УДК 621.391.1

С.В. Хомич, К.О. Осадчук, Ю.В. Бєлова
Одеська національна академія зв′язку ім. О.С. Попова

ХАРАКТЕР СПОТВОРЕНЬ СИГНАЛІВ ТСК В СТАЦІОНАРНИХ І НЕСТАЦІОНАРНИХ КАНАЛАХ ЗВ'ЯЗКУ

Наведено оцінку параметрів спотворень дискретних сигналів, переданих стаціонарним каналом з адитивним білим гауссовим шумом і за нестаціонарним каналом моделі Гільберта.

The estimation of distortions parameters of discrete signals, transferrable on a stationary channel with additive white Gausse noise and on the time-varying channel of Gilbert model is in-process resulted.

Одним з перспективних напрямів теорії телекомунікацій є розроблення оптимальних методів передачі даних нестаціонарними каналами зв'язку. До таких належать телефонні мережі загального користування, АСУП і АСУ ТП тощо.

Важливою проблемою залишається завдання підвищення швидкості передачі даних каналами зв'язку з обмеженою смугою, оскільки тривалість одиничного елемента для них пов'язана з шириною смуги пропускання цього каналу.

Як показав академік В.А. Котельников, функція *f(t)*, яка не містить частот вище *F*, повністю визначається послідовністю своїх значень в моменти, які знаходяться один від одного на $t_0 = 1/2F$. Згідно з цією теоремою необхідна тактова частота імпульсів повинна визначатися умовою [1]:

$$F_{\mathrm{T}} \geq \frac{1}{t_0} = 2F_{\mathrm{B}}, \qquad (1)$$

де F_{B} – верхня гранична частота спектра.

Як функції відліків можна використовувати модульоване коливання з частотою ω і огинаючою функцією вигляду *sin x/x*. Зменшення тривалості одиничного елемента спричиняє збільшення величини міжсимвольних спотворень [1].

Щоб уникнути цього, для підвищення швидкості передачі застосовують багатопозиційні сигнали (за амплітудою, фазою, частотою). Відомо, що у разі, коли підстава алфавіту каналу дорівнює «а», то на інтервалі сигналу $T_{\mathrm{c}} = mt_0$ можна отримати $N_{\mathrm{p}} = a^m$ реалізацій, де m – кількість одиничних елементів.

Проте для каналів провідного зв'язку з підставою алфавіту каналу, що дорівнює 2, збільшити кількість реалізацій на заданому інтервалі можна, використавши таймерні сигнальні конструкції (ТСК) [1].

ТСК є складеним сигналом з декількох відрізків тривалістю $\tau_i \geq S\Delta$ за базового елемента Δ, меншого у декілька разів від тривалості одиничного елемента. Незважаючи на те, що моменти модуляції в межах однієї конструкції розташовані один від одного на відстані τ_i, більшій або такій, що дорівнює тривалості елемента Найквіста, мінімальна енергетична відстань до інших дозволених конструкцій може бути в S разів менша порівняно з розрядно-цифровим кодуванням ($\Delta = \frac{t_0}{S}$), за якого моменти модуляції розташовані в моментах часу, кратних t_0.

Окрім величини S, ТСК описують ряд характеристик (табл. 1):

m – тривалість сигнальної конструкції кодового слова, виражена в одиничних елементах;

i – кількість інформаційних значущих моментів модуляції (ЗММ) на інтервалі кодового слова T_c ($i \in 1, ..., m$).

За заданих параметрів кількість реалізацій визначається як

$$N_p = \frac{[m \cdot S - i \cdot (S-1)]!}{i! \cdot (S \cdot (m-i))!} \ . \tag{2}$$

Таблиця 1

Залежність кількості реалізацій від параметрів ТСК

S	*i*			
	2	3	4	5
m=7				
3	136	455	715	462
5	351	1771	3876	3003
10	1326	12341	46376	53130
m=8				
3	190	816	1820	2002
5	496	3276	10626	15504
10	1891	23426	135751	324632

З таблиці зрозуміло, що кількість реалізацій зростає нелінійно зі збільшенням *m* та S, що за постійного параметра *i* максимальної кількості кодових сигналів залежить від *m* та *S.*

Мета роботи – проаналізувати параметри спотворень дискретних сигналів, переданих стаціонарним каналом – з адитивним білим гауссовим шумом і нестаціонарним – каналом моделі Гільберта. Розглянемо канал з частотною модуляцією за наявності гауссового шуму. За такої перешкоди можливі два варіанти спотворень сигналу:

– спотворення ЗММ, що призводять до зсувів (краєвих спотворень);
– спотворення призводять до дроблень сигналу (зміни кількості ЗММ) [2].

Щільність розподілу вірогідності зсувів ЗММ на величину $l = \frac{t_1}{t_0}$ (відносне значення зрушення фронту імпульсу) визначається так [2]:

$$P_c(l) = \frac{4h \cdot n}{\sqrt{2\pi}} e^{-8h^2 \cdot n^2 \cdot l^2} \ , \tag{3}$$

де n – параметр, визначений перемножуванням тривалості одиничного елемента у цій системі, і смуги пропускання ($n = t_0 \cdot \Delta F$). Якщо покласти, що n =1, і виконати заміну:

$$\sigma = \frac{1}{4h} \ , \tag{4}$$

можна привести вираз (3) до нормального закону розподілу [5]:

$$P_c(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{l^2}{2\sigma^2}} \ . \tag{5}$$

У [2] показано, що імовірність дроблень $P_д$ визначається як

$$P_д = \left\{ \begin{array}{ll} F(\frac{h}{\sqrt{n}})[\tau_{по} - \Phi(1{,}27\tau_{по})] & \text{при} \quad \tau_{по} < 1{,}5 \\ F(\frac{h}{\sqrt{n}})[\tau_{по} - 1 + 4{,}87 e^{-2{,}93\tau_{по}})] & \text{при} \quad \tau_{по} > 1{,}5 \end{array} \right\} \ , \tag{6}$$

де $\tau_{по} = \dfrac{T_{по}}{t_0}$ – відносна тривалість плоскої вершини; $F(x)$ – функція помилок; $\Phi(x)$ – інтеграл ймовірності.

Вирази (4), (6) дають змогу за заданого h, n визначати теоретичну величину средньоквадратичного відхилення σ_m ЗММ і імовірність появи дроблення $P_{дт}$ для вибраної структури тексту.

Наприклад, для $h = 3{,}5$, n =1,2 і средньої тривалості $\bar{\tau}_{по} \approx 0{,}88$ і $\bar{\tau}_{по} \approx 1{,}9$ вони становлять $\sigma_m = 7{,}16\ \%$, $P_{дт}(\tau_{по} < 1{,}5) = 1{,}64 \cdot 10^{-3}$ і $P_{дт}(\tau_{по} > 1{,}5) = 2{,}75 \cdot 10^{-3}$.

Щоб перевірити, наведені вище співвідношення, був проведений експеримент для каналу з такими самими параметрами. Каналом циклічно передавалися 10 кодових слів ТСК з параметрами $i = 3, s = 4, m = 8$ і структурою тексту:

– 15 тимчасових відрізань на цикл з $\bar{\tau}_{по} \approx 0{,}88$;

– 11 тимчасових відрізань на цикл з $\bar{\tau}_{по} \approx 1{,}9$.

Для прикладу результати аналізу фрагмента, тривалістю 13,334 хвилин, наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Результати оброблення фрагмента експерименту передачі кодових слів ТСК каналом з адитивним білим гауссовим шумом

Кількість прийнятих кодових слів	100000
Кількість прийнятих циклів	10000
Кількість зсувів ММ за зону $\dfrac{\Delta}{2}$	22325
Кількість кодових слів з дробленнями, з них:	537
кількість кодових слів з дробленнями на інтервалі $\bar{\tau}_{по} \approx 0{,}88$	226
кількість кодових слів з дробленнями на інтервалі $\bar{\tau}_{по} \approx 1{,}9$	311

Оскільки імовірність зсуву ЗММ за зону $\dfrac{\Delta}{2}$ може бути визначена за формулою (7) [1]:

$$P(\theta > \frac{\Delta}{2}) = 0{,}5 - \Phi(\frac{\Delta}{2\sigma}), \tag{7}$$

то, знаючи кількість зсувів ММ за зону $\dfrac{\Delta}{2}$ на прийомі, можна визначити експериментальну величину $\sigma_э$, використовуючи табличні значенням $\Phi(x)$ (так вірогідність спотворення за рахунок виникнення дроблень становить лише малий відсоток від усієї кількості зсувів). За результатами обчислень вона становила $\sigma_э = 7{,}02\ \%$.

Провівши аналіз кодових слів, прийнятих з дробленнями, було встановлено, що дроблення проходили на одному тимчасовому інтервалі в місцях плоских вершин. Отже, ймовірність виникнення дроблення становила:

$$P_{дэ}(\tau_{по} < 1{,}5) = 1{,}50 \cdot 10^{-3},$$
$$P_{дэ}(\tau_{по} > 1{,}5) = 2{,}82 \cdot 10^{-3}.$$

З наведених розрахунків і результатів експерименту зрозуміло, що визначення параметрів P_{∂} і σ відрізняються трохи і знаходяться в допустимих межах. Як реальний канал моделі Гільберта використовувався канал міської телефонної мережі (МТМ). Для більшості таких каналів n =1. Як правило, вони описуються моделлю Гільберта з двома станами, які характеризуються [3]:

– значенням співвідношення h^2 у «доброму» стані каналу $h_{\text{х}}^2 >> 100$ і вірогідністю помилки одиничного елемента ($p_{\text{е}}$):

$$p_{\text{е х}} = \frac{1}{2} e^{-h_{\text{х}}^2 / 2} \; ; \tag{8}$$

– ймовірністю помилки у «поганому» стані:

$$p_{\text{е п}} \le \frac{1}{2 + h_{\text{со}}^2}, \tag{9}$$

де $h_{\text{со}}^2$ – умовне значення співвідношення h^2, що відповідає фактичному середньому значенню $\overline{p_{\text{е}}}$ у цьому нестаціонарному каналі;

– співвідношенням між часом «поганого» і «доброго» стану:

$$T = (T_{\text{х}} + T_{\text{п}}),\; T_{\text{х}} \approx 0{,}999T,\; T_{\text{п}} \approx 0{,}001T.$$

Комутованим каналом МТМ передавалися кодові слова ТСК з параметрами $i = 3,\; s = 7,\; m = 8$, що задовольняють умові [4]:

$$\sum_{j=1}^{i} A_j x_j = 0 \bmod A_0 \,, \tag{10}$$

де A_j – деякі коефіцієнти, визначені відстанями між сигнальними конструкціями; x_j – місця положень ЗММ на тимчасовій осі в інтервалах Δ.

Для того, щоб код виправляв помилки, що виникли в результаті зсуву якогось із ЗММ на величину Δ, були використані такі коефіцієнти [4]:

$$A_1 = 1, A_2 = 3, A_3 = 9, A_0 = 27 \,.$$

Нижче наведені результати вимірів одного фрагмента сеансу, тривалістю 12,279 хв, за час якого було передано 73676 кодових слів. Результати експерименту зведені у табл. 3. Аналіз кодових слів показав, що усі, правильно виправлені кодові слова (738), мали спотворений лише один перехід на величину Δ.

Отже, за формулами (4) і (7), вважаючи, що імовірність виникнення зсуву ЗММ за рахунок дроблень сигналу у «поганому» стані каналу становить лише малу частку від кількості спотворень у «доброму», була розрахована величина $\sigma = 1{,}6$ % у «доброму» стані каналу і визначено h=15,6, аналогічно до того, як це було зроблено для каналу з АБГШ.

Таблиця 3

Результати оброблення фрагмента експерименту передачі кодових слів ТСК каналом моделі Гільберта

Кількість переданих кодових слів	73676
Кількість кодових слів прийнятих без помилки	72835
Кількість неправильно прийнятих кодових слів	841
Кількість кодових слів, правильно виправлених синдромним методом	738
Кількість неправильно виправлених кодових слів, з них:	103
кодових слів з дробленнями	47

Розглянемо структуру дроблень кодових елементів. У правій частині табл. 4 наведені кодові слова, що задовольняють умові (9) на передачі, а в лівій – прийняті, спотворені дробленнями.

Таблиця 4

Прийняті з дробленнями кодові слова ТСК

Передані кодові слова	Прийняті кодові слова
9Δ, 33Δ, 48Δ, $64\ \Delta$	$\mathbf{9}\Delta$, 20Δ, 27Δ, $\mathbf{33}\Delta$, $\mathbf{48}\Delta$, $\mathbf{64}\Delta$.
12Δ, 35Δ, 47Δ, 64Δ	$\mathbf{12}\Delta$, 20Δ, 26Δ, $\mathbf{35}\Delta$, $\mathbf{47}\Delta$, $\mathbf{64}\Delta$
15Δ,22Δ, 30Δ, 64Δ	$\mathbf{15}\Delta$, $\mathbf{22}\Delta$, $\mathbf{30}\Delta$, 50Δ, 56Δ, $\mathbf{64}\Delta$

Перше кодове слово, наведене в табл. 4, передавалося з розташуваннями моментів модуляції на відстані 9Δ, 33Δ, 48Δ, 64Δ від початку кодового слова. Після дроблення в ньому змінилася кількість ЗММ і воно було прийняте $\mathbf{9}\Delta$, 20Δ, 27Δ, $\mathbf{33}\Delta$, $\mathbf{48}\Delta$, $\mathbf{64}\Delta$. Бачимо, що роздроблений другий часовий відрізок. Тривалість тимчасового відрізка становить 24 Δ за тривалості одиничного елемента в 7Δ. Це свідчить про наявність на цьому відрізку плоскої вершини, що подрібнилася під час проходження каналом у момент дії перешкоди. З прикладу зрозуміло, що ЗММ залишаються на своїх місцях (у табл. 4 місця розташування ЗММ, що збіглися, виділені жирним). У такий спосіб, проведені експериментальні дослідження підтвердили співвідношення (3)....(5):

– закон розподілу зсуву ЗММ нормальний;
– дроблення сигнальних конструкцій виникають на інтервалах плоскої вершини;
– за наявності дроблень інформаційні моменти залишаються на своїх місцях стосовно початку.

1. Захарченко М.В. Синтез багатопозиційних часових кодів. – К.: Техніка, 1999. 2. Немировский М.С. Помехоустойчивость радиосвязи. – М.: Энергия, 1966. – 175 с. 3. Элементы теории передачи дискретной информации / Под ред. Л.П. Пуртова. – М.: Связь, 1972. 4. Захарченко Н.В., Русляченко О.Ю., Русаловская А.А. Формирование таймерных сигнальных конструкций, удовлетворяющих условию качества приёма // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Харьков. – 2008. – 4/4(35). – С.15–21. 5. Возенкрафт Дж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи. – М.: Мир, 1969. – С.46–56.