

*M.J., Hung C.C., Kuo S.K. and Lin C.C. Development of A Precision Surface Metrology System, Processing of The 21<sup>st</sup> National Conference on Mechanical Engineering, pp. 6505–6511, 2004. 6. Kamgar-Parsi B. and Kamgar-Parsi B. Evaluation of Quantization Error in Computer Vision, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 9. – P. 929–940, 1989. 7. Yang C.C. and Ciarallo F.W. Optimized Sensor Placement for Active Visual Inspection, Journal of Robotic Systems, vol.18, no.1. – P.1–15, 2001. 8. Che C. and Ni J. A Generic Coordinate Transformation uncertainty assessment Approach and its Application in Machine Vision Metrology, Int. J. of Machine Tool & Manufacture, Vol. 38. – P. 1241–1256, 1998. 9. Lazzari A. and Iuculano G. Evaluation of the uncertainty of an optical machine with a vision system for contact-less three-dimensional measurement, Measurement, Vol.36. – P.215-231, 2004.*

УДК 621.314

**В. В. Самотий, У. Ю. Дзелендзяк, В. І. Гудим**  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматики і телемеханіки,

## **АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ТА УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ ДВОПІВПЕРІОДНОГО ВИПРЯМЛЯЧА З СЕРЕДНЬОЮ ТОЧКОЮ ЗА НЕЯВНОЮ СХЕМОЮ**

© Самотий В.В., Дзелендзяк У.Ю., Гудим В.І., 2005

**Наведено математичну модель однофазного двопівперіодного випрямляча з середньою точкою, орієнтовану на неявні методи числового інтегрування, а також запропоновано методику аналізу перехідних і усталених режимів його роботи.**

**The mathematical model of single-phase bisemiperiodic rectifier with middle point, directed to implicit methods of numerical integration has been given as well as methods of analysis of transient and steady-state operation modes have been suggested.**

### **Вступ**

Оснoву більшoсті математичних моделей складають рівняння динаміки досліджуваного пристрою. Залежно від того, наскільки ці рівняння відповідають фізиці процесів, що відбуваються в пристрої, буде визначатися ідентичність їх розв’язання реальним експериментальним даним. У цій роботі досліджують електромагнетні процеси двопівперіодного випрямляча з середньою точкою у вихідній обвитці трансформатора. Складність аналізу таких задач пов’язана з двома типами нелінійностей, що тут спостерігаються. Перший тип зумовлений наявністю трансформатора, в якому характеристика осердя є нелінійною і має гістерезисний характер. Другий тип нелінійності викликаний напівпровідниковими вентилями.

Математичне моделювання дає змогу розв’язати дві основні задачі динаміки – це розрахунок перехідних та усталених режимів. Перша задача зводиться до задачі Коші – числового інтегрування рівнянь динаміки від заданих початкових умов на певному часовому проміжку. Якщо інтегрування виконувати на достатньо значному проміжку часу, то можна отримати усталений режим. Аналіз усталених режимів нелінійних пристроїв є складнішою задачею, яка зводиться до обчислення початкових умов, що задовольняють умову періодичності.

Методи аналізу режимів роботи пристроїв з вентилями умовно можна поділити на дві великі групи, залежно від прийнятої моделі роботи напівпровідникового вентиля. Перша група моделює роботу вентиля електричною ланкою зі змінними параметрами: у відкритому стані опір вентиля приймають достатньо малим, а в закритому – достатньо великим [1].

## 1. Аналіз публікацій

За своєю структурою двопівперіодний випрямляч – це розгалужене електромагнетне коло, електрична частина якого містить некеровані напівпровідникові вентиля. Тому необхідно зупинитися на відомих в літературі підходах до моделювання електромагнетних кіл (ЕМК), напівпровідникових вентилів, а також методах аналізу режимів їх роботи.

Першим вдалим кроком у розвитку теорії нелінійних ЕМК було введення поняття диференціальних індуктивностей [1]. У цьому підході із загальної системи алгебро-диференціальних рівнянь стану ЕМК виключається рівняння магнетних субкіл, а отриманий результат диференціюють за часом. В результаті, в рівняннях коефіцієнтами будуть диференціальні само- і взаєміндуктивності електричних контурів. Недоліком цього підходу є необхідність визначення великої кількості диференціальних параметрів.

Кроком вперед стосовно методики формувань рівнянь стану ЕМК була робота [2]. Її відмінність від попередніх полягає у виключенні із загальної системи алгебро-диференціальних рівнянь стану ЕМК рівнянь електричного субкола і диференціюванні отриманого результату за часом. Коефіцієнтами в решті рівнянь будуть безрозмірні величини. Кількість цих рівнянь дорівнює кількості незалежних магнетних контурів. Тому на практиці завжди є можливість подання рівнянь стану магнетного субкола в нормальній формі Коші. Метод [2] точніший, ніж метод [1], оскільки тут відсутня операція числового обертання матриці коефіцієнтів у ході інтегрування рівнянь стану ЕМК. Проте цей підхід був орієнтований на застосування явних методів числового інтегрування систем диференціальних рівнянь. Ці методи порівняно з неявними не дають змоги виконувати аналіз жорстких рівнянь.

Роботу напівпровідникових вентилів моделюють двома способами. Один із них полягає в заміні вентиля, у провідний і непровідний періоди, електричними ланками зі змінним значенням параметрів [3], а другий – в заміні вентиля ідеальним ключем [4]. Перший спосіб простіший в реалізації, але має ряд істотних недоліків, пов'язаний з порушенням числової стійкості розв'язування, збільшенням кількості інтегровальних диференціальних рівнянь. Моделювання вентиля суто резистивним колом породжує жорсткі рівняння і тому ускладнює алгоритм їх розв'язання. RL-моделі, як відзначено в [4], при частих комутаціях вентилів і значній їх кількості можуть призводити до істотних порушень закону збереження енергії. Другий спосіб позбавлений цих недоліків, але він складний в алгоритмічному аспекті, бо пов'язаний з логікою формування рівнянь стану змінної структури ЕМК.

При аналізі усталених режимів найбільшого застосування набули три методи: частотний, зокрема метод гармонічного балансу [5], екстраполяційний [6] і метод Ейприла-Трика [7], який був поширений на електромагнетні кола у [7]. Проте всі ці роботи були орієнтовані на явні методи числового інтегрування і давали змогу виконувати аналіз лише за певних параметрів пристрою. Навіть незначна варіація параметрів об'єкта приводила до жорсткості рівнянь динаміки і як наслідок – числовий алгоритм втрачав збіжність.

Підсумовуючи огляд, можна сказати таке. Для запису рівнянь стану електромагнетної частини візьмемо метод [7], адаптувавши його до неявних методів числового інтегрування. При моделюванні вентилів будемо дотримуватися моделі ідеального ключа [6], а розрахунок усталених режимів будемо виконувати екстраполяційним методом [6].

## 2. Виведення рівнянь динаміки двопівперіодного випрямляча за неявною схемою

При виведенні рівнянь динаміки випрямляча будемо дотримуватися такого алгоритму. Спочатку необхідно з'ясувати кількість комбінацій відкритих і закритих вентилів, а потім записати їх рівняння динаміки. В результаті ми отримуємо множину систем диференціальних рівнянь, що описують усі можливі комбінації. Кожну з цих систем розкладемо за неявною схемою, наприклад, за схемою неявного методу Ейлера. Одержуємо множину систем нелінійних алгебричних рівнянь, яку необхідно звести до однієї системи, ввівши рівняння стану додаткові логічні змінні, що набувають значень 0, 1. Причому 0 відповідає закритому стану вентиля, а 1 – відкритому. Отриману систему нелінійних алгебричних рівнянь розв'язуємо ітераційним методом Ньютона, що відповідає одному кроку інтегрування за схемою неявного методу Ейлера.

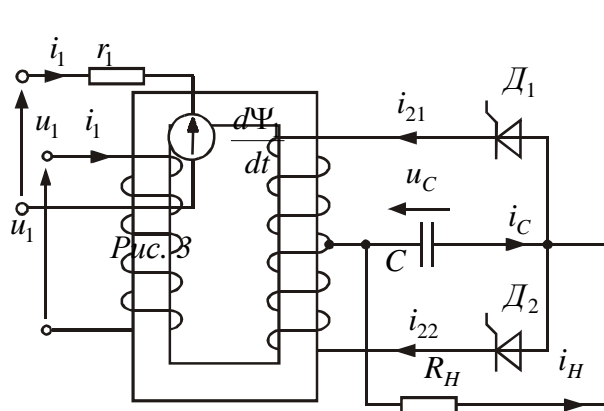


Рис. 1

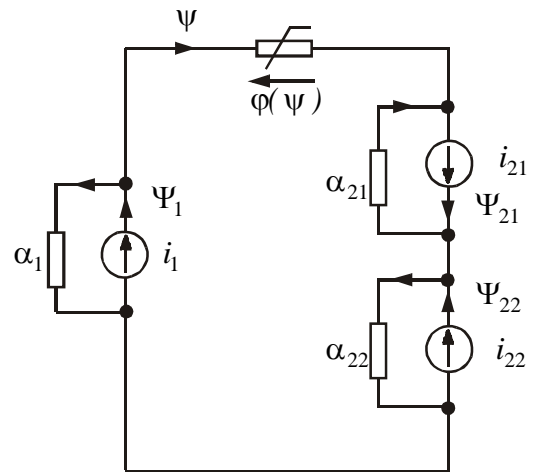


Рис. 2

Принципова схема двопівперіодного випрямляча з середньою точкою наведена на рис. 1. Вона містить трансформатор з середньою точкою, два вентиля  $D_1$ ,  $D_2$ , ємнісний фільтр і навантаження. У цій схемі можливі три комбінації відкритих і закритих вентилів, а саме: 1)  $D_1$  – відкритий,  $D_2$  – закритий; 2)  $D_1$  – закритий,  $D_2$  – відкритий; 3)  $D_1$ ,  $D_2$  – закриті.

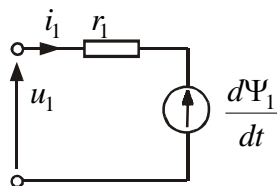


Рис. 3

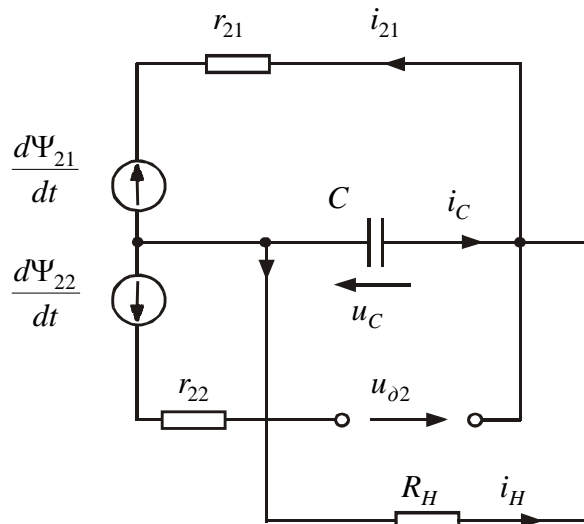


Рис. 4

Розглянемо рівняння динаміки першої комбінації. Для їх запису нам потрібні схеми заміщення електричного і магнетного кіл випрямляча. Схема магнетного кола наведена на рис. 2, електричного контуру первинної обвитки – на рис. 3, електричних контурів вторинної обвитки – на рис. 4. Причому, схема на рис. 4 наведена для випадку, коли вентиль  $D_1$  – відкритий, а  $D_2$  – закритий. Для розрахункової схеми магнетного кола (рис. 2) справедливими будуть рівняння

$$\left. \begin{aligned} i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \Psi), \quad i_{21} = \alpha_{21}(\Psi_{21} - \Psi), \\ \Psi_{22} = -\Psi, \quad i_{22} = 0 \quad i_1 + i_{21} = \alpha'(\Psi)\Psi, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $i_1$ ,  $i_{21}$  – струми первинної і першої половини вторинної обвиток відповідно;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_{21}$  – величини, обернені індуктивностям розсіяння обвиток;  $\Psi_1$ ,  $\Psi_{21}$  – повні потокозчеплення обвиток;  $\Psi$  –

робоче потокозчеплення трансформатора;  $\alpha'(\psi)$  – величина, обернена до статичної індуктивності трансформатора, яку визначаємо за кривою намагнечування

$$\alpha'(\psi) = \varphi(\psi) / \psi. \quad (2)$$

Згідно зі схемою (рис. 4) справедливими будуть такі рівняння

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad \frac{d\Psi_{21}}{dt} = -u_C - r_{21} i_{21}, \quad \frac{du_C}{dt} = C^{-1} \left( i_{21} - \frac{u_C}{R_H} \right), \quad (3)$$

де  $u_1$ ,  $u_C$  – напруги живлення і конденсатора відповідно;  $r_1$ ,  $r_{21}$  – активні опори первинної і першої половини вторинної обвиток відповідно;  $R_H$  – опір навантаження;  $C$  – ємність конденсатора.

Рівняння (3) слід записати у дискретній формі згідно з неявним методом Ейлера

$$y_{k+1} = y_k + f(y_{k+1}, t_{k+1})\Delta t, \quad (4)$$

де  $y_k$ ,  $y_{k+1}$  – значення змінних стану в моменти часу  $t_k$  і  $t_{k+1}$ ;  $f(y_{k+1}, t_{k+1})$  – часові похідні змінних стану в момент часу  $t_{k+1}$ .

Для зручності запису прийемо позначення змінних в момент часу  $t_k$  з індексом 0, а саме

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1(t_k) &= \Psi_{10}, & \Psi_{21}(t_k) &= \Psi_{210}, & \Psi_{22}(t_k) &= \Psi_{220}, \\ \psi(t_k) &= \psi_0, & i_{21}(t_k) &= i_{210}, & i_{22}(t_k) &= i_{220}, & u_C(t_k) &= u_{C0}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

У момент часу  $t_{k+1}$  позначення змінних залишимо без змін

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1(t_{k+1}) &= \Psi_1, & \Psi_{21}(t_{k+1}) &= \Psi_{21}, & \Psi_{22}(t_{k+1}) &= \Psi_{22}, \\ \psi(t_{k+1}) &= \psi, & i_{21}(t_{k+1}) &= i_{21}, & i_{22}(t_{k+1}) &= i_{22}, & u_C(t_{k+1}) &= u_C. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Отже, розклавши (3) за неявною схемою (4), з урахуванням позначень (5), (6) отримаємо

$$\Psi_1 = \Psi_{10} + (u_1 - r_1 i_1)\Delta t, \quad \Psi_{21} = \Psi_{210} - (u_C + r_{21} i_{21})\Delta t, \quad u_C = u_{C0} + \left( i_{21} - \frac{u_C}{R_H} \right) \frac{\Delta t}{C}. \quad (7)$$

Виключивши з системи (7) згідно з рівнянням (1) струми  $i_1$ ,  $i_{21}$ , одержуємо

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= k_1(\Psi_{10} + (u_1 + r_1 \alpha_1 \psi)\Delta t), \\ \Psi_{21} &= k_{21}(\Psi_{210} - (u_C - r_{21} \alpha_{21} \psi)\Delta t), \\ u_C &= k_3(u_{C0} + (\Psi_{21} - \psi)f_1), \\ \alpha_1(\Psi_1 - \psi) + \alpha_{21}(\Psi_{21} - \psi) &= \alpha' \psi, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\text{де } k_1 = (1 + r_1 \alpha_1 \Delta t)^{-1}, \quad k_{21} = (1 + r_{21} \alpha_{21} \Delta t)^{-1}, \quad k_3 = \left( 1 + \frac{\Delta t}{R_H C} \right)^{-1}, \quad f_1 = \alpha_{21} \Delta t / C.$$

Виключивши в системі рівнянь (8) змінні  $\Psi_1$ ,  $\Psi_{21}$ ,  $u_C$ , отримаємо одне нелінійне рівняння відносно  $\psi$

$$\alpha'(\psi)\psi + A\psi + B = 0, \quad (9)$$

де

$$\left. \begin{aligned} k_4 &= (1 + k_3 f_1 k_{21} \Delta t)^{-1}, & k_5 &= k_3(u_{C0} + f_1 k_{21} \Psi_{210}), & k_6 &= k_3 f_1 (k_{21} r_{21} \alpha_{21} \Delta t - 1) \\ A &= k_{10} - k_7, & B &= k_9 - k_8, & k_7 &= \alpha_1 (k_1 r_1 \alpha_1 \Delta t - 1) + \alpha_{21} (k_{21} r_{21} \alpha_{21} \Delta t - 1), \\ k_8 &= \alpha_1 k_1 (\Psi_{10} + u_1 \Delta t) - \alpha_{21} k_{21} \Psi_{210}, & k_9 &= \alpha_{21} k_{21} \Delta t k_4 k_5, \\ k_{10} &= \alpha_{21} k_{21} \Delta t k_4 k_6. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Проміжним результатом цих перетворень є вираз для напруги конденсатора

$$u_c = k_4(k_5 + k_6\psi). \quad (11)$$

Розглянемо рівняння динаміки другої комбінації, коли клапан  $D_1$  – закритий, а  $D_2$  – відкритий. На рис. 5 наведена розрахункова схема електричних контурів вторинної обмотки.

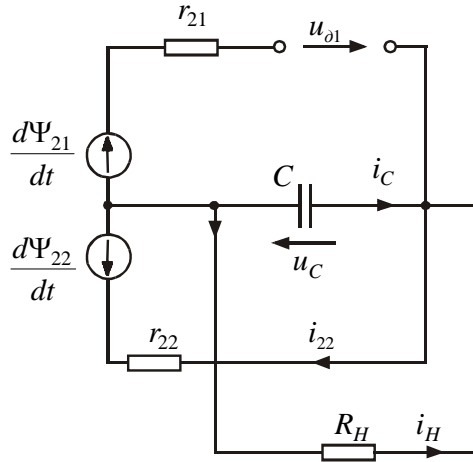


Рис. 5

Для розрахункової схеми магнетного кола (рис.2) справедливими будуть рівняння

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \quad i_{21} = \alpha_{22}(\Psi_{22} + \psi), \\ \Psi_{21} &= \psi, \quad i_{21} = 0, \quad i_1 - i_{22} = \alpha'(\psi)\psi, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

де  $i_{22}$  – струм другої половини вторинної обмотки;  $\alpha_{22}$  – величина, обернена до індуктивності розсіяння другої половини вторинної обмотки;  $\Psi_{22}$  – повне потокозчеплення другої половини вторинної обмотки.

Згідно з схемами рис. 3, 5 справедливими будуть такі рівняння

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad \frac{d\Psi_{22}}{dt} = -u_c - r_{22} i_{22}, \quad \frac{du_c}{dt} = C^{-1} \left( i_{22} - \frac{u_c}{R_H} \right). \quad (13)$$

Виконавши аналогічні перетворення, ми знову отримаємо рівняння (9), де

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= (1 + r_1 \alpha_1 \Delta t)^{-1}, \quad k_{22} = (1 + r_{22} \alpha_{22} \Delta t)^{-1}, \quad k_3 = \left( 1 + \frac{\Delta t}{R_H C} \right)^{-1}, \quad f_2 = \alpha_{22} \Delta t / C, \\ A &= k_{10} - k_7, \quad B = k_9 - k_8, \quad k_7 = \alpha_1 (k_1 r_1 \alpha_1 \Delta t - 1) + \alpha_{22} (k_{22} r_{22} \alpha_{22} \Delta t - 1), \\ k_8 &= \alpha_1 k_1 (\Psi_{10} + u_1 \Delta t) - \alpha_{22} k_{22} \Psi_{220}, \quad k_9 = -\alpha_{22} k_{22} \Delta t k_4 k_5, \quad k_{10} = -\alpha_{22} k_{22} \Delta t k_4 k_6, \\ k_4 &= (1 + k_3 f_2 k_{22} \Delta t)^{-1}, \quad k_5 = k_3 (u_{c0} + f_2 k_{22} \Psi_{220}), \quad k_6 = k_3 f_2 (1 - k_{22} r_{22} \alpha_{22} \Delta t). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Розглянемо рівняння динаміки третьої комбінації, коли обидва клапани закриті. На рис. 6 наведена розрахункова схема електричних контурів вторинної обмотки.

Для розрахункової схеми магнетного кола (рис. 2) справедливими будуть рівняння

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \quad \Psi_{21} = \psi, \quad \Psi_{22} = -\psi, \\ i_{21} &= 0, \quad i_{22} = 0, \quad i_1 = \alpha'(\psi)\psi, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Згідно зі схемами рис. 3, 6 справедливими будуть такі рівняння

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad \frac{du_c}{dt} = -u_c / (CR_H). \quad (16)$$

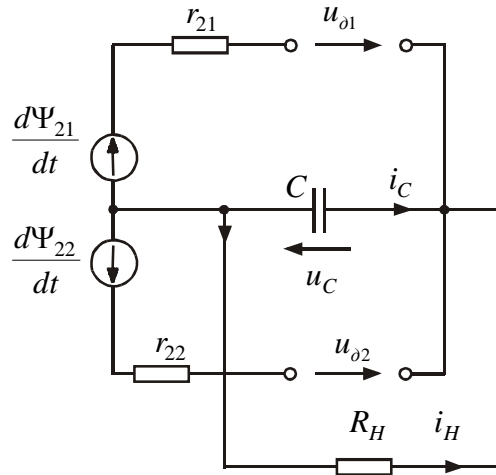


Рис. 6

Розклавши (16) за формулою (4) та розв'язавши отриману систему рівнянь, одержимо вираз, аналогічний до (9), де

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= (1 + r_1 \alpha_1 \Delta t)^{-1}, \quad k_3 = \left(1 + \frac{\Delta t}{R_H C}\right)^{-1}, \quad A = k_{10} - k_7, \quad B = k_9 - k_8, \\ k_7 &= \alpha_1 (k_1 r_1 \alpha_1 \Delta t - 1), \quad k_8 = \alpha_1 k_1 (\Psi_{10} + u_1 \Delta t), \quad k_9 = 0, \quad k_{10} = 0, \\ k_4 &= 1, \quad k_5 = k_3 u_{C0}, \quad k_6 = 0, \quad f_1 = 0, \quad f_2 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Порівнявши вирази (10), (14), (17), приходимо до висновку, що їх можна узагальнити. Для цього введемо додаткові логічні змінні  $m_1, m_2$ , які набувають значень 0, 1. Причому 0 відповідає закритому стану вентиля, а 1 – відкритому. Узагальнені вирази коефіцієнтів рівнянь набудуть вигляду

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= (1 + r_1 \alpha_1 \Delta t)^{-1}, \quad k_{21} = (1 + m_1 r_{21} \alpha_{21} \Delta t)^{-1}, \quad k_{22} = (1 + m_2 r_{22} \alpha_{22} \Delta t)^{-1}, \\ k_3 &= \left(1 + \frac{\Delta t}{R_H C}\right)^{-1}, \quad f_1 = m_1 \alpha_{21} \Delta t / C, \quad f_2 = m_2 \alpha_{22} \Delta t / C, \quad A = k_{10} - k_7, \quad B = k_9 - k_8, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} k_7 &= \alpha_1 (k_1 r_1 \alpha_1 \Delta t - 1) + m_1 \alpha_{21} (k_{21} r_{21} \alpha_{21} \Delta t - 1) + m_2 \alpha_{22} (k_{22} r_{22} \alpha_{22} \Delta t - 1), \\ k_8 &= \alpha_1 k_1 (\Psi_{10} + u_1 \Delta t) + m_1 \alpha_{21} k_{21} \Psi_{210} - m_2 \alpha_{22} k_{22} \Psi_{220}, \\ k_9 &= (m_1 \alpha_{21} k_{21} - m_2 \alpha_{22} k_{22}) \Delta t k_4 k_5, \\ k_{10} &= (m_1 \alpha_{21} k_{21} - m_2 \alpha_{22} k_{22}) \Delta t k_4 k_6, \quad k_4 = (1 + k_3 f_1 k_{21} \Delta t + k_3 f_2 k_{22} \Delta t)^{-1}, \\ k_5 &= k_3 (u_{C0} + f_1 k_{21} \Psi_{210} + f_2 k_{22} \Psi_{220}), \quad k_6 = k_3 f_2 (1 - k_{22} r_{22} \alpha_{22} \Delta t). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Неважко побачити, що підставивши в (18), (19) значення  $m_1 = 1, m_2 = 0$ , ми отримаємо вирази (10) для першої комбінації,  $m_1 = 0, m_2 = 1$  – вираз (14) для другої комбінації,  $m_1 = 0, m_2 = 0$  – вираз (17) для третьої комбінації.

Рівняння (9) запишемо у вигляді певного нелінійного рівняння

$$F(\psi) = \alpha'(\psi)\psi + A\psi + B = 0, \quad (20)$$

яке розв'язуємо ітераційним методом Ньютона

$$\psi^{(k+1)} = \psi^{(k)} - (F'(\psi^{(k)}))^{-1} F(\psi^{(k)}), \quad (21)$$

де  $F'(\psi)$  – часткова похідна рівняння (20)

$$F'(\psi) = \alpha''(\psi) + A. \quad (22)$$

Ітераційний процес (21) триває так довго, поки не виконається умова його збіжності

$$\left| \frac{\Psi^{(k+1)} - \Psi^{(k)}}{\Psi^{(k+1)}} \right| < \varepsilon, \quad (23)$$

де  $\varepsilon$  – похибка збіжності ітераційного процесу.

Маючи робоче потокозчеплення, можна визначити решту змінних

$$\left. \begin{aligned} u_C &= k_4(k_5 + k_6\Psi), \\ \Psi_1 &= k_1(\Psi_{10} + (u_1 + r_1\alpha_1\Psi)\Delta t), \\ \Psi_{21} &= k_{21}m_1(\Psi_{210} - (u_C - r_{21}\alpha_{21}\Psi)\Delta t) + (1 - m_1)\Psi, \\ \Psi_{22} &= k_{22}m_2(\Psi_{220} - (u_C + r_{22}\alpha_{22}\Psi)\Delta t) - (1 - m_2)\Psi, \\ i_1 &= \alpha_1(\Psi_1 - \Psi), \\ i_{21} &= \alpha_{21}(\Psi_{21} - \Psi), \\ i_{22} &= \alpha_{22}(\Psi_{22} + \Psi). \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Змінюючи поточний час та розв'язуючи (9), за (21) ми отримуємо розрахунок перехідного процесу. Єдине питання, яке тут залишається з'ясувати, – це умови відкриття і закриття вентилів.

Закриваємо вентилі за струмами, тому умову можна записати у вигляді

$$\text{if } i_{2j} \leq 0 \rightarrow m_j = 0, \quad j = 1, 2, \quad (25)$$

тобто у разі виконання умови (25) вентиль  $D_j$  закривається, а додаткова логічна змінна  $m_j$  дорівнює нулю.

Відкриваємо вентилі за напругами, які за другим законом Кірхгофа згідно з рис. 6 визначаються співвідношеннями

$$u_{dj} = -u_C + (-1)^j \frac{d\Psi}{dt} \geq 0, \quad j = 1, 2, \quad (26)$$

тобто, при виконанні умови (26) вентиль  $D_j$  відкривається, а додаткова логічна змінна  $m_j$  дорівнює одиниці.

### 3. Аналіз усталених режимів

Прискорений пошук вимушених періодичних режимів електромагнетних пристроїв зводиться до обчислення початкових умов, які дають змогу у ході інтегрування рівнянь стану системи отримати безпосередньо усталений режим в обхід перехідного. Застосування методу Ньютона [8] для цієї мети передбачає обчислення матриці монодромії. Але існують задачі, в яких її формування значно ускладнюється. Наприклад, коли в системі наявні вентильні схеми. Це приводить до появи електричних кіл зі змінною структурою.

Визначення початкових умов, що виключають перехідну реакцію системи, у такому разі доцільно виконувати екстраполяційним методом, який не залежить від природи диференціальних рівнянь кола і тому позбавлений процедури обчислення матриці монодромії.

Екстраполяційні методи цільову функцію використовують у вигляді  $\lim_{n \rightarrow \infty} X(nT)$ , де

$X = (\Psi_1, \Psi_{21}, \Psi_{22}, u_C)^T$  – вектор змінних стану. Інтегруючи рівняння стану на  $q + d$  періодах, породжуємо послідовність значень

$$X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(q+d)}, \quad (27)$$

де  $X^{(q+d)} = X((q+d)T)$ ;  $T$  – період вхідної дії. Для послідовності (27), починаючи з  $q$ , застосовуємо екстраполяційну формулу

$$X(0) = \text{EXTR}(X^{(q+1)}, X^{(q+2)}, \dots, X^{(q+d)}), \quad (28)$$

де  $X(0)$  – початкові умови входження в усталений режим.

Як функцію EXTR доцільно використати  $\varepsilon$  – алгоритм [9], який виконує обчислення границі послідовності з експоненційними складовими. Формула для обчислення наступного значення  $X_{s+1}^{(r)}$  має вигляд

$$X_{s+1}^{(r)} = X_s^{(r+1)} + (X_s^{(r+1)} - X_s^{(r)})^{-1}; \quad s = 0, 1, \dots, m-1; \quad r = 0, 1, \dots, m-1, \quad (29)$$

де  $X_{-1}^{(r)} = 0$ ;  $r = 1, 2, \dots, m$ ;  $X_0^{(r)} = X(rT)$ ;  $r = 0, 1, \dots, m$ . Результат екстраполяції, що відповідає EXTR, в (28) дорівнює  $X(0) = X_m^{(0)}$ . В (29) використовується процедура обертання

Самельсона  $V^{-1} = V / \sum_{k=1}^n V_k^2$ , де  $V_k$  –  $k$ -й елемент  $n$ -вимірної колонки  $V$ .

Для систем розмірності  $n$  значення  $m = 2n$ . Початкові умови усталеного режиму для швидкозагасаючих перехідних реакцій компонент  $X$  визначаємо інтегруванням рівнянь стану системи на  $q$  періодах. Як правило,  $q = 1-5$ . На жаль, не існує строгого критерію вибору  $q$  і  $d$ , тому тут можливий лише евристичний підхід. Основний недолік екстраполяційних методів полягає в необхідності інтегрування рівнянь динаміки на значному інтервалі часу.

#### Алгоритм обчислень

1. Інтегруємо рівняння стану, від заданих початкових умов  $X(0)$  на  $q$  періодах і визначаємо початкові умови періодичного режиму швидкозагасаючих компонент  $X$ .

2. Маючи на  $k$ -й ітерації початкові умови  $X(0)^{(k)}$  (на першій ітерації умови п.1), інтегруємо рівняння стану на  $2n$  періодах і породжуємо послідовність

$$X^{(d)} = X(dT), \quad d = 0, 1, \dots, 2n. \quad (30)$$

3. Згідно з (29) визначаємо уточнене значення початкових умов

$$X(0)^{(k+1)} = X_{2n}^{(0)}. \quad (31)$$

4. Перевіряємо умову збіжності ітераційного процесу

$$\left| \frac{X^{(k+1)} - X^{(k)}}{X^{(k+1)}} \right| < \varepsilon. \quad (32)$$

Якщо вона не виконується, то процес повторюємо з п.2, у протилежному випадку зупиняємо ітераційний процес.

#### 4. Результати числового аналізу

На рис. 7–9 наведено результати комп'ютерного симулювання усталеного режиму однофазного двопівперіодного випрямляча з середньою точкою. В розрахунках використані такі вхідні дані:  $r_1 = 1.62$  Ом;  $r_{21} = r_{22} = 1.58$  Ом;  $R_H = 27$  Ом;  $\alpha_1 = 50$  Гн<sup>-1</sup>;  $\alpha_{21} = \alpha_{22} = 100$  Гн<sup>-1</sup>;  $C = 0.3$  мФ. Крива намагнетичування апроксимована виразом з вибором розрахункової формули

$$\varphi(\psi) = \begin{cases} a_1 \psi, & |\psi| > \psi_1, \\ S_3(\psi), & \psi_1 \leq |\psi| \leq \psi_2, \\ a_2 \psi - a_0, & |\psi| > \psi_2 \end{cases} \quad (33)$$

де  $a_1 = 0.25$  Гн<sup>-1</sup>;  $a_2 = 3$  Гн<sup>-1</sup>;  $a_0 = 1.8$  А;  $\psi_1 = 0.2$  Вб;  $\psi_2 = 0.9$  Вб;  $\varphi(\psi_1) = 0.05$  А;  $\varphi(\psi_2) = 0.9$  А;  $S_3(\psi)$  – кубічний сплайн. Зауважимо, що  $\alpha''(\psi_1) = a_1$ ,  $\alpha''(\psi_2) = a_2$ .

На рис. 7 наведені криві робочого потокозчеплення трансформатора  $\psi$  на окремих ітераціях (1, 2, 3) (29), що привели до усталеного режиму (крива 4). Як бачимо, для отримання усталеного



режиму знадобилося три ітерації. На кожній ітерації рівняння динаміки інтегрувалися на інтервалі 9 періодів, тобто для отримання усталеного режиму необхідно було проінтегрувати 28 періодів. Якщо йти шляхом розрахунку перехідного процесу до усталення режиму, то тут необхідно було проінтегрувати 70 періодів. Виграш машинного часу більший, ніж удвічі. Ця різниця буде тим істотною, чим триваліший перехідний процес.

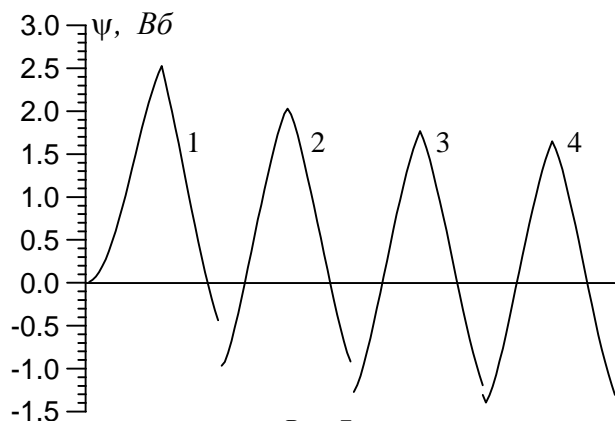


Рис. 7

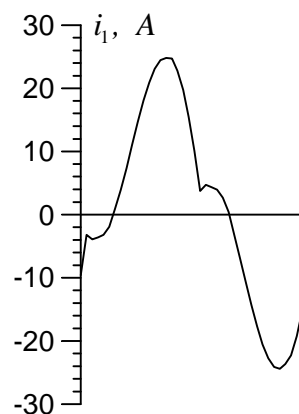


Рис. 8

На рис. 8 наведена крива струму живлення первинної обвитки трансформатора  $i_1$  в усталеному режимі. Її нелінійність зумовлена двома чинниками. Перший – це наявність напівпровідникових вентилів, а другий – нелінійність кривої намагнетчування трансформатора.

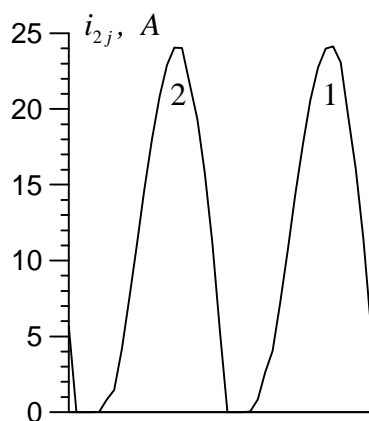


Рис. 9

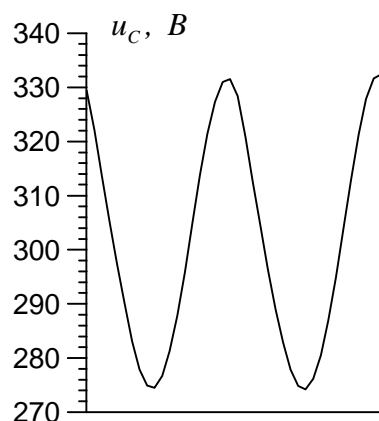


Рис. 10

На рис. 9 наведено криві струмів вторинної обвитки  $i_{21}$  (крива 1),  $i_{22}$  (крива 2). Як бачимо, між цими кривими є ділянки, де обидва струми дорівнюють нулю. Це відповідає режиму неробочого ходу трансформатора.

На рис. 10 наведена крива напруги навантаження  $u_C$ . Постійна складова напруги наближено становить 300 В, а амплітуда змінної складової – 27 В. Це означає, що при цьому конденсаторі пульсації напруги навантаження не перевищують 10% амплітуди постійної складової.

## 5. Висновок

Запропоновано алгоритм аналізу режимів роботи двопівперіодного випрямляча з середньою точкою, який використовує неявні методи числового інтегрування. Його перевагою є те, що тут напівпровідникові вентиля моделюються за схемою ідеального ключа. Така робота вентилів відображена у рівняннях додатковими логічними змінними, що набувають значень 0, 1. Такий підхід істотно зменшує обсяг обчислень. Так, в нашому прикладі на кожному кроці інтегрування ми розв'язуємо лише одне нелінійне рівняння (20). Якщо вибрати  $RLC$ -модель вентиля зі змінними

параметрами, то ми отримаємо додаткові диференціальні рівняння і систему трьох нелінійних рівнянь, які необхідно розв'язати. Отже, запропонований алгоритм є оптимальним з погляду обсягу обчислень і універсальним, бо використовує неявні методи числового інтегрування.

1. Фильц Р.В. Дифференциальные уравнения насыщенной асинхронной машины / Вопросы теории и регулирования электрических машин: Научн. зап. Львов. политехн. ин-та. – Львов, 1963. Вып. 90. 2. Чабан В.И. К анализу электрических цепей с разветвлёнными магнитопроводами / Изв. вузов. СССР. Энергетика. – 1976. – №1. – С.129–132. 3. Бондаренко В.М. Методы и алгоритмы анализа нелинейных электрических и электронных цепей / ИЭД АН УССР. Автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра техн. наук: – К., 1975. 4. Кутковецкий В.Я. Моделирование работы трёхфазного тиристорного коммутатора с помощью переключающих функций / Электричество. – 1984. – №4. – С. 68–70. 5. Глухивский Л.И. Дифференциальный гармонический метод расчета периодических процессов в цепях с вентилями // Изв. вузов. Электромеханика. – 1980. – N 1. – С. 14 – 19. 6. Чабан В.И., Самотий В.В. Алгоритм расчета переходных и стационарных процессов однофазного мостового выпрямителя // Изв вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1987. – N 3. С. 76 – 77. 6. Самотий В.В. Аналіз стаціонарних режимів трифазних однопівперіодних випрямлячів методом Ньютона // Вимірювальна техніка та метрологія. – Львів: ДУ "Львівська політехніка", 1996. Вип. 52. – С. 95 – 97. 8. Samoty V., Labiak A. The speed-up search of periodical regimes of non-linear electromagnetic circuits with variable structure by Newton methods // Proceedings Intern. AMSE Conference "Applied Modelling & Simulation", Lviv (Ukraine), Sept. 30 – Oct. 2, 1993, AMSE Press, pp. 243 – 247. 9. McLeod. A note on the  $\varepsilon$ -algorithm // Computing (Arch. Electron. Rechnen). – 1971. – V. 7. – P. 17 – 24.

УДК 621.314

В.В. Самотий<sup>1</sup>, М.О. Хомуляк<sup>2</sup>

Національний університет "Львівська політехніка",  
<sup>1</sup>кафедра автоматичної та телемеханіки,  
<sup>2</sup>кафедра електронних обчислювальних машин

## МЕТОДИКА ПОКРАЩАННЯ ФОРМИ ВИХІДНОГО СИГНАЛУ ОДНОФАЗНОГО ПОДІЛЬНИКА ЧАСТОТИ НА БАЗІ КЕРОВАНОВОГО ДВОПІВПЕРІОДНОГО ВИПРЯМЛЯЧА

© Самотий В.В., Хомуляк М.О., 2005

**Запропоновано методику покращання форми вихідного сигналу однофазного подільника частоти на базі керованого двопівперіодного випрямляча у широкому діапазоні зміни частоти.**

**The method of improvement of output signal form for single-phase frequency divider on the basis of the controlled two-half-period rectifier with wide frequency range is proposed.**

### Вступ

Однофазний подільник частоти на базі керованого двопівперіодного випрямляча є одним з варіантів перетворювача змінного струму однієї частоти у змінний струм іншої частоти. Він застосовується при побудові пристроїв електроживлення систем керування і має забезпечувати мінімальні втрати енергії та стабільну амплітуду і синусоїдальність вихідного сигналу в якомога ширшому діапазоні частот. Покращання форми вихідного сигналу подільника частоти зі зазначеними вимогами можливе за спеціальною методикою із залученням відповідного математичного апарату для комп'ютерного симулювання перехідних і усталених режимів роботи перетворювачів частоти.