

УДК 528.481

АНАЛІЗ СПОСОБІВ ОЦІНЮВАННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК АНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ

Є. Смірнов

Львівський національний аграрний університет

Ключові слова: площа, ділянка, точність, координати.

Постановка проблеми

Нові вимоги до точності визначення меж земель, зокрема: підвищення точності визначення площ ділянок; приведення у відповідність площ, записаних у державних актах на право власності на земельну ділянку, до фактичних площ; обґрунтування точності запису площ у документах, що встановлюють право на землю.

На цю тему існує багато робіт, але всі вони дають різні результати. Мета досліджень – з'ясувати, які з цих багатьох робіт дають найправдоподібніший результат.

Передусім хотілось би з'ясувати позначення. У більшості геодезичної літератури площа позначається літерою P , в усій іншій літературі – літерою S , а літерою P позначається периметр, поточну точку доцільно позначати літерою i .

Отже, позначатимемо середні квадратичні похибки визначення площ і координат вершин ділянки відповідно літерами m_s і m_i . Основні вимоги до топографо-геодезичних даних, зумовлені “Основними положеннями щодо створення топографо-геодезичної основи” та “Положенням по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів” [11], наведено в табл. 1.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Для визначення похибки визначення площ ділянок у роботах [1, 2, 5–7] використано формулу

$$m_s = m_i \sqrt{S} \sqrt{\frac{1+k^2}{2k}}, \quad (1)$$

де m_i – похибка положення пункту вершини; S – площа ділянки; k – коефіцієнт видовження (відношення довжини ділянки до її ширини).

Таблиця 1

Розрахунок точності визначення площ сільськогосподарських підприємств та організацій

Спеціалізація господарства (2–4 особи)	Середні характеристики		Очікувальні похибки	
	площі, га	розміри, м × м	середні квадратичні, м ²	граничні, га
1. Виробництво зелених культур	0,05	20×25 10×50	1 2	0,0006
2. Виробництво овочевих	7,00	250×280 100×700	15 28	0,0084
3. Виробництво цукрового буряку	15,00	375×400 200×750	22 31	0,0093
4. Виробництво льону-довгунця	20,00	400×500 200×1000	26 41	0,0123
5. Виробництво зернових та вигодівля великої рогатої худоби	150,00	1200×1250 400×3750	69 150	0,0450

Перетворимо цю формулу для визначення с.к.п. координат межових точок із урахуванням заданої точності облікової одиниці

$$m_i = \frac{m_s}{\sqrt{S} \sqrt{\frac{1+k^2}{2k}}}. \quad (2)$$

Існує інша формула визначення цієї похибки, яка наведена у роботах [3, 10, 14]

$$m_s = m_i \sqrt{S} + KS, \quad (3)$$

де K – коефіцієнт, що залежить від розміру, форми, точності та кількості точок на контурі ділянки, який визначається за формулою

$$K = \frac{mq \left(\sqrt{\frac{1+k^2}{2k}} - 1 \right)}{\sqrt{S}}, \quad (4)$$

де $q = \sqrt{2n + \frac{1}{n+1}}$ – показник кроку контуру; n –

кількість проміжних точок на контурі ділянки; $k = \frac{a}{b}$ – коефіцієнт видовження форми прямокутної ділянки.

Або

$$m_s = \frac{m_i \sqrt{S}}{3} \left(1 + \sqrt{S} \sqrt{2n + \frac{1}{n+1}} \left(\sqrt{\frac{1+k^2}{2k}} - 1 \right) \right), \quad (5)$$

с.к.п. визначення координат межових точок знаходять за формулою

$$m_i = \frac{3m_s}{\sqrt{S} \left(1 + \sqrt{2n + \frac{1}{n+1}} \left(\sqrt{\frac{1+k^2}{2k}} - 1 \right) \right)}. \quad (6)$$

У роботі [9] у формулі (4) коефіцієнт q має дещо інший вигляд

$$q = \frac{\sqrt{2n+1}}{(n+1)}.$$

Враховуючи це, точність визначення площ визначають за формулою:

$$m_s = \frac{m_i \sqrt{S}}{3} \left(1 + \frac{\sqrt{2n+1}}{(n+1)} \sqrt{\frac{1+k^2}{2k}} - 1 \right). \quad (7)$$

Для визначення с.к.п. координат межових точок використовують формулу:

$$m_i = \frac{3m_s}{\sqrt{S} \left(1 + \sqrt{2n + \frac{1}{n+1}} \left(\sqrt{\frac{1+k^2}{2k}} - 1 \right) \right)}. \quad (8)$$

У роботі [4] отримана інша формула, яку запропонував А. Маслов (1)

$$m_s = \frac{m_i}{2} \sum \sqrt{(x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2} = \frac{m_i}{2\sqrt{2}} \sqrt{[DD]_{i-1}^{i+1}}, \quad (9)$$

де $[DD]_{i-1}^{i+1}$ сума діагоналей, які з'єднують вершини $i+1$ і $i-1$

$$m_i = \frac{2m_s\sqrt{2}}{\sqrt{[DD]_{i-1}^{i+1}}}. \quad (10)$$

Окрім зазначених робіт, є ще робота [8], у якій використовують формулу

$$S = \frac{m_s^2}{m_i^2 \sin \frac{360^\circ}{n}}, \quad (11)$$

Звідси

$$m_s = m_i \sqrt{S \sin \frac{360^\circ}{n}}. \quad (12)$$

Аналіз формули показує, що на точність визначення площі не впливає форма ділянки, хоча це не зовсім справедливо.

У наступній роботі [12] використано формулу

$$m_s = m_i \sqrt{S \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}}. \quad (13)$$

Постановка завдання

Оскільки автори використали прямокутні ділянки, вирахуємо середні квадратичні похибки визначення площ ділянок з формулами (1) і (3), виконані розрахунки наведено в табл. 2–7.

Таблиця 2

С.к.п. визначення площ ділянок для спеціалізації господарства за формулою (1)

k	$m_s, \text{м}^2$						Спец. госп.
	1	2	4	5	7	9	
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1
6,2	5,3	4,9	4,8	4,7	4,6	4,6	2
9,0	7,8	7,1	7,0	6,8	6,7	6,7	3
19,4	16,8	15,3	15,0	14,6	14,4	14,4	4
163,3	141,4	129,1	126,5	123,4	121,7	121,7	5

Аналізуючи результати обчислень, можна дійти висновку, що результати повністю збігаються тільки для квадратних ділянок, а при $k = 9$ розбіжність перевищує 8 разів (121,716 та 1045,05) для виробництва зернових та вигодівлі великої рогатої худоби за формулами (1) та (5).

Таблиця 3

С.к.п. визначення площ ділянок для спеціалізації господарства за формулою (5)

k	$m_s, \text{м}^2$						Спец. госп.
	1	2	4	5	7	9	
0,2	0,5	0,9	1,0	1,3	1,4	1,4	1
6,2	15,0	24,9	28,5	34,5	39,5	39,5	2
9,0	22,0	36,5	41,8	50,5	57,8	57,8	3
19,4	47,1	78,2	89,6	108,4	124,0	124,0	4
163,3	397,1	659,38	754,8	913,2	1045,0	1045,0	5

Таблиця 4

С.к.п. визначення площ ділянок для спеціалізації господарства за формулою (7)

0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	1
6,2	7,6	9,1	9,7	10,6	11,4	11,4	2
9,0	11,1	13,3	14,1	15,5	16,7	16,7	3
19,4	23,7	28,6	30,3	33,3	35,7	35,7	4
163,3	199,8	240,8	255,7	280,4	301,0	301,0	5

Таблиця 5

С.к.п. визначення площ ділянок для спеціалізації господарства за формулою (9)

k	$m_s (\text{м}^2)$						Спец. госп.
	1	2	4	5	7	9	
0,7	0,7	1,0	1,1	1,3	1,4	1,4	1
18,5	20,7	27,0	30,0	35,0	39,5	39,5	2
27,1	30,3	39,5	43,7	51,2	57,9	57,9	3
58,1	65,0	84,8	93,7	109,9	124,1	124,1	4
489,9	547,7	714,1	789,9	925,8	1045,6	1045,6	5

Таблиця 6

С.к.п. визначення площ ділянок для спеціалізації господарства за формулою (12)

Сп. госп.	1	2	3	4	5
m_s	0,6	17,5	25,6	55,0	463,2

Таблиця 7

С.к.п. визначення площ ділянок для спеціалізації господарства за формулою (13)

Сп. госп.	1	2	3	4	5
m_s	0,5	14,6	21,3	45,7	384,9

Побудуємо графіки зміни площ ділянок (рис. 1–7).

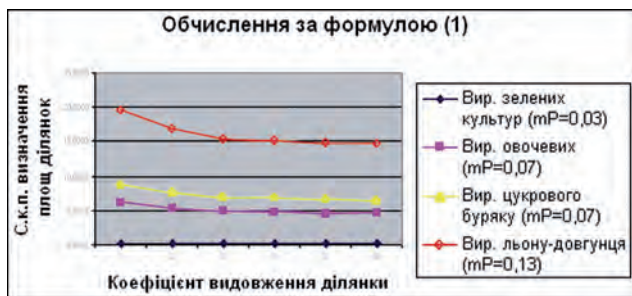


Рис. 1. Графік похибок визначення площ ділянок, обчислених за формулою (1), для спеціалізації господарства на виробництві зелених культур, овочевих, цукрового буряка, льону-довгунця, зернових та вигодовлі великої рогатої худоби

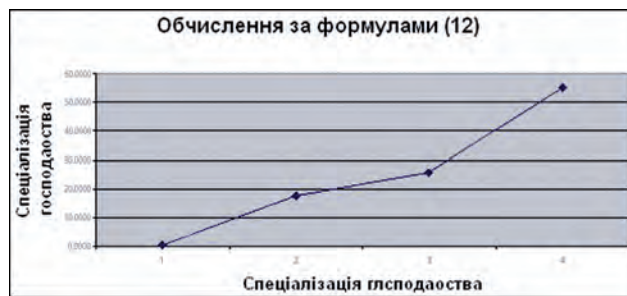


Рис. 5. Графік похибок визначення площ ділянок, обчислених за формулою (12), для спеціалізації господарства на виробництві зелених культур, овочевих, цукрового буряка, льону-довгунця, зернових та вигодовлі великої рогатої худоби

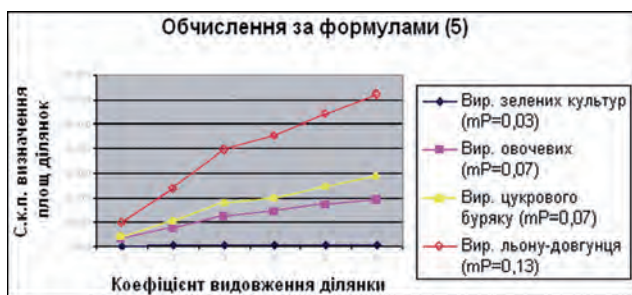


Рис. 2. Графік похибок визначення площ ділянок, обчислених за формулою (5) для спеціалізації господарства на виробництві зелених культур, овочевих, цукрового буряка, льону-довгунця, зернових та вигодовлі великої рогатої худоби

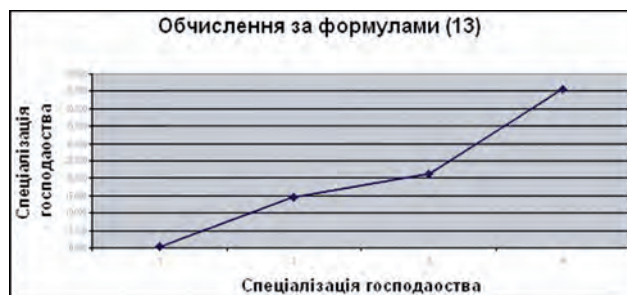


Рис. 6. Графік похибок визначення площ ділянок, обчислених за формулою (13), для спеціалізації господарства на виробництві зелених культур, овочевих, цукрового буряка, льону-довгунця, зернових та вигодовлі великої рогатої худоби

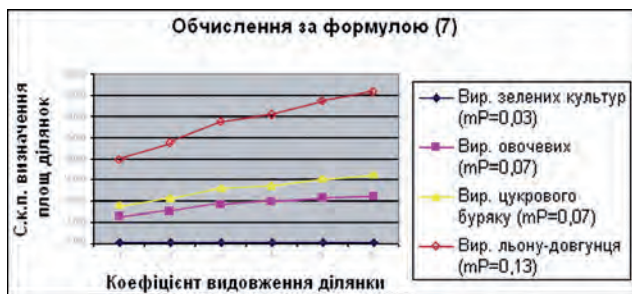


Рис. 3. Графік похибок визначення площ ділянок, обчислених за формулою (7), для спеціалізації господарства на виробництві зелених культур, овочевих, цукрового буряка, льону-довгунця, зернових та вигодовлі великої рогатої худоби

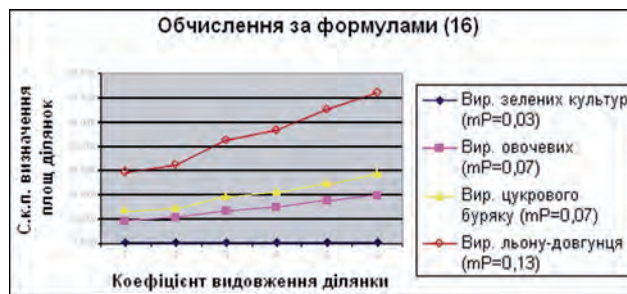


Рис. 7. Графік похибок визначення площ ділянок, обчислених за формулою (16), для спеціалізації господарства на виробництві зелених культур, овочевих, цукрового буряка, льону-довгунця, зернових та вигодовлі великої рогатої худоби

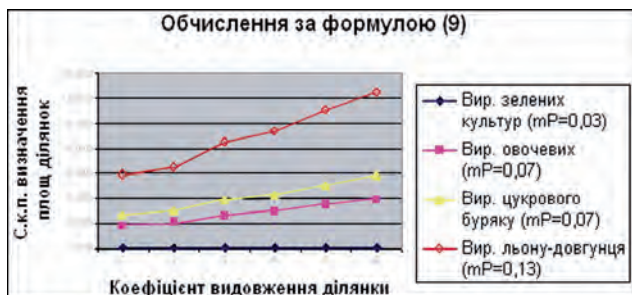


Рис. 4. Графік похибок визначення площ ділянок, обчислених за формулою (9), для спеціалізації господарства на виробництві зелених культур, овочевих, цукрового буряка, льону-довгунця, зернових та вигодовлі великої рогатої худоби

З цих графіків видно, що зменшення похибок визначення площ ділянок характерне для способу, який описують формули (1) і (9), а для формул (5) і (7) навпаки, похибки збільшуються. Але це не дає підстави стверджувати про те, що одні формули точніші від інших.

Результати цих обчислень свідчать, що декларативні вимоги щодо необхідної точності визначення площ не відповідають розрахункам, виконаним за формулами (1), (5) (7) та (9).

Виклад основного матеріалу

Зазначимо, що формула (9) достатньо складна і може бути використана тільки для апостеріорної оцінки точності, тобто коли визначені всі метричні характеристики

ділянки. Але навіть і в цьому випадку методика, що ґрунтується на використанні цієї формули, передбачає визначення і опрацювання координат точок.

Спробуємо дещо перетворити вираз (9). Для цього, використовуючи формулу котангенсів, виразимо хорду через сторони багатокутника [13]

$$DD_{i-1}^{i+1} = d_{i-1}^2 + d_{i+1}^2 - 2d_{i-1}d_{i+1} \cos \beta_i, \quad (14)$$

де d_{i-1} – довжина сторони багатокутника між вершинами $i-1$ та i ; d_{i+1} довжина сторони багатокутника між вершинами $i+1$ та i ; β_i – кут, утворений сторонами d_{i-1} та d_{i+1} .

Враховуючи вираз (14), запишемо:

$$m_S = \frac{m_i}{2\sqrt{2}} \sqrt{[dd] - [d_{i-1}d_{i+1} \cos \beta_i]}, \quad (15)$$

де $[dd]$ – сума квадратів сторін багатокутника.

Формула (15) зручніша, ніж (9), тому що її аргументи – виміряні величини, але користуватись нею доцільно тільки для апостеріорної оцінки точності.

Порушуючи строгість міркувань, припустимо, що земельні ділянки мають будь-яку конфігурацію, але кути при їх вершинах близькі до прямих. Тоді:

$$m_S = \frac{m_i}{2\sqrt{2}} \sqrt{[dd]}. \quad (16)$$

Формула, яка отримана, доволі проста, щоби оцінити точність визначення площі ділянки, достатньо знати квадрати її сторін.

Аналіз формули (16) показав, що навіть якщо кути при вершинах ділянки дорівнюють 30° , похибка визначення площі не перевищує половини її істинного значення.

Зворотний перехід здійснюють за формулою.

$$m_i = \frac{2m_S \sqrt{2}}{\sqrt{[dd]}}. \quad (17)$$

Таблиця 8

С.к.п. визначення площ ділянок для спеціалізації господарства за формулою (16)

k	$m_S, \text{ м}^2$						Спец. госп.
	1	2	4	5	7	9	
	0,7	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4	1
	18,5	20,7	27,0	30,0	35,0	39,5	2
	27,1	30,3	39,5	43,7	51,2	57,9	3
	58,1	65,0	84,8	93,7	109,9	124,1	4
	490,0	547,7	714,1	789,9	925,8	1045,6	5

Результати обчислень за формулами (9) та (16) абсолютно тотожні, хоча це можна стверджувати з виведення формули (16)

Графіки зміни цих залежностей (розрахованих за формулами (1) та (7) відповідно) наведено на рис. 4, 5 і 6.

Розглянемо складнішу фігуру (рис. 8).

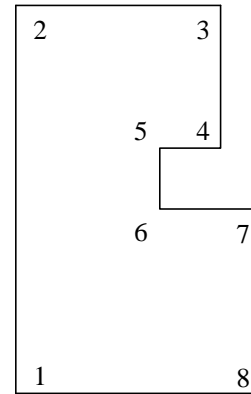


Рис. 8. Форма земельної ділянки

Каталог координат цієї ділянки наведений у табл. 9.

Таблиця 9

Координати межових точок

№	X, м	Y, м
1	0	0
2	140	0
3	140	30
4	90	30
5	90	20
6	60	20
7	60	40
8	0	40

Істинна площа ділянки становить 4500 м^2 . Обчислимо середні квадратичні похибки площі ділянки залежно від значення середньої квадратичної похибки площ, якщо середня квадратична похибка положення межових точок становить $0,4 \text{ м}$. За формулою (1) маємо $41,9 \text{ м}^2$, при значенні $k = 4,667$, за формулою (5) – 49 м^2 за формулою (7) – $13,7 \text{ м}^2$, за формулою (10) – $40,5 \text{ м}^2$, за формулою (12) – $24,8 \text{ м}^2$, за формулою (13) – $35,9 \text{ м}^2$, за формулою (16) – $40,5 \text{ м}^2$.

Обчислено дійсні похибки визначення площ цієї ділянки в разі зміни координат межових точок із урахуванням рівномірного розподілу випадково визначених координат. Всього було задіяно 180 варіантів. Загальна середня квадратична похибка становила $14,4 \text{ м}^2$. Діапазон значень дійсних похибок лежить у межах $-34,601 - 29,060 \text{ м}^2$, що найбільше відповідає формулі (7). В такому випадку найбільші значення дають формули (10) і (16), а формули (12) і (13) не враховують форми ділянки. Як вже повідомлялось, формула (16) зручніша для апостеріорної оцінки точності визначення площ ділянок.

Відносні помилки обчислення площі (S)

У землевпорядкуванні прийнято оцінювати похибки визначення площ земельних ділянок через відносні похибки (відношення середньої квадратичної похибки до абсолютного значення площі), тому розрахуємо їх, використовуючи дані табл. 10.

Таблиця 10

Відносні похибки визначення площ ділянок, розраховані за формулою (16)

Сп. госп.	Коефіцієнт видовження ділянки		
	1	2	4
1	1: 750	1: 670	1: 510
2	1: 3780	1: 3380	1: 2590
3	1: 5530	1: 4950	1: 3800
4	1: 3440	1: 3080	1: 2360
5	1: 3060	1: 2740	1: 2100

Сп. госп.	Коефіцієнт видовження ділянки		
	5	7	9
1	1: 104350	1: 93330	1: 71580
2	1: 223610	1: 200000	1: 153390
3	1: 223610	1: 200000	1: 153390
4	1: 298140	1: 266670	1: 204520
5	1: 2236070	1: 2000000	1: 1533930

Дані цієї таблиці показують, що відносні помилки зростають зі збільшенням коефіцієнта видовження і зменшення площі ділянки. Крім того, зростання відбувається зі збільшенням площі. Тому для оцінки точності визначення площ необхідний диференційний підхід.

Висновки

Отже, можна зробити висновок, що формули (16) і (9) точніше описують точність визначення площ ділянок, ніж (1), але формула (16) використовує вимірні величини. Для оцінки точності визначення відносних похибок треба застосовувати диференційний підхід.

Література

1. Брынь М. О согласовании площадей и границ земельных участков в геоинформационных системах кадастра объектов недвижимости / М. Брынь, В. Иванов, С. Дергачёв, В. Колгунов, Ю. Щербак // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2012. – Вип. II(24). – С.167–169.
2. Брынь М.Я. О точности определения планового положения межевых знаков участков урбанизированных земель / М.Я. Брынь // Геодезия, картография і аерофотознімання. – 2007. – Вип. 69. – С.164–167.
3. Доскач А. Точність визначення площ за плоскими прямокутними координатами / А. Доскач, В. Тарнавський, В. Літинський // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2010. – Вип. I(19). – С.107–114.
4. Дутчин М. Дослідження точності визначення площ земельних ділянок з врахуванням кількості контурних точок та їх розташування / М. Дутчин, І. Біда, Г. Мельниченко // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів: Ліга-Прес, 2002. – С.301–308.
5. Кривенко А.А. Землеустройство на нефтепромыслах ООО “ЛУКОЙЛ-Пермь” с использованием данных дистанционного зондирования / А.А. Кривенко, А.В. Катаев // Пермский государственный технический университет. – 2005. – Вип. № 3 (34).

6. Маркузе М.Ю. Оценка точности определения площадей земельных участков застроенных территорий: автореф. ... канд. техн. наук. – 10 с.
7. Маслов А.В. Способы и точность определения площадей / А.В. Маслов // Геодезиздат. – М., 1955. – 110 с.
8. Никитин, А.В. Определение площадей земельных участков: учеб. пособие / А.В. Никитин. – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2003. – 60 с.
9. Охрімчук А.Ю. Аналіз вимог щодо точності встановлення меж та визначення площ земельних ділянок в містах / А.Ю. Охрімчук // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. – 2012. – Вип. 2(58). – С. 219–226. – (Сер. “Технічні науки”).
10. Петров С.Л. Точність визначення положення меж та площ земельних ділянок для інвентаризації земель населених пунктів / С.Л. Петров, А.Л. Церклевич // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2011. – Вип. 75. – С.62–67.
11. Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів. Держкомзем України від 26. 09. 1997 р.
12. Рудоквас О.Н. Точность определения площадей земельных участков: выпускная работа: Снижение рисков при осуществлении инновационных процессов / О.Н. Рудоквас. Специальность: Управление инновационной деятельностью (ДИ). – 6 с.
13. Смірнов Є.І. Точність визначення площ земельних ділянок місцевості / Є.І. Смірнов. // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів, 2010. – С.142–143.
14. Церклевич А. Про один метод оцінювання точності визначення площі земельних ділянок / А. Церклевич, Ю. Дейнека, С. Петров // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2012. – Вип. I (23). – С. 263–267.

Аналіз способів оцінювання точності визначення площ земельних ділянок аналітичним методом

Є. Смірнов

Виконано аналіз точності визначення площ земельних ділянок за різними формулами. Зроблено висновок, що для оцінки точності визначення відносних похибок необхідно застосовувати диференційний підхід.

Анализ способов оценки точности определения площадей участков аналитическим методом

Е. Смирнов

Выполнен анализ определения площадей земельных участков за различными формулами. Сделан вывод, что для оценки точности определения относительных ошибок необходимо применять дифференциальный подход.

Analysis of ways to assess the accuracy of the determination Lot size analytical method

E. Smirnov

On the question of determining the area of analytical. The analysis of the determination of areas of land using different formulas. Concluded that to assess the accuracy of the relative errors should be differentiated approach.