

нахилом 0 і –20 дБ/дек, що чергуються. Змінюючи кількість ділянок на декаді, можна змінювати точність наближення передатної функції до ідеальної. Тобто можна управляти точністю моделювання флікер-шуму.

Отже, використовуючи запропоновану передатну функцію, можна в системах комп'ютерного моделювання на основі джерела білого шуму створити джерело флікер-шуму.

1. Бучма І., Вжуцак М. *Моделі математичного подання флікер-шуму // Комп'ютерні технології друкарства.* – 2004. – №11. – С. 115–118. 2. Гутников В.С. *Интегральная электроника в измерительных устройствах.* – Л., 1980. 3. Скрипник Ю.О., Яненко О.П. *Шляхи зниження флуктуаційного порогу чутливості вимірювачів слабких сигналів // Автоматика, вимірювання та керування.* – 2001. – №420. – С.20–27. 4. *Теория автоматического управления. В 2-х ч. Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления/ Н.А. Бабаков, А.А. Воронов, А.А.Воронова и др.; Под ред. А.А. Воронова.* – 2-е изд., перераб. и доп. – М., 1986. 5. Орнатский П.П. *Теоретические основы информационно-измерительной техники.* – К., 1976.

УДК 621.313

**Ming-June Tsai, Chuan-Cheng Hung**

Государственный университет Cheng-Kung, Тайвань, Тайвань,  
лаборатория робототехники и автоматизации, отдел механической разработки

## **СИСТЕМА И ПОГРЕШНОСТИ ТРЕХМЕРНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ**

© *Ming-June Tsai, Chuan-Cheng Hung, 2005*

**Рассмотрен метод оценки погрешности систем трехмерного 3-D видения. Сформулирована математическая модель разрешения пространственной области системы 3-D активного видения.**

**This paper is addressed a method for fast evaluation approach of correspondence uncertainty in 3-D vision metrology systems. The mathematic model of spatial resolution measurement area of a 3-D active vision system is formulated.**

### **1. Введение**

В современной практике 3-D видение играет важную роль в разнообразных областях, в том числе для копирования, распознавания объектов автоматического оптического осмотра (АОО), медицины, компьютерной графики и мультипликации [1]. Измерение профиля поверхности с микронным уровнем точности становится важным в контроле качества изделия. Компоненты видения типа камер с зарядовой связью (CCD) и цифровых процессоров освещения (DLP) применяются в последние годы в передовых полупроводниковых технологиях. Это обеспечивает разработку систем видения с низкой стоимостью и высокой гибкостью [2]. Кроме того, прибор с зарядовой связью обеспечивает измерения в миллионах точек в течение нескольких секунд. Для 3-D видения используют активные и пассивные системы. Обычно активная система состоит из проектора и одной или двух камер. Проектор задает интерференционные картины на поверхности объекта, а камера регистрирует искаженное изображение для дальнейшей обработки. Большинство систем, основанных на структурированном световом проектировании, были разработаны в течение последнего десятилетия. Авторы [3] разработали 3-D оптическую профилометрическую систему на базе коммерческого проектора и (CCD) камеры. Для простоты проектор и камера компланарной системы размещены на одной высоте. Калибруются только два параметра системы, влияние которых на погрешность измерения и было исследовано. В [4] разработана общая конфигурация системы 3-D видения. Авторы [5] разработали систему точного контроля поверхности для сканирования профиля маленьких объектов.

Ассоциированный метод, использующий внешние и собственные параметры, обеспечивает погрешность калибровки  $\leq 10 \mu m$ . Характеристики 3-D видения определяются такими параметрами: – размещением камер (положением и ориентацией); – разрешением линз и пикселей; – рабочим пространством (расстоянием от камеры до объекта и областью видимости). Составляющая погрешности калибровки системы входит в погрешность каждого измерения. Для достижения высокой точности измерений необходимо настроить систему видения в конфигурации, которая обеспечивает минимальные погрешности. Важность оценки погрешности была признана известными работами. Kamgar-Parsis разработали математический аппарат для вычисления средней погрешности квантования [6]. Ян и Ciarallo изучили влияние погрешности одно- и двухразмерного квантования на статистические измерения [7]. Для анализа погрешности измерений координат Che и др. использовали подход, основанный на принужденной оптимизации [8]. Они определили, что погрешность точки координат не гомогенна в области измерений. Lazzari и Iuculano [9] предложили математическую модель, которая позволяет оценку погрешности измерений идентифицировать с общими метрологическими характеристиками системы 3-D видения.

Предлагается метод оценки погрешности для систем точного контроля поверхности. Метод оценки обеспечивает определение конфигурации системы. Погрешности измерений изучены качественно и количественно в пределах области контроля. Для вычисления верхнего предела погрешностей измерений определен индекс качества с учетом шума. Выполнена картография контура погрешностей. Результаты использованы для оценки погрешностей контроля V-образной выемки.

## 2. Моделирование системы

Активная система видения состоит из устройства проектирования и устройства изображения (рис. 1).  $O_p(X_p, Z_p)$  представляет оптический центр проектора, который используется для активного проектирования интерференционных картин на объекте.  $O_c(X_c, Z_c)$  представляет собой оптический центр камеры, которая регистрирует искаженные объекты картины. Чип проектора и датчик камеры – это две пространственные матрицы, которые составлены из  $N_u \times N_v$  и  $M_u \times M_v$  пикселей. Масштабные факторы интерполяции в обоих направлениях введены для упрощения системы измерения. Поэтому проектор может быть представлен размерным устройством, имеющим  $N_u$  пикселей, а камера – устройством, имеющим  $M_u$  пикселей, соответственно.

В системе 3-D измерения точки поверхности объекта определяются парами  $(N_u, M_u)$  соответственно. Разрешение системы тесно связано с пространственным расположением проектора и камеры. Согласно вышеизложенному, разрешение в области измерения (МА) неоднородно. На рис. 1 размеры ячейки проектора и камеры обозначены как  $\Delta_p$  и  $\Delta_c$ . Эффективная длина фокусного расстояния проектора и камеры составляет  $f_p$  и  $f_c$ . Углы  $\theta_p$  и  $\theta_c$  – углы наклона проектора и камеры. Предположим, что свет, испускаемый из точки  $Q_p(X_n, Z_n)$   $n$ -м пикселем центра чипа проектора, формируется соединением  $Q_p$  и  $O_p$ . Пиксельный луч с углом наклона  $\theta_n$  достигает объекта в точке  ${}^W P$ .  $L'_p$  является пиксельным лучом, отраженным от точки  ${}^W P$  на объекте к  $O_c$ . Луч под углом  $\theta_m$  к центральной линии захватывается камерой. Изображение  $Q_c(X_m, Z_m)$  расположено на  $m$ -м пикселе камеры.  $Q_p$  и  $Q_c$  формирует пару лучей, которая используется для получения координаты  ${}^W P$ . Поэтому система может трактоваться как стереокамерная система, в которой проектор проецирует интерференционные картины на объекте.

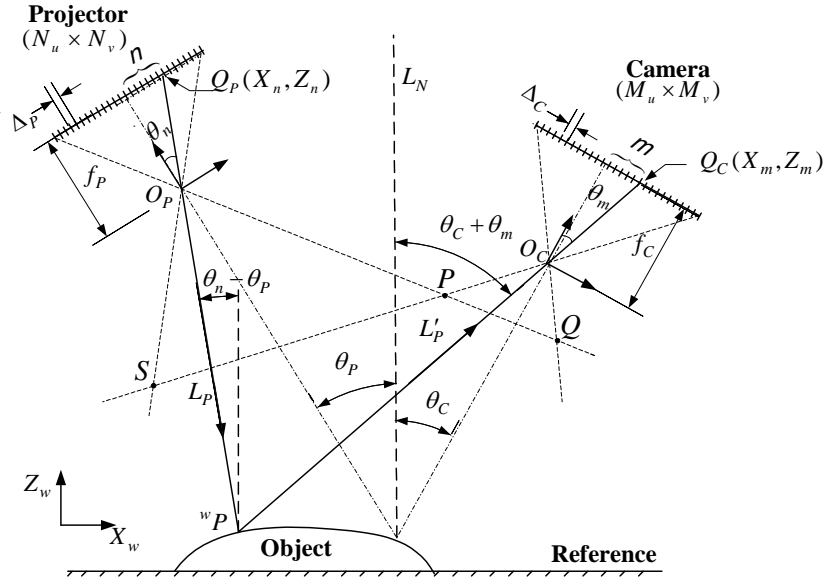


Рис. 1. Оптическая схема системы 3-D активного видения

На рис. 1 координаты  $Q_C$  и  $Q_P$  могут быть выражены так:

$$\begin{cases} X_m = X_C + f_C \sin \theta_C + m \Delta_C \cos \theta_C \\ Z_m = Z_C + f_C \cos \theta_C - m \Delta_C \sin \theta_C \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} X_n = X_P - f_P \sin \theta_P + n \Delta_P \cos \theta_P \\ Z_n = Z_P + f_P \cos \theta_P + n \Delta_P \sin \theta_P \end{cases} \quad (2)$$

Луч  $L_P$  может быть определен из выражения

$$\frac{Z_n - Z_P}{X_n - X_P} = \frac{1}{\Phi_P} \quad (3)$$

где  $\Phi_P$  обозначает инверсию наклона  $L_P$ , которая может быть выражена как

$$\Phi_P = \frac{-f_P \sin \theta_P + n \Delta_P \cos \theta_P}{f_P \cos \theta_P + n \Delta_P \sin \theta_P} = \tan(\theta_n - \theta_P), \quad \tan \theta_n = \frac{n \Delta_P}{f_P} \quad (4)$$

Наклон луча  $L_P$  в (4) является функцией  $f_P$ ,  $\theta_P$ ,  $n$ ,  $\Delta_P$ , и  $\theta_n$ .

Аналогично, регистрируемый камерой световой луч может быть сформулирован как

$$\frac{Z_m - Z_C}{X_m - X_C} = \frac{1}{\Phi_C} \quad (5)$$

где  $\Phi_C$  обозначает инверсию наклона  $L'_P$

$$\Phi_C = \frac{f_C \sin \theta_C + m \Delta_C \cos \theta_C}{f_C \cos \theta_C - m \Delta_C \sin \theta_C} = \tan(\theta_C + \theta_m), \quad \tan \theta_m = \frac{m \Delta_C}{f_C} \quad (6)$$

Из уравнений (3) и (5) координата  ${}^w P$  может быть выражена как:

$$\begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix} = \frac{1}{\Phi_C - \Phi_P} \begin{bmatrix} -\Phi_P X_C + \Phi_C X_P + \Phi_C \Phi_P (Z_C - Z_P) \\ -(X_C - X_P) + \Phi_C Z_C - \Phi_P Z_P \end{bmatrix} \quad (7)$$

После определения конфигурации системы измерения и изготовления проектора и камеры установлены переменные типа  $f_P, f_C, \Delta_P, \Delta_C, \theta_P$  и  $\theta_C$ . Поэтому положение каждой выбранной точки на поверхности  $(X, Z)$  является функцией соответствия пары  $(m, n)$ , описанного уравнением (7).

Чтобы оценить работу системы измерения, необходимо исследовать влияние координат  $(X, Z)$  на погрешность соответствия точек. При малых вызванных шумами вариациях  $(m, n)$  погрешность  $(X, Z)$  определяется выражением:

$$\begin{cases} dX = \frac{\partial X}{\partial m} \delta m + \frac{\partial X}{\partial n} \delta n \\ dZ = \frac{\partial Z}{\partial m} \delta m + \frac{\partial Z}{\partial n} \delta n \end{cases} \quad (8)$$

После некоторых вычислений отношения между нарушенным положением  $d\mathbf{R} = [dX \ dZ]^T$  и возмущенным  $d\mathbf{II} = [\delta m \ \delta n]^T$  могут быть получены в матричной форме:

$$d\mathbf{R} = \mathbf{A}d\mathbf{II} \quad (9)$$

где

$$\mathbf{A} = \frac{1}{(\Phi_C - \Phi_P)^2} \begin{bmatrix} \Phi_P \Psi_m & \Phi_C \Psi_n \\ \Psi_m & \Psi_n \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$\Psi_m, \Psi_n$  описаны выражением (11) и дифференцирование наклонной инверсии  $\Phi_P$  и  $\Phi_C$  описаны выражением (12)

$$\begin{cases} \Psi_m = \frac{\partial \Phi_C}{\partial m} [(X_C - X_P) - \Phi_P(Z_C - Z_P)] \\ \Psi_n = \frac{\partial \Phi_P}{\partial n} [-(X_C - X_P) + \Phi_C(Z_C - Z_P)] \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi_C}{\partial m} = \frac{1 + \cos(2\theta_m)}{1 + \cos[2(\theta_C + \theta_m)]} \left( \frac{\Delta_C}{f_C} \right) \\ \frac{\partial \Phi_P}{\partial n} = \frac{1 + \cos 2\theta_n}{1 + \cos[2(\theta_n - \theta_P)]} \left( \frac{\Delta_P}{f_P} \right) \end{cases} \quad (12)$$

Следовательно, для установленной системы измерения пространственный градиент  $d\mathbf{R}$  каждого положения в пределах  $\mathbf{MA}$  может быть определен по параметрам системы, характеристикам ее оптических составляющих и относительным соответствующим парам  $(m, n)$ .

### 3. Оценка погрешности измерения

При использовании метода триангуляции ключевой процедурой в 3-D отображении является определение правильного соответствия, то есть нахождение соответствующих пар пикселей стереоизображения. В нашей “камере-проекторе” модели соответствие для каждого пикселя выражено  $(m, n)$ . Точность соответствия ограничена погрешностью соответствующего индекса  $\delta m$  or  $\delta n$ , который вводится в полную погрешность  $\Lambda$  в определении точки на поверхности объекта

$$\Lambda = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Z)^2} \quad (13)$$

Погрешность может быть оценена так:

$$(\Delta X)^2 + (\Delta Z)^2 = d\mathbf{R}^T \cdot d\mathbf{R} = d\mathbf{II}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A}) d\mathbf{II} \quad (14)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial X}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial m}\right)^2 & \frac{\partial X}{\partial m} \frac{\partial X}{\partial n} + \frac{\partial Z}{\partial m} \frac{\partial Z}{\partial n} \\ \frac{\partial X}{\partial m} \frac{\partial X}{\partial n} + \frac{\partial Z}{\partial m} \frac{\partial Z}{\partial n} & \left(\frac{\partial X}{\partial n}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial n}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Так как все диагональные элементы симметрической матрицы  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  положительны, ее детерминант  $|\mathbf{A}^T \mathbf{A}|$  всегда положительный

$$|\mathbf{A}^T \mathbf{A}| = \left( \frac{\partial X}{\partial m} \frac{\partial Z}{\partial n} - \frac{\partial X}{\partial n} \frac{\partial Z}{\partial m} \right)^2 = |\mathbf{A}|^2 > 0 \quad (16)$$

Матрица  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  является определенно-положительной, поэтому такое неравенство выдерживается для всех комбинаций  $d\mathbf{И}$

$$\lambda_{\max} \|d\mathbf{И}\|^2 \geq d\mathbf{И}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A}) d\mathbf{И} \geq \lambda_{\min} \|d\mathbf{И}\|^2 \quad (17)$$

или

$$\sqrt{\lambda_{\max}} \|d\mathbf{И}\| \geq \Lambda \geq \sqrt{\lambda_{\min}} \|d\mathbf{И}\| \quad (18)$$

где  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  – характеристическое число матрицы  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ . Матрица  $\mathbf{A}$  определена для каждой конфигурации системы 3-D отображения. Характеристические числа  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  для каждой точки измерения могут быть рассчитаны и определен диапазон погрешностей.

Элементы матрицы  $\mathbf{A}$  непостоянны в пределах  $\mathbf{MA}$ , поэтому нецелесообразно вычислять матрицу для каждой точки  $\mathbf{MA}$ . Контуры постоянных погрешностей в  $\mathbf{MA}$  используют для оценки погрешности измерений. При непрерывности функции погрешности  $\Lambda$  определяют при  $\Lambda = \text{const}$ .

В этом случае индекс качества  $E_{rms}$  определяется среднеквадратичной погрешностью

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} (\Lambda_i)^2}, \quad (19)$$

и может использоваться для оценки погрешностей 3-D видения.  $N_S$  является общим количеством точек измерения на поверхности объекта. Индекс качества не может быть рассчитан для какой-либо заданной или стандартной поверхности. Поэтому мы можем использовать следующую процедуру для оценки диапазона индекса качества для определенной  $\mathbf{MA}$ .

Индекс качества в пределах контура остается постоянным. Если поверхность объекта, представленная кривой в  $\mathbf{MA}$ , лежит между двумя контурами с погрешностями  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  соответственно, то значение индекса качества должно быть внутри этих двух пределов

$$\Lambda_2 \geq E_{rms} \geq \Lambda_1. \quad (20)$$

#### 4. Экспериментальные результаты и дискуссия

Предложенный метод экспериментально проверен на разработанной системе точного 3-D контроля поверхности. Система состоит из пяти главных компонентов (рис. 2): (1) Hayashi LA-150UE – галогенного источника света с мощностью

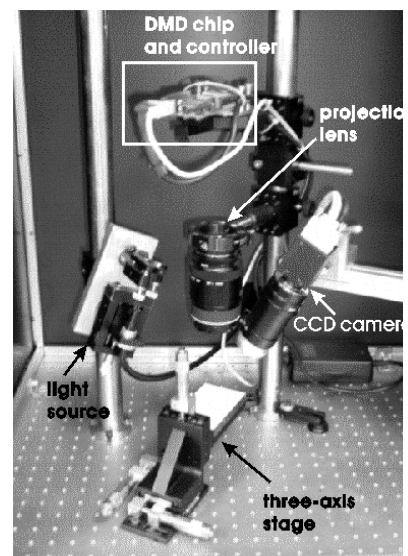


Рис. 2. Созданная система точного контроля поверхности

150 W; (2) Texas Instrument DMD<sup>TM</sup> Discovery 1000 – проекционного аппарата с разрешением  $1024 \times 768$  и размером ячейки  $16 \mu m^2$ ; (3) трехкоординатной платформы с разрешением  $1 \mu m$  по осям X,Y и  $0.5 \mu m$ -разрешением по оси Z; (4) Pulnix TM-1320-15CL CCD – камеры с разрешением  $1300 \times 1030$  и размером ячейки  $6.7 \mu m^2$ ; (5) персонального компьютера Pentium 4 1.5GHZ CPU с камерой Метеор и PCI платой захвата изображения. В процессе измерений интерференционная картина проектируется на поверхность объекта устройством проектирования, которое составлено из чипа DMD<sup>TM</sup> и линзы.

Картина, которая должна быть спроектирована, получена в соответствии с программой и передана диспетчеру чипа DMD<sup>TM</sup> универсальной последовательной шиной (USB). Для получения картины с различными уровнями интенсивности используется модуляция ширины импульса (PWM). Интенсивность управляется продолжительностью включения каждого пикселя DMD<sup>TM</sup>. Линза отображает картину чипа DMD<sup>TM</sup> на поверхности объекта. Контролируемый объект помещен на платформе с трехосным позиционированием. Деформированная на поверхности объекта интерференционная картина регистрируется камерой с зарядовой связью (CCD). В камере установлена телецентрическая линза для увеличения глубины области (DOF). Полученные камерой изображения передаются на компьютер для дальнейшей обработки.

В табл. 1 и 2 представлены характеристики системы и основных ее элементов. Диапазон измерений системы может быть определен по ее параметрам. Характеристики камеры с зарядовой связью (CCD) и чипа DMD определяют границы **МА**. Из-за обратимости хода лучей света устройство проектирования может рассматриваться как другая камера с зарядовой связью (CCD) и поэтому любые помещенные в пределах **МА** объекты фактически наблюдаются двумя камерами. Фокальные диапазоны оптических линз практически ограничены несколькими миллиметрами. Изображение картин размывается для смещенного от оптической оси объекта и это вводит помехи в измерения. Следовательно, контроль должен выполняться в треугольнике  $\Delta PQS$  (**МА**), потому что эти участки ближе к оптическим осям  $O_C$  и  $O_P$  (рис. 3). В этой области система имеет более высокую чувствительность, чем в других областях, и, следовательно, более высокое разрешение.

Таблица 1

#### Характеристики системы

Характеристики	Значения
Оптический центр камеры $O_C$ , <i>mm</i>	(43, 74)
Оптический центр проектора $O_P$ , <i>mm</i>	(-5, 77)
Размеры пикселя камеры $\Delta_C$ , $\mu m$	6.7
Размеры пикселя проектора $\Delta_P$ , $\mu m$	16
Количество пикселей проектора $N_u$ , шт	1024
Количество пикселей камеры $M_u$ , шт	1300
Угол зрения камеры, °	30

Уравнение (18) может быть использовано для оценки погрешностей в пределах **МА**. Рис.3 показывает **МА** ( $\Delta PQS$ ) – зону минимальных погрешностей. Как было уже отмечено, вершина *P* имеет наименьшую погрешность  $14.6 \mu m$ . По мере удаления от *P* погрешность увеличивается и достигает максимума  $23.5 \mu m$  в вершине *S*. Изменение погрешностей в пределах **МА** достигает 37.87 %, указывая на то, что результаты измерений неоднородны. Для уменьшения погрешностей, объект должен быть помещен ближе к вершине *P*.

## Характеристики камеры с зарядовой связью (CCD) и устройства проектирования

Характеристики	Значения	
	Устройство проектирования	Камера прибора с зарядовой связью (CCD)
Матрица вращения, $R$	$\begin{bmatrix} -0.99696 & -0.01997 & 0.07530 \\ 0.01537 & -0.97544 & -0.03913 \\ 0.07603 & -0.03877 & 0.99635 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.88016 & -0.00834 & -0.47459 \\ 0.00652 & -0.97861 & -0.00879 \\ -0.47449 & -0.01107 & 0.88018 \end{bmatrix}$
Вектор перевода, $T$	$[-0.00236 \ 0.00361 \ -0.00594]^T$	$[0.00592 \ 0.00183 \ -0.13753]^T$
Эффективная центральная длина, мм	88	98.92
Фактор искажения, $\kappa$	$3.76e-8$	$1.20e-8$
Центр изображения (пиксель)	(28.93, 479.42)	(831.0, 420.2)

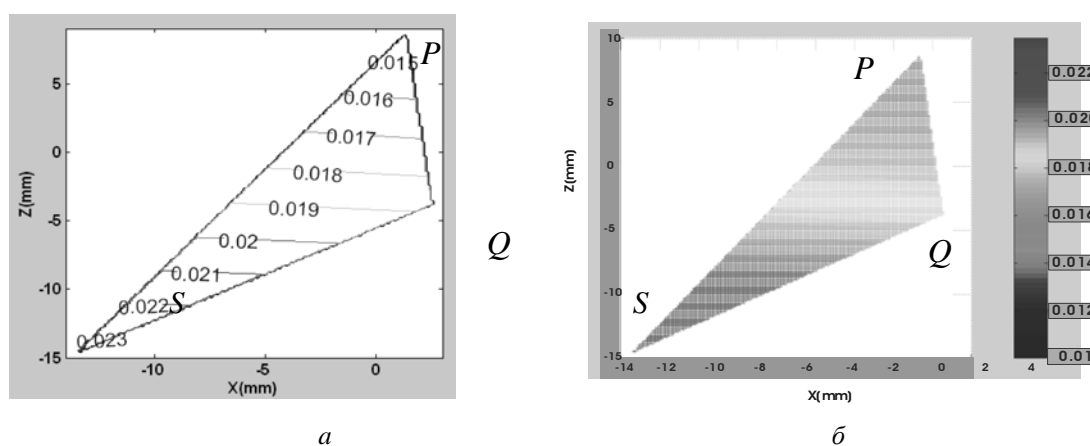


Рис. 3. Погрешности в пределах области контроля (МА):

*a* – контурная линия погрешностей системы; *б* – цветовая картография погрешностей системы

## 5. Выводы

Таким образом, разработана система точного контроля поверхностей и метод оценки погрешностей 3-D видения. Метод предназначен для удобной оценки погрешностей 3-D контроля поверхности объекта с помощью предварительно калиброванных систем. Новый метод оценки использует характеристики системы и внешние параметры 3-D видения. Для оценки работы системы используется также и карта погрешностей. Экспериментально доказано, что результаты измерений неоднородны в МА. Для уменьшения погрешностей измерений объект необходимо размещать в МА ближе к вершине P. Однако при этом уменьшается диапазон измерений, поэтому вопрос диапазона и погрешности измерений должен рассматриваться компромиссно.

1. Hung C.C., Lu Y.C., and Yang W.H. A Survey on Optical 3-D Measurement Methods for Micro-Components, *The Seventh International Conference on Automation Technology*, pp. 77-82, 2003. 2. Scharstein D. and Szeliski R. High-Accuracy Stereo Depth Maps Using Structured Light, *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol. 1, pp.195-202, 2003. 3. Sansoni G., Carocci M. and Rodella R. Calibration and Performance Evaluation of a 3-D Imaging Sensor Based on the Projection of Structured Light, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 49, No. 3. – P. 628–636, 2000. 4. Li Y.F. and Chen S.Y. Automatic Recalibration of an Active Structured Light Vision System, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 2. –P. 259–268, 2003. 5. Tsai

*M.J., Hung C.C., Kuo S.K. and Lin C.C. Development of A Precision Surface Metrology System, Processing of The 21<sup>st</sup> National Conference on Mechanical Engineering, pp. 6505–6511, 2004. 6. Kamgar-Parsi B. and Kamgar-Parsi B. Evaluation of Quantization Error in Computer Vision, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 9. – P. 929–940, 1989. 7. Yang C.C. and Ciarallo F.W. Optimized Sensor Placement for Active Visual Inspection, Journal of Robotic Systems, vol.18, no.1. – P.1–15, 2001. 8. Che C. and Ni J. A Generic Coordinate Transformation uncertainty assessment Approach and its Application in Machine Vision Metrology, Int. J. of Machine Tool & Manufacture, Vol. 38. – P. 1241–1256, 1998. 9. Lazzari A. and Iuculano G. Evaluation of the uncertainty of an optical machine with a vision system for contact-less three-dimensional measurement, Measurement, Vol.36. – P.215-231, 2004.*

УДК 621.314

**В. В. Самотий, У. Ю. Дзелендзяк, В. І. Гудим**  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматики і телемеханіки,

## **АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ТА УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ ДВОПІВПЕРІОДНОГО ВИПРЯМЛЯЧА З СЕРЕДНЬОЮ ТОЧКОЮ ЗА НЕЯВНОЮ СХЕМОЮ**

© Самотий В.В., Дзелендзяк У.Ю., Гудим В.І., 2005

**Наведено математичну модель однофазного двопівперіодного випрямляча з середньою точкою, орієнтовану на неявні методи числового інтегрування, а також запропоновано методику аналізу перехідних і усталених режимів його роботи.**

**The mathematical model of single-phase bisemiperiodic rectifier with middle point, directed to implicit methods of numerical integration has been given as well as methods of analysis of transient and steady-state operation modes have been suggested.**

### **Вступ**

Оснoву більшoсті математичних моделей складають рівняння динаміки досліджуваного пристрою. Залежно від того, наскільки ці рівняння відповідають фізиці процесів, що відбуваються в пристрої, буде визначатися ідентичність їх розв’язання реальним експериментальним даним. У цій роботі досліджують електромагнетні процеси двопівперіодного випрямляча з середньою точкою у вихідній обвитці трансформатора. Складність аналізу таких задач пов’язана з двома типами нелінійностей, що тут спостерігаються. Перший тип зумовлений наявністю трансформатора, в якому характеристика осердя є нелінійною і має гістерезисний характер. Другий тип нелінійності викликаний напівпровідниковими вентилями.

Математичне моделювання дає змогу розв’язати дві основні задачі динаміки – це розрахунок перехідних та усталених режимів. Перша задача зводиться до задачі Коші – числового інтегрування рівнянь динаміки від заданих початкових умов на певному часовому проміжку. Якщо інтегрування виконувати на достатньо значному проміжку часу, то можна отримати усталений режим. Аналіз усталених режимів нелінійних пристроїв є складнішою задачею, яка зводиться до обчислення початкових умов, що задовольняють умову періодичності.

Методи аналізу режимів роботи пристроїв з вентилями умовно можна поділити на дві великі групи, залежно від прийнятої моделі роботи напівпровідникового вентиля. Перша група моделює роботу вентиля електричною ланкою зі змінними параметрами: у відкритому стані опір вентиля приймають достатньо малим, а в закритому – достатньо великим [1].