канали; $m < j \le \infty$ – черга).

За постійної тривалості обслуговування *t* і відсутності явних втрат властивості потоку звільнення збігаються з властивостями потоку прибуваючих на обслуговування заявок, тому що відбувається тільки зсув у часі на величину *t* між моментом надходження заявки і моментом закінчення її обслуговування. При цьому стани системи повністю визначаються властивостями потоку прибуваючих заявок, а функції розподілу кількості заявок в системі (стану системи) P_j і кількості прибуваючих заявок P_i за час *t* повністю збігаються. Оскільки потік прибуваючих заявок описується нормальним розподілом, то ймовірність $P_{>0}$ теж розраховується з використанням нормального закону розподілу з параметрами Λ та σ^2 вхідного потоку заявок.

Далі за розрахованими t_q і $P_{>0}$ визначаються середня тривалість очікування заявок в системі *W* і середня довжина черги *Q*:

$$W = t_q P_{>0}\,, \qquad Q = \Lambda W\,. \tag{3}$$

Однак фактично на канали системи надходять заявки із первинного потоку з інтенсивністю Λ та із черги – з інтенсивністю $\Lambda P_{>0} t_q$, оскільки заявки, що очікують в черзі, утворюють додатковий потік з інтенсивністю $\Lambda \cdot P_{>0}$, і кожна затримана заявка очікує в середньому час t_q. Тому загальна інтенсивність трафіка на канали збільшується до $\Lambda_2 = \Lambda + Q$, оскільки $t_q P_{>0}$ – це середня тривалість очікування W, а ΛW – середня довжина черги Q (3). Окрім того, додатковий потік заявок із черги не тільки збільшує загальну інтенсивність трафіка з Λ до $\Lambda_2 = \Lambda + Q$, але й її дисперсію – з σ^2 до $\sigma_2^2 \approx (\sigma + Q / 2)^2$. Через це розрахунок ймовірності $P_{>0}$ (2) повторюється ще раз з новими значеннями Λ_2 та σ_2^2, після чого повторюються й розрахунки W та Q (3).

Інколи вимушено для розрахунків параметрів *QoS* під час обслуговування реального трафіка (модель $H/D/m/r=\infty$) застосовують *C*-формулу Ерланга або метод Кроммеліна, але це є помилкою, оскільки похибка розрахунку у такому випадку становить 50–90 %, а похибка запропонованого методу не перевищує 5 %.

Розвиток теорії телетрафіка III етапу

Побудова мереж нового покоління (NGN) – найактуальніше завдання в телекомунікаціях на сучасному етапі розвитку. Мультисервісні мережі NGN ґрунтуються на технології комутації пакетів. Трафік в пакетних мережах може бути описаний самоподібним (*self-similarity*) випадковим процесом з параметром Херста 0.65–0.8, однак дослідження параметрів *QoS* в цих умовах є доволі складною математичною задачею, а вплив явища самоподіпності трафіка на пропускну спроможність мережі ще не досліджено повною мірою. Причиною цьому є слабка формалізованість моделі самоподібніх потоків, внаслідок чого й неможливо отримати аналітично обґрунтовані результати для оцінки параметрів *QoS* в системах розподілу інформації.

Випадковий процес (ВП) надходження пакетів в СМО на обслуговування, що утворює потік пакетів (трафік), характеризується законом розподілу, який встановлює зв'язок між значенням випадкової величини (кількістю пакетів) і імовірністю появи цього значення. Здебільшого для розрахунку параметрів QoS досить знати про закон розподілу тільки деякі його числові характеристики – моменти розподілу різних порядків. Для розрахунку в умовах пуассонівського розподілу достатньо математичного сподівання M, а для нормального розподілу – мати значення M і дисперсії D.

Основні характеристики випадкового процесу M і D, хоча й досить важливі, у той самий час не є вичерпними, а інколи й марними для прогнозування значення випадкової величини. Інколи ВП характеризуються однаковими значеннями M і D, але внутрішня структура цих процесів різна. Одні можуть мати плавно мінливі реалізації, а інші – яскраво виражену коливальну структуру за стрибкоподібної зміни окремих значень випадкової величини (наприклад, різке зростання кількості пакетів у мережі, що призводить до „пачковості” трафіка). Для «плавних» процесів характерна велика передбачуваність реалізацій, а для „пачкових” – дуже мала імовірнісна залежність між двома випадковими величинами ВП. У таких випадках закон розподілу, що характеризує ВП, несе в собі деяку невизначеність і уможливлює з більшою або меншою надійністю прогнозувати значення випадкової величини.

Отже, використовувані імовірнісні закони розподілу, що описують трафік у пакетних мережах, не дають такої кількісної оцінки невизначеності стану системи масового обслуговування, як ентропія розподілу:

$$H(m) = -\sum_{j=1}^{m} P_j \log P_j .$$

Ентропія не залежить від значень, яких набуває випадкова величина, а тільки від їхніх ймовірностей.

Для оцінки параметрів якості обслуговування самоподібного трафіка в [19] запропоновано ентропійний метод розрахунку параметрів *QoS*, який зводиться до використання методів розрахунку відомих розподілів, ентропія яких збігається або є найближчою до ентропії станів системи під час обслуговування самоподібного трафіка.

Для обґрунтування можливості застосування методів розрахунку параметрів якості обслуговування відомих моделей, наприклад таких, як $M/M/1$, $M/D/1$, $M/E/1$ або $M/H/1$ (для всіх $r=\infty$ –

нескінченна черга), в умовах самоподібного трафіка (модель *fBM* – фрактальний броунівський рух) використано імітаційне моделювання. За допомогою спеціально розробленого алгоритму [17] виконано моделювання одноканальної СМО з чергою під час обслуговування самоподібного трафіка. Наприклад, для постійної тривалості обслуговування коефіцієнт Херста змінювався в межах $H = 0{,}55 \div 0{,}9$, а завантаження системи (інтенсивність) – у межах $\rho = 0{,}1 \div 0{,}9$. Для заданих умов розраховувалась ентропія розподілу станів системи. Результатами моделювання встановлено, що в тих точках, де є однакова ентропія розподілу станів системи, однакові й досліджувані параметри якості обслуговування, такі як середня довжина черги Q та середня тривалість очікування заявок W. Наприклад, для моделей $M/M/1$ і $fBM/D/1$ ($H = 0{,}8$) за $\rho = 0{,}6$ ентропії розподілів досить близькі і дорівнюють 1,683 і 1,719 відповідно. При цьому для моделі $fBM/D/1/r{=}\infty$ середня довжина черги $Q = 0{,}982$ і середня тривалість очікування усіх заявок $W = 1{,}611$, що перевищує відповідні значення для моделі $M/M/1/r{=}\infty$, усього 3 % (на стільки ж відмінні і значення ентропії). Такий же збіг основних параметрів якості обслуговування СМО з чергою спостерігається в усіх інших точках, для яких однаковими є значення ентропії розподілу станів системи. Основними параметрами є: N – середня кількість заявок у системі, T – середня тривалість перебування заявок у системі, Q – середня довжина черги і W – тривалість очікування заявок.

Для розрахунків можна застосовувати формулу Поллачека-Хінчина, призначену для моделі $M/G/1/r{=}\infty$:

$$N = \rho + \rho^2 \frac{1 + C^2}{2(1-\rho)},$$

де N – середня кількість заявок у системі; C – коефіцієнт варіації тривалості обслуговування.

Визначивши цей параметр, інші характеристики розраховуються через відомі співвідношення та формулу Літтла:

$$Q = N - \rho, \qquad T = \frac{N}{\rho}, \qquad W = T - 1.$$

Алгоритм застосування ентропійного методу розрахунку *QoS* такий:

1. Для встановленого закону розподілу станів системи визначається ентропія розподілу H_{fBM} (за відомими формулами).

2. Зміною коефіцієнта варіації C для моделі $M/H/1/r{=}\infty$ досягається збіг значень ентропії $H_{M/H/1} = H_{fBM}$.

3. За допомогою знайденого коефіцієнта варіації C визначається середня кількість пакетів в системі N за формулою Поллачека-Хінчина.

4. Через відомі співвідношення визначаються інші характеристики *QoS*.

У [20] встановлено, що, змінюючи коефіцієнт варіації тривалості обслуговування *var* від 0 до 5, графіки ентропії „накривають” практично усю область можливих значень ентропії розподілів станів системи в моделях $fBM/D/1$, $fBM/M/1$ або $fBM/LogN/1$ за зміни коефіцієнта Херста в діапазоні від $H = 0{,}55$ до $H = 0{,}9$. Отже, розрахунок параметрів *QoS* в моделі з самоподібним трафіком за будь-якого закону розподілу тривалості обслуговування теж можливий запропонованим методом. Необхідною умовою такого розрахунку є визначення ентропії розподілу станів системи.

У [4] продемонстровано, що запропонований Норосом аналітичний розв’язок для системи $fBM/D/1/r{=}\infty$ у багатьох випадках є дуже приблизною оцінкою з похибкою до сотні відсотків, у зв’язку з чим найперспективнішим є ентропійний метод оцінки параметрів якості обслуговування самоподібного трафіка.

Висновки

Результатом комплексу досліджень, наведених у цій роботі, є вирішення важливої науково-прикладної проблеми удосконалення та розширення кількості методів, використовуваних для аналізу і синтезу систем розподілу інформації та оцінки параметрів якості обслуговування в умовах реальних потоків трафіка. Усі запропоновані методи враховують сучасний стан розвитку телекомунікаційних технологій, нові принципи побудови мереж зв'язку, зміну структурного складу абонентів і розширення спектра надаваних послуг. Саме ці чинники і є першопричиною еволюційної зміни структури реального трафіка інфокомунікаційних мереж, що вимагало для адекватного його опису такої самої поступової зміни застосовуваних математичних моделей трафіка – від найпростішої пуассонівської моделі до моделі фрактальних або самоподібних процесів. На певних етапах як інтегруючу оцінку усіх впливів на структуру трафіка вищенаведених чинників запропоновано застосовувати величину дисперсії інтенсивності трафіка, яка свідчить про ступінь розбіжності окремих значень випадкової кількості заявок потоку трафіка та його середнього значення. Під час застосування пакетних технологій через властивість „пачковості" структура реального трафіка так змінилась, що використання для опису істотно збільшеної нерівномірності трафіка тільки оцінки дисперсії вже не забезпечило адекватності будь-якої з класичних моделей теорії телетрафіка реальній структурі мультисервісного трафіка. Тому для цього й запозичена математична модель із інших наук, але застосування якої ще не досліджено повною мірою через слабку формалізованість моделі самоподібних потоків, внаслідок чого й неможливо отримати аналітично обґрунтовані результати для оцінки параметрів *QoS* в системах розподілу інформації.

У підсумку можна відзначити, що із запровадженням запропонованих рішень отримала подальший розвиток теорія телетрафіка, яку поповнено новими методами оцінки параметрів якості обслуговування реального трафіка для наступних моделей систем розподілу інформації:

1. Спрощення розв'язку задачі Кроммеліна: модель $M/D/m/\infty$ – пуассонівський потік, детермінований час обслуговування, повнодоступна багатоканальна система з нескінченною чергою.

2. Новий рекурентний метод розрахунку пропускної здатності симетричної пакетної мережі доступу: модель $M_П/M/m$ – примітивний потік, експонентний час обслуговування, повнодоступна багатоканальна система з втратами.

3. Новий метод розрахунку ймовірності втрат заявок: модель $H/G/m$ – реальний гіперекспонентний потік, будь-який час обслуговування, повнодоступна багатоканальна система з втратами.

4. Новий метод розрахунку стаціонарних ймовірностей станів системи: модель $H/D/m$ – реальний гіперекспонентний потік, детермінований час обслуговування, повнодоступна багатоканальна система з втратами.

5. Новий метод розрахунку систем розподілу інформації з чергою: модель $H/D/m/\infty$ – реальний гіперекспонентний потік, детермінований час обслуговування, повнодоступна багатоканальна система з нескінченною чергою під час обслуговування у порядку черги.

6. Новий ентропійний метод розрахунку параметрів *QoS* під час обслуговування самоподібного трафіка: модель $fBM/G/1/r{=}\infty$ – самоподібний трафік, будь-який час обслуговування, одноканальна система з нескінченною чергою.

Аналіз та синтез (проектування) систем розподілу інформації на основі адекватних методів розрахунку, що враховують реальний характер трафіка, дасть змогу забезпечити відчутну економію витрат на будівництво та експлуатацію мереж зв'язку. Завдяки правильному розрахунку підвищиться якість обслуговування й пропускна спроможність систем розподілу інформації.

Нові методи оцінки якості обслуговування можуть бути застосовані в системах динамічного керування мережею для перерозподілу ресурсів мережі та оптимізації трафіка і мережі загалом на основі заданої (нормованої) якості обслуговування.

1. *Ложковський А.Г. Дослідження впливу параметрів навантаження на характеристики якості обслуговування: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.12.02 "Телекомунікаційні системи та мережі. – Одеса: ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2003. – 20 с. 2. Шнепс М.А. Системы распределения информации. Методы расчета: Справ. пособие. – М.: Связь. – 1979. – 344 с. 3. Ложковский А.Г. Методы расчета*

качества обслуживания в мультисервисных сетях связи: The 2-nd International Conference [„Telecommunication, Electronics and Informatics”]. – Chishinau, 2008. – P. 117–126. 4. Ложковский А.Г. Сравнительный анализ методов расчета характеристик качества обслуживания при самоподобных потоках в сети // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К., 2008. – Вип. 47. – С. 187–193. 5. Ложковский А.Г., Захарченко Н.В. Методы расчёта телекоммуникационного оборудования в условиях реального потока вызовов // Вісник укр. Будинку економічних та наукових знань. – К., 2004. – №4 – С. 102–109. 6. Ложковський А.Г. Простий метод розрахунку багатоканальної системи з чергою в моделі M/D/m/∞ (Задача Кроммеліна) // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2008. – № 2. – С. 69–76. 7. Ложковський А.Г. Розрахунок якості обслуговування в пакетній мережі при необмеженій довжині накопичувального буфера. – К.: Зв'язок. – 2009. – №2. – С. 54–58. 8. Ложковский А.Г., Салманов Н.С., Чумак Н.А. Рекуррентный метод расчета пропускной способности пакетной сети доступа // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2006. – №2. – С. 3–7. 9. Ложковський А.Г. Нова методика оцінювання ймовірності втрат викликів, наближена до реальних умов. – К.: Зв'язок. – 2004. – №3. – С. 52–53. 10. Баєв А.П., Чумак М.О., А.Г. Ложковський та ін. Відомчі будівельні норми України. Проектування телекомунікацій. ВБН В.2.2-33-2007. Споруди станційні місцевих телефонних мереж. – К.., 2007. – 98 с. 11. Ложковський А.Г. Вплив закону розподілу тривалості зайняття на якість обслуговування реального потоку викликів // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2003. – №4. – С.26–28. 12. Ложковский А.Г. Статистическое моделирование полнодоступного пучка с потерями // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2003. – № 1. – С.75–82. 13. Ложковский А.Г. Метод расчета качества обслуживания абонентов подвижной связи // Труды УНИИРТ. – 2004. – № 3. – С.21–23. 14. Takach L. Introduction to the theory of queues, Oxford University Press, Oxford, 1962. 15. Ложковский А.Г. Метод расчета стационарного распределения вероятностей состояний в модели Пальма // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2005. – № 1. – С.58–62. 16. Ложковский А.Г. Метод расчета систем обслуживания с ожиданием при произвольном потоке вызовов. – К.: Зв'язок. – 2006. – № 1. – С. 57–60. 17. Ложковский А.Г., Салманов Н.С., Вербанов О.В. Моделирование многоканальной системы обслуживания с организацией очереди // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2007. – № 3/6 (27). – С. 72–76. 18. Ложковский А.Г. Исследование системы обслуживания с ожиданием и рекуррентным потоком вызовов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2004. – № 2. – С. 56–59. 19. Ложковский А.Г., Ганифаев Р.А. Оценка параметров качества обслуживания самоподобного трафика энтропийным методом // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2008. – № 1 – С. 57–62. 20. Ложковский А.Г., Ганифаев Р.А. Влияние закона распределения длительности обслуживания в условиях самоподобного трафика на параметры QoS // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2008. – № 4/3(34). – С.46–50.