

параметрами, то ми отримаємо додаткові диференціальні рівняння і систему трьох нелінійних рівнянь, які необхідно розв'язати. Отже, запропонований алгоритм є оптимальним з погляду обсягу обчислень і універсальним, бо використовує неявні методи числового інтегрування.

1. Фильц Р.В. Дифференциальные уравнения насыщенной асинхронной машины / Вопросы теории и регулирования электрических машин: Научн. зап. Львов. политехн. ин-та. – Львов, 1963. Вып. 90. 2. Чабан В.И. К анализу электрических цепей с разветвлёнными магнитопроводами / Изв. вузов. СССР. Энергетика. – 1976. – №1. – С.129–132. 3. Бондаренко В.М. Методы и алгоритмы анализа нелинейных электрических и электронных цепей / ИЭД АН УССР. Автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра техн. наук: – К., 1975. 4. Кутковецкий В.Я. Моделирование работы трёхфазного тиристорного коммутатора с помощью переключающих функций / Электричество. – 1984. – №4. – С. 68–70. 5. Глухивский Л.И. Дифференциальный гармонический метод расчета периодических процессов в цепях с вентилями // Изв. вузов. Электромеханика. – 1980. – N 1. – С. 14 – 19. 6. Чабан В.И., Самотий В.В. Алгоритм расчета переходных и стационарных процессов однофазного мостового выпрямителя // Изв вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1987. – N 3. С. 76 – 77. 6. Самотий В.В. Аналіз стаціонарних режимів трифазних однопівперіодних випрямлячів методом Ньютона // Вимірювальна техніка та метрологія. – Львів: ДУ "Львівська політехніка", 1996. Вип. 52. – С. 95 – 97. 8. Samoty V., Labiak A. The speed-up search of periodical regimes of non-linear electromagnetic circuits with variable structure by Newton methods // Proceedings Intern. AMSE Conference "Applied Modelling & Simulation", Lviv (Ukraine), Sept. 30 – Oct. 2, 1993, AMSE Press, pp. 243 – 247. 9. McLeod. A note on the ε -algorithm // Computing (Arch. Electron. Rechnen). – 1971. – V. 7. – P. 17 – 24.

УДК 621.314

В.В. Самотий¹, М.О. Хомуляк²

Національний університет "Львівська політехніка",
¹кафедра автоматичної та телемеханіки,
²кафедра електронних обчислювальних машин

МЕТОДИКА ПОКРАЩАННЯ ФОРМИ ВИХІДНОГО СИГНАЛУ ОДНОФАЗНОГО ПОДІЛЬНИКА ЧАСТОТИ НА БАЗІ КЕРОВАНОГО ДВОПІВПЕРІОДНОГО ВИПРЯМЛЯЧА

© Самотий В.В., Хомуляк М.О., 2005

Запропоновано методику покращання форми вихідного сигналу однофазного подільника частоти на базі керованого двопівперіодного випрямляча у широкому діапазоні зміни частоти.

The method of improvement of output signal form for single-phase frequency divider on the basis of the controlled two-half-period rectifier with wide frequency range is proposed.

Вступ

Однофазний подільник частоти на базі керованого двопівперіодного випрямляча є одним з варіантів перетворювача змінного струму однієї частоти у змінний струм іншої частоти. Він застосовується при побудові пристроїв електроживлення систем керування і має забезпечувати мінімальні втрати енергії та стабільну амплітуду і синусоїдальність вихідного сигналу в якомога ширшому діапазоні частот. Покращання форми вихідного сигналу подільника частоти зі зазначеними вимогами можливе за спеціальною методикою із залученням відповідного математичного апарату для комп'ютерного симулювання перехідних і усталених режимів роботи перетворювачів частоти.

Аналіз публікацій

Якщо при побудові математичної моделі перетворювача частоти не враховувати поширення електромагнетного поля в просторі, то задача буде зведена до розгляду нелінійних електромагнетних кіл (ЕМК) із зосередженими параметрами. В нашій задачі електрична частина такого кола містить керовані напівпровідникові вентилялі. Тому спочатку розглянемо відомі в літературі моделі нелінійних ЕМК.

Першу модель такого кола зустрічаємо у [1] на прикладі електричного двигуна, де запроваджено нове поняття, а саме диференціальну індуктивність. Це була перша вдала спроба побудови моделі нелінійного ЕМК. Рівняння стану в такій моделі містять диференціальні само- і взаємодуктивності електричних контурів. Проте їй були притаманні і певні недоліки. При такому підході значно ускладнюється запис рівнянь стану в нормальній формі Коші. Крім цього, така модель передбачає визначення великої кількості диференціальних параметрів.

У [2] було запропоновано такий алгоритм. Із загальної системи алгебро-диференціальних рівнянь стану ЕМК виключити рівняння електричного субкола, а рівняння магнетних контурів розв'язати відносно часових похідних. В результаті в отриманих рівняннях будуть фігурувати диференціальні магнетні опори. Такий підхід спрощує запис рівнянь динаміки в нормальній формі Коші.

Наявність напівпровідникових вентилів у електричному субколі значно ускладнює моделювання такого ЕМК. В літературі відомі дві діаметрально протилежні концепції побудови математичних моделей вентилів. Перша замінює вентиль електричними ланками зі змінним значенням параметрів [3], а друга розглядає його як ідеальний ключ [4]. Перший підхід необгрунтовано збільшує порядок рівнянь стану, а також робить їх жорсткими. Останнє пов'язане з великими значеннями опорів у закритому стані вентилів. Другий – приводить до змінної структури рівнянь стану. Це означає, що кожна комбінація відкритих і закритих вентилів буде описуватися певною системою рівнянь.

Аналіз усталених режимів можна виконувати екстраполяційним методом [5] або методом Ейприла–Трика [6], який був поширений на електромагнетні кола з вентилями у [7, 8].

Постановка задачі

У подільнику частоти на базі керованого випрямляча вентилялі порівняно зі схемою мостового випрямляча замінено на зустрічно-паралельно сполучені тиристори. Параметри складових компонентів, а саме трансформатора, конденсатора, навантаження та частоти комутації тиристорів мають безпосередній вплив на вихідний сигнал подільника частоти. Основним завданням є розроблення алгоритму комутації тиристорів, який дасть змогу отримувати синусоїдний сигнал в широкому діапазоні частот, не змінюючи параметрів самого подільника. Розв'язати таку задачу без досконалої математичної моделі неможливо, тому другим і не менш важливим завданням є побудова строгої математичної моделі подільника частоти, яка б адекватно відображала фізичні процеси, що в ньому відбуваються. За основу приймемо підхід, запропонований в [9] стосовно однофазного мостового випрямляча.

Математична модель подільника частоти

Однофазний подільник частоти, побудований з використанням мостової схеми керованого двопівперіодного випрямляча, наведений на рис. 1.

Для такої схеми можливі чотири комбінації відкритих вентилів ($T_1, T_3; T_2, T_4; T_5, T_7$ і T_6, T_8), за умови, що решта вентилів закрита, та одна комбінація з усіма закритими вентилями. Кожна така комбінація буде змінювати структуру електричного контуру вторинної сторони трансформатора. Тому від кожної з цих комбінацій буде залежати вигляд рівнянь вторинного контуру, конденсатора та умови відкривання наступної пари вентилів. Наведемо ці рівняння для кожної з вказаних комбінацій відкритих вентилів:

$$1) \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = -u_C - r_2 i_2, \quad \frac{du_C}{dt} = (i_2 - u_C / r_H) / C, \quad i_2 > 0, \quad (1)$$

$$\frac{d\psi}{dt} - u_C > 0 \quad - \text{умова відкривання вентилів } T_2, T_4, \quad (2)$$

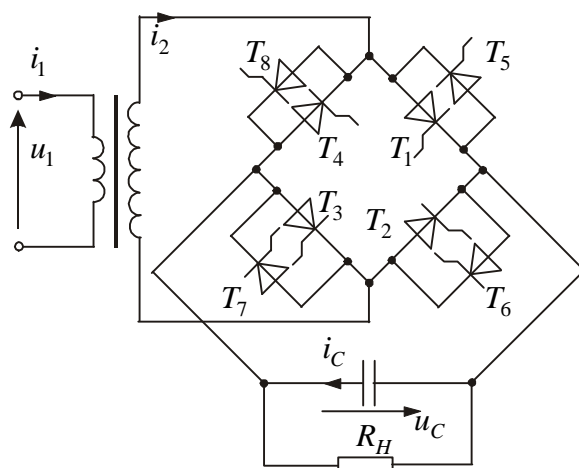


Рис. 1. Принципова схема подільника частоти

$$2) \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = u_C - r_2 i_2, \quad \frac{du_C}{dt} = (-i_2 - u_C / r_H) / C, \quad i_2 < 0, \quad (3)$$

$$\frac{d\psi}{dt} + u_C > 0 \quad \text{— умова відкриття вентилів } T_1, T_3, \quad (4)$$

$$3) \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = -u_C - r_2 i_2, \quad \frac{du_C}{dt} = (i_2 - u_C / r_H) / C, \quad i_2 < 0, \quad (5)$$

$$\frac{d\psi}{dt} - u_C > 0 \quad \text{— умова відкриття вентилів } T_6, T_8, \quad (6)$$

$$4) \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = u_C - r_2 i_2, \quad \frac{du_C}{dt} = (-i_2 - u_C / r_H) / C, \quad i_2 > 0, \quad (7)$$

$$\frac{d\psi}{dt} + u_C > 0 \quad \text{— умова відкриття вентилів } T_5, T_7, \quad (8)$$

де u_C – напруга конденсатора на виході випрямляча; Ψ_2 , r_2 , i_2 – повне потокозчеплення, опір та струм вторинної обвитки трансформатора; r_H – опір навантаження; C – ємність конденсатора; ψ – робоче потокозчеплення трансформатора.

Введемо додаткові логічні змінні $\xi = \pm 1$ та $\varepsilon = \pm 1$. Тоді рівняння (1)–(8) можна звести до такої системи рівнянь:

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = -\xi\varepsilon u_C - r_2 i_2, \quad (9)$$

$$\frac{du_C}{dt} = (\xi\varepsilon i_2 - u_C / r_H) / C, \quad (10)$$

$$\xi \frac{d\psi}{dt} - \varepsilon u_C > 0. \quad (11)$$

У разі додатної півхвилі струму i_2 до обнулення логічна змінна ξ буде зі знаком “плюс”, а від’ємної півхвилі – “мінус”. Знак “плюс” логічної змінної ε стосується першої і другої комбінацій відкритих вентилів, а знак “мінус” – третьої і четвертої. Рівняння (11) відображає умову відкриття наступної пари вентилів.

Відповідно до [8] рівняння трансформатора будуть мати вигляд

$$\frac{d\psi}{dt} = g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + g_2 \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad \frac{di_2}{dt} = g_3 \frac{d\Psi_1}{dt} + g_4 \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad \frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad (12)$$

де $g_1 = \alpha_1 / d$, $g_2 = k\alpha_2 / d$, $g_3 = -k\alpha_2 g_1$, $g_4 = k\alpha_2(1 - g_2)$, $d = \alpha'' + \alpha_1 + k\alpha_2$. Тут α_1 , α_2 – величини, обернені до індуктивностей розсіяння обмоток; Ψ_1 , u_1 , r_1 , i_1 – повне потокозчеплення, напруга, опір і струм первинної обмотки; α'' – величина, обернена до диференціальної індуктивності, що визначається за середньою кривою намагнетчування

$$\alpha''(\psi) = \frac{\partial \varphi(\psi)}{\partial \psi}. \quad (13)$$

У разі закритих вентилів логічна змінна k набуває значення 0, а під час відкритих вентилів – 1. Режим, коли $k=0$, виникає у момент проходження струму i_2 через нуль і триває доти, доки не виконається умова (11).

Систему диференціальних рівнянь подільника частоти (10), (12) подамо у матричній формі:

$$\frac{dX}{dt} = BZ(t), \quad (14)$$

де $X = (\psi, i_2, u_c)^T$ – матриця-стовпчик невідомих; $B = \text{diag}(G, 1/C)$ – матриця коефіцієнтів; $Z(t) = (u_1 - r_1 i_1, \xi \epsilon u_c - r_2 i_2, \xi \epsilon i_2 - u_c / r_H)^T$ – матриця-стовпчик часових функцій; $G = (G_1, G_2)^T$; $G_1 = (g_1, g_2)$, $G_2 = (g_3, g_4)$. Тут індекс T вказує на операцію транспонування матриці.

З рівняння стану магнетопровідника можна визначити струм первинної обмотки

$$i_1 = \varphi(\psi) - i_2. \quad (15)$$

Інтегруючи систему рівнянь (14) від заданих початкових умов $X(0)$, отримуємо перехідний процес.

Модель чутливостей до початкових умов

Однофазний подільник частоти належить до класу зі змінною структурою, де кількість змінних стану буде змінюватися від комутації до комутації. Тому для аналізу ustalених режимів можна застосувати модель чутливостей до початкових умов з динамічною матрицею монодромії [9]

$$X(0)^{(K+1)} = X(0)^{(K)} - (F'(X(0)^{(K)}))^{-1} F(X(0)^{(K)}), \quad (16)$$

де $F(X(0)) = X(0) - X(T)$ – умова періодичності; $F'(X(0)) = E - \Sigma(T)$ – матриця Якобі рівняння періодичності; E – одинична матриця; $\Sigma(T) = B(T)S(T)$ – матриця монодромії. Поняття динамічної матриці монодромії зумовлене зміною її розмірності від комутації до комутації. Так, якщо додаткова логічна змінна k дорівнюватиме нулю, тоді розмірність матриці Σ необхідно понизити на 1, а саме видалити другий стовпчик і рядок. Тут матриця $B(T)$ є матрицею коефіцієнтів рівняння стану (12), якщо $t = T$, а $S(T) = \partial Y / \partial X(0)$ – матриця додаткових чутливостей, яку визначаємо числовим інтегруванням додаткової системи диференціальних рівнянь першої варіації

$$\frac{dS}{dt} = QS, \quad (17)$$

де $Q = \partial Z / \partial Y$ – матриця коефіцієнтів

$$Q = \begin{vmatrix} -r_1 a_1 & -r_1 a_2 & 0 \\ -r_2 g_3 & -r_2 g_4 & -\xi \varepsilon / C \\ \xi \varepsilon g_3 & \xi \varepsilon g_4 & -1 / (r_H C) \end{vmatrix},$$

де $a_1 = \alpha_1(1 - g_1)$, $a_2 = -\alpha_1 g_2$.

Початкове наближення вектора змінних стану $X(0)^{(0)}$ задаємо довільним, як правило, нульовим, а початкові умови варіаційного рівняння $S(0)^{(K)}$ на кожній ітерації повинні строго задовольняти умову $S(0)^{(K)} = (B(0)^{(K)})^{-1}$. Ця умова є наслідком для виразу матриці Якобі, якщо $t = 0$, а саме $F'(X(0)) = E - B(0)S(0) = 0$.

Алгоритм покращання форми вихідного сигналу подільника частоти

При формуванні вихідної напруги, упродовж першого півперіоду подається сигнал керування на тиристри T_1, T_2, T_3, T_4 . Тоді подільник працює як звичайний мостовий випрямляч, тобто попарно відкриваються тиристри T_1, T_3 і T_2, T_4 . На виході формується випрямлена додатна напруга. У другому півперіоді подається сигнал керування на тиристри T_5, T_6, T_7, T_8 . Тепер попарно відкриваються тиристри T_5, T_7 і T_6, T_8 . На виході формується випрямлена від'ємна напруга. Цей закон відображений в математичній моделі залежністю

$$e = \begin{cases} 1, & \text{якщо } nT \leq t < nT + T/2, \\ -1, & \text{якщо } nT + T/2 \leq t < (n+1)T, \end{cases} \quad (18)$$

$n=0, 1, 2, \dots$; T – період.

Крива напруги заряду конденсатора u_C може мати експоненціальну форму, а може бути близькою і до прямокутної. Все залежить від співвідношення між частотою комутації тиристорів і ємністю конденсатора. Змінивши закон комутації, ми змінимо і форму кривої напруги u_C . Постає питання: яким повинен бути закон комутації, щоб напруга u_C була максимально наближена до синусоїди? Ми пропонуємо такий алгоритм. Задаємо зразковим сигналом напруги на виході подільника частоти

$$u_{зр} = U_{МЗР} \sin(\omega t + \varphi), \quad (19)$$

де $U_{МЗР}$, φ – очікувана амплітуда і фаза напруги на конденсаторі u_C . На кожному кроці інтегрування рівнянь стану (14) порівнюємо поточне значення u_C у момент часу t_i і зразковий сигнал $u_{зр}(t_i)$ та формуємо різницю цих величин

$$\Delta u(t_i) = \varepsilon(u_C(t_i) - u_{зр}(t_i)). \quad (20)$$

Критерієм перемикавання тиристорів є умова

$$\Delta u(t_i) > \Delta u_{\text{доп}}, \quad (21)$$

де $\Delta u_{\text{доп}}$ – допустиме відхилення напруги конденсатора u_C від зразкового сигналу.

Нехай $\varepsilon = 1$. Перевіряємо умову (21), якщо вона не виконується, тоді сигнал керування подаємо на тиристри $T_1 - T_4$. Якщо вона виконується, тоді сигнал керування подаємо на тиристри $T_5 - T_8$ і присвоюємо $\varepsilon = -1$.

Нехай $\varepsilon = -1$. Перевіряємо умову (21), якщо вона не виконується, тоді сигнал керування подаємо на тиристори $T_5 - T_8$. Якщо вона виконується, тоді сигнал керування подаємо на тиристори $T_1 - T_4$ і присвоюємо $\varepsilon = 1$.

Результати комп'ютерного симулювання

Результати аналізу усталених режимів подільника частоти на інтервалі одного періоду вихідного сигналу наведені на рис. 2–7. По осі абсцис маємо відносну безрозмірну величину, а саме відношення часу t до періоду вихідного сигналу T , тобто відносна величина по осі абсцис змінюється від 0 до 1. Дослідження виконувались з використанням моделі чутливостей до початкових умов. Система диференціальних рівнянь (14), (17) інтегрувалася методом Рунге–Кутта четвертого порядку точності з постійним кроком інтегрування. Крок інтегрування визначався через період вихідного сигналу $T/800$. В розрахунках були використані такі вхідні дані: $r_1 = 2,0$ Ом; $r_2 = 3,6$ Ом; $r_H = 200$ Ом; $C = 20$ мкФ, $\alpha_1 = \alpha_2 = 270$ Гн⁻¹; $U_M = 311$ В, $U_{МЗР} = 270$ В. Напруга живлення була прийнятою

$$u_1 = 311 \sin(\omega t + \varphi) \text{ В,}$$

де $\omega = 2\pi f$, $f = 50$ Гц, $\varphi = 1.3$ рад.

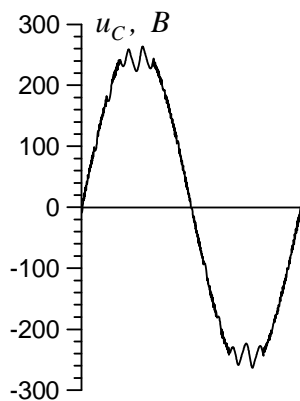


Рис. 2

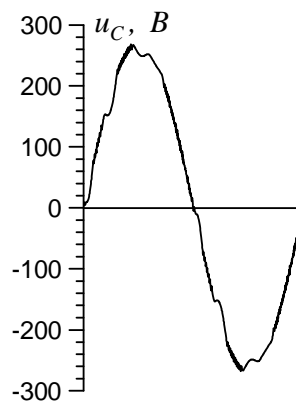


Рис. 3

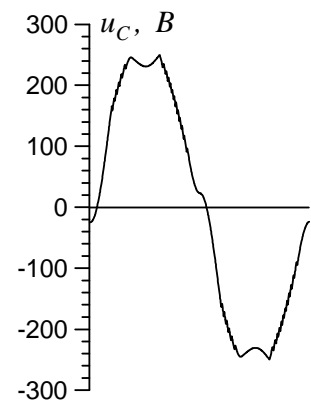


Рис. 4

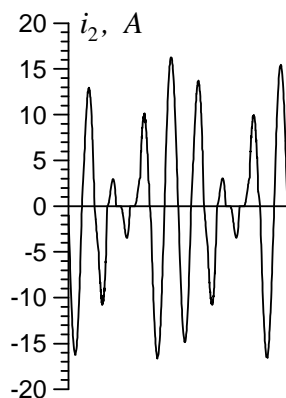


Рис. 5

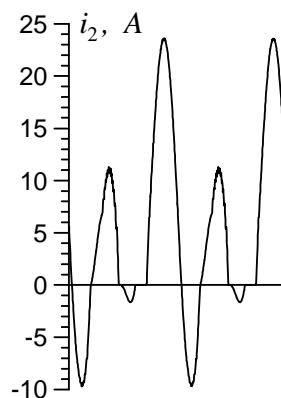


Рис. 6

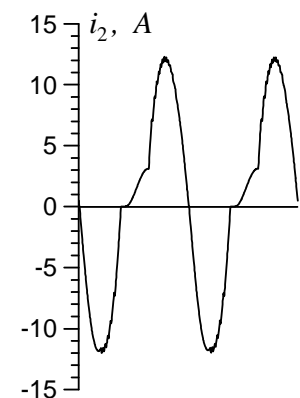


Рис. 7

Крива намагнетчування апроксимована виразом з вибором розрахункової формули

$$\varphi(\psi) = \begin{cases} a_1 \psi, & |\psi| > \psi_1, \\ S_3(\psi), & \psi_1 \leq |\psi| \leq \psi_2, \\ a_2 \psi - a_0, & |\psi| > \psi_2 \end{cases} \quad (22)$$

де $a_1 = 0.25 \text{ Гн}^{-1}$; $a_2 = 3 \text{ Гн}^{-1}$; $a_0 = 1.8 \text{ А}$; $\psi_1 = 0.2 \text{ Вб}$; $\psi_2 = 0.9 \text{ Вб}$; $\varphi(\psi_1) = 0.05 \text{ А}$; $\varphi(\psi_2) = 0.9 \text{ А}$; $S_3(\psi)$ – кубічний сплайн. Зауважимо, що $\alpha''(\psi_1) = a_1$, $\alpha''(\psi_2) = a_2$.

На рис. 2–4 наведено криві напруги на навантаженні u_C на інтервалі одного періоду. Крива на рис. 2 відповідає частоті вихідного сигналу – 50 Гц, крива на рис. 3 – 100 Гц, крива на рис. 4 – 200 Гц. На рис. 5–7 наведено криві струму вторинної обмотки, відповідно для частот 50 Гц, 100 Гц і 200 Гц. Як бачимо, незважаючи на широкий діапазон зміни частоти, вихідний сигнал практично залишається синусоїдним. Без застосування запропонованого методу покращання форми вихідного сигналу було б неможливим.

Цей алгоритм дає змогу регулювати і амплітуду вихідного сигналу. Змінюючи амплітуду зразкового сигналу (в межах напруги живлення), можна досягти того, що струм навантаження буде мати стабільну амплітуду у доволі широкому діапазоні частот. Отже, при зміні частоти в широкому діапазоні на виході можна отримати синусоїдний сигнал зі сталою амплітудою.

Висновок

Одним з варіантів перетворювача змінного струму однієї частоти у змінний струм іншої частоти є однофазний подільник частоти на базі керованого двопівперіодного випрямляча. Він дає змогу застосувати запропонований метод покращання вихідної характеристики тиристорних перетворювачів частоти. Вдалось отримати стабільну амплітуду сигналу при збереженні його синусоїдності за допомогою перемикання тиристорів в додатну і від'ємну області. Незважаючи на широкий діапазон зміни частоти, вихідний сигнал залишається близьким до синусоїдного. Дослідження виконувалися з використанням моделі чутливості до початкових умов.

Стійка тенденція заміни аналогових систем керування електромеханічних пристроїв та електротехнологічних процесів на системи прямого цифрового керування вказує на перспективність запропонованого методу покращання вихідної характеристики тиристорних перетворювачів частоти. Застосування цього методу при розробленні систем керування силових перетворювачів дасть змогу перенести основні витрати зі створення апаратної частини на розроблення алгоритмічного і програмного забезпечення.

1. Silvester P., Cobagan H.S., Brown B.T. *Efficient Techniques for finite element analysis of electric machines.* – IEEE Trans. Power App. and Syst., PAS-92. 1973, N 4. 2. Чабан В.И. Дифференциальные уравнения неявнополюсной машины в косоугольных координатах // *Электричество.* – 1977. – № 8. – С. 54–57. 3. Васильковский Ю.Н. Математическое моделирование на ЭВМ электрических схем с полупроводниковыми вентилями // *Техническая электродинамика.* – 1988. – №1. – С. 56–58. 4. Грабовецкий Г.В. Применение переключающих функций для анализа электромагнитных процессов в силовых цепях вентиляльных преобразователей частоты // *Электричество.* – 1973. – №6. – С. 42–46. 5. Skelboe S. Computing of the periodic steady-state response of non-linear networks by extrapolation methods // *IEEE Trans. Circuits Syst.* – V. CAS-27. – 1980. – P. 161–75. 6. Aprille T.I., Triek T.N. A computer algorithm to determine the steady-state response of non-linear oscillator // *IEEE Trans. Circuit Theory.* – V. CT-19. – 1972. – P. 354–360. 7. Samotyj V., Shakya S. Mathematical Model of Frequency Multiplier "Symmetric Scheme of Rectification with Voltage Doubling – Bridge Parallel Thyristor Chopper" // *Technology (Journal of Engineering).* – Kathmandu, 2000. – V. 9. – P. 58–62. 8. Самотий В.В., Хомуляк М.О. Методика покращання форми вихідного сигналу мостового паралельного тиристорного інвертора // *Автоматика, вимірювання та керування: Вісн. НУ "Львівська політехніка"* – 2004. – №500. – С. 64–70. 9. Самотий В.В., Лабяк А.С. Ускоренный поиск периодических режимов мостового выпрямителя методом Ньютона // *Изв. вузов. Радиоэлектроника.* – 1994. – С. 74–76.