

О.Е. Васильєва

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,
кафедра пожежної та аварійно-рятувальної техніки

ПОХИБКА ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ, ЯКА ЗУМОВЛЕНА ПРОЦЕСОМ ЗУБОНАРІЗАННЯ КОЛІС ЧЕРВ'ЯЧНИМИ ФРЕЗАМИ

© Васильєва О.Е., 2009

На підставі результатів теоретичних досліджень визначено дійсний профіль бокових поверхонь зубців циліндричних коліс, який отримано на підставі зубофрезерування черв'ячними фрезами. Наведено методику профілювання робочих поверхонь зубців та визначено похибку передаточного числа залежно від похибки профіля зубців коліс передачі.

On the basis of results of theoretical researches certainly actual type of lateral surfaces of indents of cylinder wheels, which is got on the basis of process worm milling cutters. The method of profiling of workings surfaces of indents and determination of error of gear-ratio is resulted depending on the error of type indents of wheels of transmission.

Сучасний стан проблеми. Циліндричні зубчасті передачі є найрозповсюдженішим типом механічних передач, які широко застосовуються у різних галузях техніки. Значна питома вага за кількістю випуску зубчастих передач припадає на спеціалізовані підприємства, такі, наприклад, як ВАТ «Київський верстатобудівний концерн «Веркон», ВАТ «Редукторний завод» м. Київ, ВАТ «Одеський завод радіально-свердлильних верстатів», ВАТ «Вінницький завод тракторних агрегатів» тощо. Кінцевою операцією оброблення зубців коліс у 90 % від усієї номенклатури є зубофрезерування черв'ячною фрезою [1, 5]. Після операції зубофрезерування черв'ячною фрезою бокова робоча поверхня зубців коліс внаслідок перервності процесу зубоутворення (черв'ячна фреза має певну кількість робочих гребінок – зубців) має не теоретичну евольвенту, а ламану лінію, яка за формою наближається до евольвенти [2, 3]. У цьому випадку на боковій робочій поверхні зубців утворюються гребінці (виступи) і западини (точки дотику ламаних ліній до евольвенти). У процесі передачі обертового моменту по лінії зачеплення виникає коливання передаточного числа передачі за рахунок контакту гребінців або западин робочих поверхонь зубців, тобто виникає похибка передаточного числа передачі, яка може призвести до вимушених коливань зубчастої передачі. Тому ставиться завдання на підставі результатів теоретичних досліджень визначити дійсний профіль робочих поверхонь зубців і відповідно похибку передаточного числа передачі по лінії зачеплення.

Мета роботи – розробити методику визначення дійсного робочого профілю зубців коліс після операції зубофрезерування та його вплив на похибку передаточного числа передачі.

Викладення основного матеріалу. Для вирішення поставленої мети необхідно розв'язати такі завдання: встановити взаємозв'язок координат кутів повороту φ_1 ведучого та веденого φ_2 коліс зубчастої передачі; виконати профілювання дійсного профілю зубців після операції зубофрезерування черв'ячною фрезою; обґрунтувати, що гребінці (виступи) на поверхні профілю зубця залишаться під дією номінального навантаження (колової сили).

Взаємозв'язок координат кутів повороту φ_1 ведучого та веденого φ_2 коліс зубчастої передачі можна подати у вигляді [3, 6]:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u} + \Delta\varphi \sin z_2 \frac{\varphi_1}{u}, \quad (1)$$

де u – передаточне число; z_2 – кількість зубців веденого колеса; $\Delta\varphi$ – амплітуда відхилення кута повороту веденого колеса від положення, яке воно займає за ідеального евольвентного профілю зубців.

Для зубонарізання коліс редукторів, які належать до 8 – 9 ступенів точності, згідно із ГОСТ 1643-81 застосовують черв'ячні фрези з кількістю зубців $z_\phi = 8 \dots 10$ [1].

Спряження зубців коліс в евольвентній передачі здійснюється по лінії зачеплення. Після зубонарізання коліс черв'ячними фрезами бокова поверхня зубця буде утворена рядом дотичних ліній, кількість яких залежить від кількості зубців фрези, тобто отримаємо ламану криву, яка наближатиметься до евольвенти зі збільшенням кількості зубців фрези. Це можна пояснити тим, що за однозахідної черв'ячної фрези за один повний оберт фрези зубчасте колесо повертається тільки на один кутовий крок між зубцями. Унаслідок огинання профілю зубця колеса зубцями фрези його поверхня буде обмежена гребінцями заввишки H (для ведучого колеса H_1 , для веденого H_2). За спряження пари коліс по лінії зачеплення робочі профілі в найгіршому варіанті можуть контактувати не по евольвентній поверхні, а по вершинах гребінців, що внесе сумарну лінійну похибку Δ вздовж лінії зачеплення $\Delta = H_1 + H_2$.

Своєю чергою, [2, 3]
$$H = \frac{\pi^2 \rho k^2}{2z_\phi^2 z^2},$$
 де ρ – радіус кривини евольвенти у точці, яка

розглядається; z – кількість зубців колеса; k – кількість заходів черв'ячної фрези.

Для точок профілю, які контактують по лінії зачеплення, розглянемо значення Δ в полюсі зачеплення. Тоді

$$\Delta = \frac{\pi^2 \rho_1 k^2}{2z_\phi^2 z_1^2} + \frac{\pi^2 \rho_2 k^2}{2z_\phi^2 z_2^2}. \quad (2)$$

Своєю чергою, [3]

$$\rho = \frac{d_b}{2} \operatorname{tg} \alpha_{x \max} = \frac{m_t z \cos \alpha_t}{2} \operatorname{tg} \alpha_{x \max} = \frac{m_n z \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} \operatorname{tg} \alpha_{x \max} = \frac{m_n z \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} \operatorname{tg} \arccos \left(\frac{z \cos \alpha_t}{z + 2 \cos \beta} \right).$$
 Тоді

$$\Delta = \frac{\pi^2 m_n \cos \alpha_t k^2}{4 z_\phi^2 \cos \beta} \left(\frac{1}{z_1} \operatorname{tg} \arccos \left(\frac{z_1 \cos \alpha_t}{z_1 + 2 \cos \beta} \right) + \frac{1}{z_2} \operatorname{tg} \arccos \left(\frac{z_2 \cos \alpha_t}{z_2 + 2 \cos \beta} \right) \right), \quad (3)$$

де m_n – модуль нормальний зубчастої передачі; α_t – кут зачеплення (стандартне значення $\alpha_t = 20^\circ$); β – кут нахилу зубців; z_1, z_2 – кількість зубців ведучого та веденого коліс відповідно.

Розглянемо приклад розрахунку сумарної лінійної похибки Δ вздовж лінії зачеплення для зубчастої одноступеневої передачі з потужністю електродвигуна на ведучому зубчастому колесі $P = 27$ кВт; $m_n = 8$ мм; $F_t = 4600$ Н; $\alpha_t = 30^\circ$; $b = 55$ мм; $z_1 = 18$; $z_2 = 27$; $\beta = 15^\circ$; $z_\phi = 8$; $k = 2$.

За залежністю (3) отримаємо

$$\Delta = \frac{3,14^2 \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2^2}{4 \cdot 8^2 \cos 15^\circ} \left(\frac{1}{18} \operatorname{tg} \arccos \left(\frac{18 \cdot \cos 30^\circ}{18 + 2 \cos 15^\circ} \right) + \frac{1}{27} \operatorname{tg} \arccos \left(\frac{27 \cdot \cos 30^\circ}{27 + 2 \cos 15^\circ} \right) \right) = 0,021 \text{ мм.}$$

Одночасно визначимо значення величини пружної деформації по нормалі до профілю під дією колової сили $F_t = 4600$ Н. Для цього скористаємось рекомендаціями [4]. У цьому разі величина зближення профілів по нормалі в точці контакту буде

$$\Delta l = \frac{\eta q}{\pi} \left\{ \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_1}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_2}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right\}, \quad (4)$$

де $\eta = \frac{2(1+\mu)}{E(1+2\mu)} = \frac{2(1+0,3)}{2 \cdot 10^5(1+2 \cdot 0,3)} = 0,000008125$; μ – коефіцієнт Пуассона (для сталевго матеріалу

$\mu = 0,3$); E – модуль пружності (для сталі $E = 2 \cdot 10^5$ Мпа); q – навантаження на одиницю ширини

зубчастого вінця b ; $q = \frac{F_t}{b} = \frac{4600}{55} = 83,6$ Н/мм; φ_1, φ_2 – кутові координати точок контакту

поверхонь; $\varphi_1 = \varphi_2 = \arctg \frac{y}{a} = \arctg \frac{0,021}{0,004} = 5,25$; $a = \sqrt{\frac{2\eta q}{\pi R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,000008125 \cdot 83,6}{3,14 \cdot 20}} = 0,004$ мм; y –

координата, за якою визначають наближення тіл контакту (у нашому випадку цю координату приймаємо $y = \Delta = 0,016$ мм за залежністю (3)); a – напівширина площадки контакту двох тіл в процесі навантаження; R – зведений радіус кривини контактуючих поверхонь (гребінців) робочих

профілів зубців; приймаємо, що $R_1 = R_2 = 0,05$ мм; $R = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}{2} = \frac{\frac{1}{0,05} + \frac{1}{0,05}}{2} = 20$.

Тоді зближення профілів зубців за залежністю (4) дорівнюватиме

$$\Delta l = \frac{0,000008125 \cdot 83,6}{3,14} \left\{ \ln \operatorname{tg} \left(\frac{5,25}{2} + \frac{3,14}{4} \right) + \ln \operatorname{tg} \left(\frac{5,25}{2} + \frac{3,14}{4} \right) \right\} = 0,0007 \text{ мм,}$$

тобто в процесі передачі обертового моменту профілі зближаться на величину $\Delta l = 0,0007$ мм. В такий спосіб зазор буде $\delta = \Delta - \Delta l = 0,021 - 0,0007 = 0,0203$ мм, *тобто гребінці на поверхні профілю зубця фактично не деформуються під дією номінального навантаження (колової сили).*

Вплив коефіцієнта перекриття ε_γ на частоту f контакту гребінців (виступів) профілів зубців коліс за повороту на один кутовий крок між зубцями по лінії зачеплення:

1) вершини гребінців ведучого колеса потрапляють у впадини між гребінцями веденого колеса

$$f = \frac{2z_\phi}{k} \varepsilon_\gamma; \quad (5)$$

2) вершини гребінців ведучого колеса потрапляють на вершини гребінців веденого колеса, але такий варіант фактично неможливий

$$f = \frac{z_\phi}{k} \varepsilon_\gamma. \quad (6)$$

Профілювання дійсного профілю зубців після операції зубофрезерування черв'ячною фрезею. Після зубонарізання коліс черв'ячними фрезами бокова поверхня зубця буде утворена рядом дотичних ліній, кількість яких залежить від кількості зубців фрези z_ϕ та кількості її заходів k . Процес утворення профілю розглянемо з використанням рис. 1:

1. Враховуючи прямокутний трикутник ОАВ (рис. 1), визначаємо значення кута α_{xi} :

$$\alpha_{xi} = \arccos \frac{r_b}{R_{xi}}, \quad (7)$$

де r_b – радіус основного кола; $r_b = \frac{m_n z \cos \alpha_t}{2 \cos \beta}$; R_{xi} – радіус до точки дотику i -го радіуса кривини ρ_{xi} евольвенти.

Значення R_{xi} не може бути більшим від радіуса r_a кола вершин зубців, тобто

$$R_{xi} \leq r_a = m_n \left(\frac{z}{2 \cos \beta} + 1 \right). \quad (8)$$

2. Кут розгорнутості евольвенти [3]

$$\varphi_{xi} = \operatorname{tg} \alpha_{xi} = \operatorname{tg} \left(\arccos \frac{r_b}{R_{xi}} \right), \text{ рад.} \quad (9)$$

Максимальний кут розгорнутості евольвенти буде у випадку, коли R_{xi} дорівнюватиме r_a . Тоді

наприклад, для першого інтервалу визначаємо $\varphi_{x1\min} = 0$ рад та $\varphi_{x1\max} = \varphi_{x2}$, тобто $\varphi_{x1\max}$ дорівнює значенню кута початку другого інтервалу; для другого інтервалу – φ_{x2} (вже визначене значення) та φ_{x3} тощо. Тоді $\varphi_{x1\min} = \varphi_{x1} = 0$, а $\varphi_{x1\max} = \varphi_{x2}$; $\varphi_{x2\min} = \varphi_{x2}$, а $\varphi_{x2\max} = \varphi_{x3}$ тощо.

Значення кутового коефіцієнта a_i рівняння (16) визначаємо, як $a_i = \operatorname{tg}\psi_{xicep} = \operatorname{tg}(90^\circ - \varphi_{xicep}) = \operatorname{ctg}\varphi_{xicep}$, а вільного члена b_i рівняння (16) за залежністю

$$b_i = \frac{m_n z \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} (\cos \varphi_{xicic} + \varphi_{xicic} \sin \varphi_{xicic}) - \operatorname{ctg} \varphi_{xicic} \left[\frac{m_n z \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} (\sin \varphi_{xicic} - \varphi_{xicic} \cos \varphi_{xicic}) \right]. \quad (18)$$

Приклад. Визначити дійсний робочий профіль зубця колеса після зубофрезерування черв'ячною фрезою за таких умов: $m_n = 8$ мм; $z_1 = 18$; $\beta = 0^\circ$; $\alpha_t = 30^\circ$; $\varepsilon_\gamma = 1$; $z_\phi = 8$; $k = 2$.

1. Максимальний кут розгорнутості евольвенти

$$\varphi_{x\max} = \operatorname{tg}(\arccos \frac{r_b}{r_a}) = \frac{z_1 \cos \alpha_t}{z_1 + 2 \cos \beta} = 0,588 \text{ рад.}$$

2. Загальна кількість дотичних ліній на робочому профілі зубця

$$k_\phi = \frac{z_\phi}{k} \varepsilon_\gamma = \frac{8}{2} \cdot 1 = 4.$$

3. Розподіляємо $\varphi_{x\max}$ на визначену кількість дотичних ліній на робочому профілі зубця (на інтервали)

$$\varphi_{x(i\text{инн})} = \frac{\varphi_{x\max}}{k_\phi} = \frac{0,588}{4} = 0,147 \text{ рад.}$$

4. Кількість $k_i = k_\phi + 1$ радіусів кривини евольвенти ρ_{xi} , що обмежують інтервали $k_i = k_\phi + 1 = 4 + 1 = 5$.

5. Визначаємо значення кутів початку і кінця кожного інтервалу за залежністю (13)

$$\varphi_{x1} = \varphi_{x(i\text{инн})} (k_1 - 1) = 0,147(1 - 1) = 0 \text{ рад; } \varphi_{x2} = 0,147(2 - 1) = 0,147 \text{ рад;}$$

$$\varphi_{x3} = 0,147(3 - 1) = 0,294 \text{ рад; } \varphi_{x4} = 0,147(4 - 1) = 0,441 \text{ рад; } \varphi_{x5} = 0,147(5 - 1) = 0,588 \text{ рад.}$$

6. Визначаємо для кожного інтервалу середнє значення кута

$$\varphi_{x1cep} = \frac{\varphi_{x1\min} + \varphi_{x1\max}}{2} = \frac{0 + 0,147}{2} = 0,0735 \text{ рад; } \varphi_{x2cep} = \frac{0,147 + 0,294}{2} = 0,2205 \text{ рад;}$$

$$\varphi_{x3cep} = \frac{0,294 + 0,441}{2} = 0,3675 \text{ рад; } \varphi_{x4cep} = \frac{0,441 + 0,588}{2} = 0,5145 \text{ рад.}$$

7. Визначаємо для кожного інтервалу середнє значення ρ_{xicep} :

$$\rho_{x1cep} = \frac{m_n z_1 \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} \varphi_{x1cep} = \frac{8 \cdot 18 \cdot \cos 30^\circ}{2 \cdot \cos 0^\circ} 0,0735 = 4,58 \text{ мм; } \rho_{x2cep} = \frac{8 \cdot 18 \cdot \cos 30^\circ}{2 \cdot \cos 0^\circ} 0,2205 = 13,75 \text{ мм;}$$

$$\rho_{x3cep} = \frac{8 \cdot 18 \cdot \cos 30^\circ}{2 \cdot \cos 0^\circ} 0,3675 = 22,91 \text{ мм; } \rho_{x4cep} = \frac{8 \cdot 18 \cdot \cos 30^\circ}{2 \cdot \cos 0^\circ} 0,5145 = 32,08 \text{ мм.}$$

8. Встановлюємо для чотирьох рівнянь дотичних граничні значення x_i :

$$\frac{m_n z_1 \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} (\sin \varphi_{xi\min} - \varphi_{xi\min} \cos \varphi_{xi\min}) \leq x_i \leq \frac{m_n z_1 \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} (\sin \varphi_{xi\max} - \varphi_{xi\max} \cos \varphi_{xi\max})$$

$$0 \leq x_1 \leq 0,0384 \text{ мм; } 0,0384 \leq x_2 \leq 0,54 \text{ мм; } 0,54 \leq x_3 \leq 1,77 \text{ мм; } 1,77 \leq x_4 \leq 4,1 \text{ мм.}$$

9. Визначаємо значення кутового коефіцієнта a_i для чотирьох рівнянь дотичних (16) та вільний член b_i :

$$a_i = \operatorname{ctg}\varphi_{xicep};$$

$$b_i = \frac{m_n z_1 \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} (\cos \varphi_{xicic} + \varphi_{xicic} \sin \varphi_{xicic}) - \operatorname{ctg}\varphi_{xicic} \left[\frac{m_n z_1 \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} (\sin \varphi_{xicic} - \varphi_{xicic} \cos \varphi_{xicic}) \right];$$

$$a_1 = 13,587; b_1 = 62,4346; y_1 = 13,587x_1 + 62,4346;$$

$$a_2 = 4,4618; b_2 = 62,8641; y_2 = 4,4618x_2 + 62,8641;$$

$$a_3 = 2,5973; b_3 = 63,77; y_3 = 2,5973x_3 + 63,77;$$

$$a_4 = 1,7689; b_4 = 65,1839; y_4 = 1,7689x_4 + 65,1839.$$

10. Визначаємо координати точок перетинання дотичних прямих на робочому профілі зубця для його зображення (рис. 2):

$$x_0 = 0; y_0 = 62,4346 - 62,4346 = 0; x_1 = 0,0384; y_1 = 62,9563 - 62,4346 = 0,5217;$$

$$x_2 = 0,54; y_2 = 65,2735 - 62,4346 = 2,8389; x_3 = 1,77; y_3 = 68,3672 - 62,4346 = 5,9326;$$

$$x_4 = 4,1; y_4 = 72,4364 - 62,4346 = 10,0018.$$

Проаналізувавши дійсний профіль зубця та результати профілювання зачеплення зубців однієї пари коліс, можна констатувати, що максимальна амплітуда коливання передаточного числа за повороту зубця на один кутовий крок вздовж лінії зачеплення дорівнюватиме $0,6\Delta$ (рис. 3).

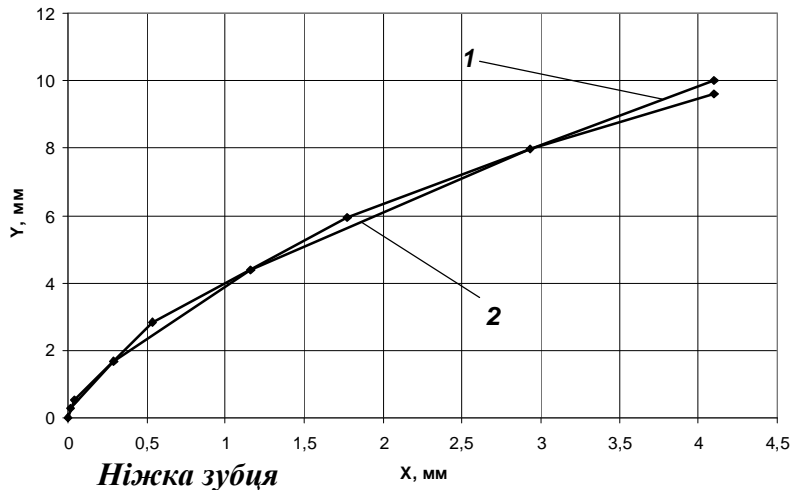


Рис. 2. Робочий профіль зубця: $m_n = 8$ мм; $z_1 = 18$; $\beta = 0^\circ$; $\alpha_t = 30^\circ$; $\varepsilon_\gamma = 1$; $z_{\phi} = 8$; $k = 2$ (1 – дійсний профіль; 2 – теоретичний евольвентний профіль)



Рис. 3. Залежність похибки Δ (амплітуди коливання веденого зубчастого колеса по лінії зачеплення) за

$$\text{повороту ведучого на один кутовий крок } \frac{360^\circ}{z_1} = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$$

Це пояснюється тим, що початок контакту профілів починається з вершини зубця ведучого колеса та ніжки веденого (на вершині виступи профілю (гребінці) зубця ведучого колеса максимальні, тому що ρ має максимальне значення, а виступи профілю зубця веденого колеса наближаються до нуля. ρ на початку утворення евольвенти дорівнює нулю). При виході зубця

ведучого колеса із зачеплення процес контакту змінюється, тобто відбувається контакт ніжки зубця ведучого колеса з головкою зубця веденого колеса.

Тому у кінцевому варіанті з урахуванням залежності (1) можна записати значення передаточного числа зубчастої передачі з урахуванням похибки, яка спричинена процесом зубофрезерування зубчастих коліс черв'ячними фрезами, тобто виникненням гребінців на робочому профілі зубців. При цьому похибку Δ вздовж лінії зачеплення з лінійних розмірів переведемо до кутових $\Delta\varphi$ з урахуванням ділильного діаметра ведучого колеса $d_1 = m_n z_1 / \cos\beta$:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta \cdot 360^0 \cos\beta}{\pi m_n z_1} \text{ град}; \quad (19)$$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u} + 0,6\Delta\varphi \sin z_2 \frac{\varphi_1}{u} = \frac{\varphi_1}{u} + \frac{54^0 \pi \sin \alpha_t k^2}{z_1 z_\phi^2} \times$$

$$\times \left(\frac{1}{z_1} \operatorname{tg}(\arccos\left(\frac{z_1 \cos \alpha_t}{z_1 + 2 \cos \beta}\right)) + \frac{1}{z_2} \operatorname{tg}(\arccos\left(\frac{z_2 \cos \alpha_t}{z_2 + 2 \cos \beta}\right)) \right) \sin z_2 \frac{\varphi_1}{u}, \text{ град.} \quad (20)$$

Висновки:

1. Встановлено, що після операції зубонарізання черв'ячною фрезою робочий профіль зубця колеса є багатогранник, який зі збільшенням кількості зубців фрези z_ϕ наближається до евольвентної (теоретичної) кривої.

2. Кількість дотичних ліній (сторін багатогранника) залежить від кількості зубців фрези z_ϕ та кількості її заходів k .

3. Виступи кутів багатогранника (гребінці) залежать від радіуса кривини евольвентної (теоретичної) кривої профілю зубця та практично пружно не деформуються під дією номінального колового навантаження, але впливають на частоту вимушених коливань зубчастої передачі.

4. Встановлено, що максимальна амплітуда коливання передаточного числа за повороту зубця ведучого колеса на один кутовий крок дорівнює похибці кута повороту веденого колеса на величину $0,6\Delta\varphi$.

1. *Справочник технолога-машиностроителя: – В 2-х т. – Т. 2 / Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1985. – 656 с.* 2. Гулида Э.Н. *О чистоте боковых поверхностей круговинтовых зубьев, нарезанных червячными фрезами // Сб. "Локомотивостроение, технология машиностроения и литейного производства". – Львов: Изд-во ЛГУ, 1964. – С. 58–64.* 3. Тайц Б.А. *Точность и контроль зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1972. – 368 с.* 4. Римар О.М., Римар М.О. *Пружна податливість деталей машин в умовах контактного навантаження // Зб. наук. праць. – Львів: Асоціація «Автобус», 2002. – С. 158–160.* 5. Соколовский М.В., Кауров В.В. *Производство цилиндрических редукторов общего назначения. – М.: Машгиз, 1983. – 172 с.* 6. Марков А.Л. *Измерение цилиндрических зубчатых колес. – М.: Машгиз, 1959. – 272 с.*