

ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ ТА ЇХНІХ ПОХИБОК

Ї Паракуда Василь, Наталюк Михайло, Лисий Богдан, 2011

Державне підприємство «Науково-дослідний інститут метрології вимірювальних і управляючих систем» (ДП НДІ «Система»)

Висвітлено методику оцінки поточних результатів непрямих вимірювань фізичних величин, які реалізуються вимірювальними каналами (ВК) вимірювальних інформаційних систем (ВІС) та автоматизованих систем керування технологічними процесами (АСКТП) безпосередньо в робочих умовах за одночасної дії низки впливних величин (ВВ). Методика дає змогу об'єктивно в поточний момент часу підтвердити фактичне значення вимірювальної величини. Описану методику рекомендують враховувати, розробляючи програми та методики державної метрологічної атестації та інструкції про перевірку ВК.

Изложено методику оценки текущих результатов косвенных измерений физических величин, которые реализуются измерительными каналами (ВК) измерительных информационных систем (ВИС) и автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП) непосредственно в рабочих условиях при одновременном действии ряда влияющих величин (ВВ). Методика позволяет объективно в текущий момент времени подтвердить фактическое значение измеряемой величины. Описанную методику рекомендуется учитывать, разрабатывая программы и методики государственной метрологической аттестации и инструкций о проверке ВК.

State enterprise Scientifically is an experimental institute metrologii instrumentation and managers of the systems (DP of NDI is «System»). The methods of estimation of current results of the nepryamikh measurings of physical sizes which will be realized the measurings ductings (VK) of measurings informative by the systems (ENCORE) and automated control the system by technological processes (ASKTP) directly in workings terms at the simultaneous action of row of vplivnikh sizes(VV) are lighted up in this work. These methods allow, objectively, presently. It is recommended to take into account the described methods at program and methods of state metrology attestation and instructions development about verification of VK.

Відомо, що непрямі (опосередковані) вимірювання (НВ) можна поділити на три типи. Перший – коли результати вимірювань величин аргументів незалежні між собою, наприклад, як під час визначення електричного опору R (конкретного) провідника безпосереднім вимірюванням його довжини L , діаметра D і відомим з довідника значенням його питомого опору R

$$R = r \frac{4L}{\rho D^2} \quad (1)$$

У цьому випадку довжину провідника та його діаметр можна вимірювати незалежно, навіть у різний час; результат вимірювання одного аргументу не впливає на результат іншого. Зокрема, кількість спостережень під час вимірювання довжини та діаметра дроту може бути неоднаковою і залежати лише від розмаху розсіювання результатів вимірювання.

До другого типу НВ належать вимірювання, в яких результати вимірювань взаємозалежні й мають зміст

лише під час одночасного вимірювання відповідних аргументів. Наприклад, при визначенні маси нафтопродукту об'ємно-масовим динамічним методом, яку розраховують згідно з ГОСТ 26976 [4] за формулою:

$$m = V \cdot r \cdot (1 + \beta d_t) \cdot (1 + \gamma d_p) \quad (2)$$

де m – маса нафтопродукту, кг; V – об'єм нафтопродукту, м³; r – густина нафтопродукту, кг/м³; $d_t = (t_r - t_v)$ – різниця температур нафтопродукту, під час вимірювання густини (t_r) та об'єму (t_v); β – коефіцієнт об'ємного розширення нафтопродукту 1/°С; $d_p = (P_v - P_r)$ – різниця тисків під час вимірювання об'єму P_v та густини P_r , МПа; γ – коефіцієнт стискування від статичного тиску, 1/МПа. Для таких НВ необхідно одночасно вимірювати значення аргументів функціональної залежності (2), виконавши однакову кількість вимірювань кожного аргументу.

Відповідно до функціональної залежності (2) похибку вимірювання маси нафтопродукту визначають за формулою [4], а саме:

$$d_m = 1.1 \sqrt{d_v^2 + d_r^2 + \left(b \frac{\Delta d_t}{1 + b(t_p - t_v)} \cdot 100 \right)^2} + d_{BK}^2, \quad (3)$$

де δ_v ; δ_r ; δ_{BK} – відповідно відносні похибки вимірювань об'єму, густини, температури ВК; Δd_t – абсолютна похибка вимірювання різниці температур $d_t, ^\circ\text{C}$

До третього типу НВ можна зарахувати вимірювання, в яких результати вимірювань взаємозалежні, а окремі аргументи функціональної залежності визначаються експериментально. Аргументи самі залежать від низки впливних величин (ВВ). Наприклад, вимірювання масових витрат, які реалізуються згідно з відомою формулою:

$$Q_M = 1,252 \cdot 10^{-2} \alpha \epsilon d^2 \sqrt{r \cdot \Delta p}, \quad (4)$$

де α – коефіцієнт витрат звужувального пристрою, який визначається експериментально і залежить від багатьох ВВ; ϵ – поправний множник на розширення вимірювального середовища; d – діаметр звужувального пристрою за температури вимірювального середовища, мм; ρ – густина вимірювального середовища в робочих умовах за відповідного тиску та температури; Δp – перепад тиску в звужувальному пристрої.

Перший тип НВ зазвичай опрацьовує людина-експериментатор за правилами, регламентованими в МИ 2083 [1], або за методикою, поданою в [2]. Особливих труднощів у оцінюванні результатів вимірювань та їх похибок або непевностей немає. Процедура опрацювання зводиться до реалізації двох етапів. Перший етап – виведення або аналізування формули для абсолютної або відносної похибки результату НВ, зважаючи на вид функції $Z = f(x_1, \dots, x_k)$. Другий етап – розрахунок похибки Z відповідно до отриманої формули додаванням її складових за відомими правилами підсумовування випадкових похибок з урахуванням кореляційних зв'язків та законів розподілу.

Під час реалізації НВ другого типу, які виконують за допомогою ВК ВІС, виникають суттєві труднощі, зумовлені тим, що процесор ВІС опрацьовує вимірювальні сигнали усіх аргументів функціональної

залежності Z і подає на засіб представлення інформації вже розрахункове значення Z . Споживач інформації не може знати, за яких співвідношень аргументів x_i одержали цей результат. Проблема в цьому випадку полягає в тому, що те саме значення результату НВ Z можна отримати за найрізноманітніших співвідношень безпосередньо вимірюваних x_i . Наприклад, якщо вимірювальною величиною є електрична потужність, яка обчислюється за значенням струму I та напруги U згідно з формулою $P = IU$, то потужність 100 Вт отримаємо як при $I=1$ А та $U=100$ В, так і при $I=10$ А і $U=10$ В. Однак похибки вимірювань струму та напруги будуть зовсім різні. Отже, похибки результатів НВ потужності також будуть різними. Це саме стосується реалізації вимірювань за (2).

Для цього типу НВ треба розробити відповідні програми, які б реалізували безпосередньо НВ згідно із заданою функціональною залежністю з одночасним поданням як результату вимірювання, так і його похибки.

Програма НВ другого типу повинна ґрунтуватися на аналізі:

- відомої функціональної залежності вимірювальної величини від відповідних аргументів, яка повинна бути закладена у процесор ВІС;
- відповідних програм опрацювання похибок прямих вимірювань аргументів функціональної залежності;
- впливних величин (ВВ);
- діапазонів вимірювань (ДВ) та ділянок ДВ, на яких виконується безпосередньо вимірювання;
- моделі похибки (непевності) НВ.

Під час аналізу або розроблення відповідних програм опрацювання похибок прямих вимірювань аргументів функціональної залежності $Z = f(x_1, \dots, x_k)$ треба зважати, на якій ділянці діапазону вимірювання в реальних умовах одержують інформацію про результати НВ та їх похибки. Зокрема, ця ділянка повинна становити не менше від двох третин діапазону вимірювання (ДВ) конкретного аргументу цієї функціональної залежності.

Для кожного аргументу треба визначити відповідні поліноми, наприклад, першого степеня у вигляді двочленної формули. Ці поліноми є вихідними формулами і для розрахунку конкретних значень похибок у поточний момент часу за відповідної одночасної дії ВВ.

Викладене розглянемо на прикладі вимірювання маси нафтопродукту, що реалізується ВК ВІС за допомогою математичної моделі НВ, зокрема формул (2), (3).

Приклад. Масу нафтопродукту вимірюють безпосередньо в потоці нафтопроводу об'ємно-масовим динамічним методом за допомогою турбінного лічильника, з відносною похибкою, що дорівнює $\pm 0,2\%$. Вимірювання різниці температур здійснюють одночасно двома ВК у робочих умовах на ділянці $(20 \div 50)^\circ\text{C}$ ДВ. Зведена похибка ВК становить $\pm 0,5\%$.

Вимірюють густину ВК на ділянці $(750 \div 1000)$ кг/м^3 , зведена похибка $\pm 0,13\%$. Вимірювання тиску – на ділянці $(5 \div 10)$ МПа, зведена похибка $\pm 1,0\%$. Для визначених ділянок ДВ знаходимо:

1) відносні похибки (координати) у нижніх точках ділянки ДВ:

- температури $d_{t_{20}} = \frac{0,5 \cdot 50}{20} = 1,25\%$;
- густини $d_{r_{750}} = \frac{0,13 \cdot 1000}{750} = 0,17\%$;
- тиску $d_{p_5} = \frac{1,0 \cdot 10}{5} = 2,0\%$;

2) рівняння-поліноми для оцінювання поточних значень відносних похибок, визначені за відомими координатами та рівнянням прямої, що проходить через дві точки, такі:

– температури $d_{t_{i0}} = \pm(2,008_i - 0,025t_i)$, (5)

– різниць температур за двома ВК з однаковими зведеними похибками

$$d(t_p - t_n) = \sqrt{2(2,008 - 0,025t_i)^2} \cdot \quad (6)$$

де t_i , $d_{t_{i0}}$ – відповідно поточні значення температури та відносної похибки на вимірювальній ділянці $(20 \div 50)^\circ\text{C}$ ДВ;

– густини $d_{i0} = \pm(0,29 - 0,00016r)$, (7)

– тиску $d_{i0} = \pm(3,0 - 0,2P)$. (8)

Враховуючи вирази (6)–(8) рівняння моделі поточних значень похибки (3) маси нафтопродукту, яке повинен автоматично реалізовувати процесор ВІС, можна записати так:

$$d_m = 1,1 \times \sqrt{d_v^2 + (0,29 - 0,00016r)^2} + b^2 \cdot 2(2,01 - 0,025t)^2 + (3,0 - 0,2P) + d_M^2 \cdot \quad (9)$$

Для реалізації НВ третього типу треба скласти програму, яка дала би змогу виконати числовий аналіз параметра, від якого можлива максимальна похибка, наприклад, коефіцієнта витрат a рівняння (4), що залежить від зміни ВВ. Для цього пропонуємо на підставі теорії оптимального планування багатфакторного експерименту [3] застосувати інтерполяційний поліном першого порядку такого виду

$$a_d \approx a_0 + \sum_{i=1}^N a_i X_{i1} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} X_{i1} X_{j1} + \quad (10)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N a_{ijk} X_{i1} X_{j1} X_{k1} \dots ,$$

якщо $i \neq j < k$

де члени з добутком $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} X_i X_j$ визначають

ефекти взаємодії окремих аргументів X_i, X_j, X_k полінома (10); $a_0, a_i, a_{ij}, a_{ijk}$ – коефіцієнти полінома, які визначають в процесі досліджень за результатами багаторазового визначення параметра, наприклад, коефіцієнта a_d витрат за різних комбінацій значень аргументів (X_1, X_2, \dots, X_N) . Для реалізації оптимального експерименту треба скласти відповідну програму, яка повинна задовольняти критерій мінімуму дисперсії, отриманої за виразом (10).

Для визначення коефіцієнтів полінома (10) слід виконати такі операції:

– **визначити** межі змін аргументів, тобто найбільше (X_i^+) і найменше (X_i^-) значення кожного аргументу;

– **перетворити** натуральні значення параметрів X_i в одиниці коду за виразом

$$Z_i = \frac{X_i - C_i}{I_i} \quad (11)$$

де $C_i = \frac{X_i^+ + X_i^-}{2}$ – центр варіювання X_i ;

$I_i = \frac{X_i^+ - X_i^-}{2}$ – інтервал варіювання X_i ;

– **скласти** матрицю зміни значень. Наприклад, для трьох параметрів, враховуючи, що кількість дослідів N під час виконання повного факторного експерименту типу 2^k дорівнює $N=2^k$, де k – кількість ВВ, матриця має такий вигляд:

Номер досліджу	Закодовані значення ВВ			Взаємодії				Результат обчислень параметра за відомою функціональною залежністю
	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₁ Z ₂	Z ₁ Z ₃	Z ₂ Z ₃	Z ₁ Z ₂ Z ₃	
1	-	-	-	+	+	+	-	
2	+	-	-	-	-	+	+	
3	-	+	-	-	+	-	+	
4	+	+	-	+	-	-	-	
5	-	-	+	+	-	-	+	
6	+	-	+	-	+	-	-	
7	-	+	+	-	-	+	-	
8	+	+	+	+	+	+	+	

Примітка. В оптимальному плані першого порядку кожний аргумент у будь-якому досліді набуває тільки двох значень (X_i^+), що відповідає кодовому значенню $Z_i = +1$ і (X_i^-), яке набуває кодового значення $Z_i = -1$. Столпчики взаємодії у таблиці подано для подальших розрахунків відповідних коефіцієнтів. В ці столпчики записуємо добутки відповідних кодових одиниць. Наприклад, для досліду № 7: $Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3 = (-1) \cdot (+1) \cdot (+1) = -1$.

– **замінити** натуральні значення параметрів на кодові за виразом (11);

– **знайти** поточні значення параметра з урахуванням кодових значень для різних комбінацій X_1, X_2, X_3 у восьми дослідях;

– **виконати** план експерименту, за випадкової послідовності (розіграної за допомогою випадкових чисел) й опрацювати результати експериментальних даних у такій послідовності:

1) **оцінити** дисперсії дослідів

$$S^2[a] = \frac{1}{N(n-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (a_{ij} - \bar{a}_j)^2, \quad (12)$$

тобто спочатку визначають дисперсії для кожного рядка, а потім при підрахунку $S^2 a$ їх додають по усіх N рядках;

– **сформувати** інтерполяційний поліном (10) у кодових одиницях у такому вигляді:

$$a_i \approx g_0 + \sum_{i=1}^N g_i Z_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N g_{ij} Z_i Z_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N g_{ijk} Z_i Z_j Z_k \dots \quad (13)$$

якщо $i \neq j < k$;

Для цього:

– **визначити** коефіцієнти інтерполяційної формули (13) за формулою (14)

$$\left. \begin{aligned} g_0 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{a}_i \\ g_i &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i \bar{a}_i \\ g_{ij} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Z_i Z_j \bar{a}_i \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

– **виконати** оцінку значущості коефіцієнтів за виразом (15)

$$t_0 = \frac{|g_0|}{S|Y|}; \quad t_i = \frac{|g_i|}{S|Y|} \text{ тощо,} \quad (15)$$

– **порівняти** з табличними значеннями критерію Стьюдента (t) для ступеня свободи $f=(n-1)$ і заданої ймовірності, наприклад $P=0,95$;

Примітка. Якщо яке-небудь відношення, розраховане за формулою (15), менше або дорівнює (t), то коефіцієнт, для якого це відношення визначено, вважають розмірним із значенням похибки досліді і в шукану інтерполяційну формулу не вводять.

– **знайти** інтерполяційну модель (13) дійсного значення коефіцієнта витрат у кодових та натуральних (10) значеннях параметрів, враховуючи формулу (11);

– **перевірити** інтерполяційну формулу (10) на точність (адекватність опису одержаних експериментальних даних). Для цього скласти відношення

$$F = \frac{S_{\epsilon}^2}{S^2(a)}, \quad (16)$$

$$S_{\epsilon}^2 = \frac{1}{N-m} \times \sum_{i=1}^N (a_{zi} - \bar{a}_i)^2,$$

де a_{zi} – значення функції, розрахованої за інтерполяційною формулою; m – кількість коефіцієнтів у формулі.

Якщо значення F менше або дорівнює табличному значенню критерію Фішера для кількості степенів свободи $f_1=(N-m)$, $f_2=(n-1)$ і за заданої ймовірності P , то приймають, що інтерполяційна формула майже точно (в межах точності експерименту) відображає дані й придатна для практичного застосування. За одержаним інтерполяційним поліномом виконують якісний аналіз в усьому діапазоні зміни аргументів і знаходять максимальне значення похибки диференціювання за кожним аргументом інтерполяційного полінома;

– **виконати** (за необхідності) числовий аналіз, щоб встановити, за яких значень (X_2, X_3) відповідних параметрів вплив X_1 на зміну дослідного параметра мінімальний, знайшовши мінімум за результатом диференціювання відповідного виразу.

Висновки

1. Наведену методику оцінювання поточних значень результатів НВ та їхніх похибок за відповідними поліномами можна використати для автоматизованої оцінки НВ безпосередньо в робочих умовах на будь-якій ділянці діапазону вимірювання.

2. Реалізація цієї методики забезпечить вимірювання фізичної величини з мінімальною похибкою за одночасній дії низки ВВ у робочих умовах експлуатації вимірвального каналу.

1. *МИ 2083-90 ГСИ. Рекомендация. Измерения косвенные. Определение результатов измерения и оценивание их погрешностей.* 2. *Дорожовець М. Опрацювання результатів вимірювань: навч. посібник.* – Львів, 2007. – 624 с. 3. *Налимов В.В. Теория экспериментов.* – М.: Наука, 1971. – 238 с. 4. *ГОСТ 26976-86. Нефть и нефтепродукты. Методы измерения массы.*