

Jan T. Duda, Tomasz Pelech-Pilichowski, Andrzej Augustynek
 Uniwersytet Nauki i Technologii w Krakowie
 Wydział Ekonomii, Finansów i Zarządów środowiska

PROGNOZOWANIE SZEREGÓW FINANSOWYCH Z WYKORZYSTANIEM TRENDU PEŁZAJĄCEGO

© Jan T. Duda, Tomasz Pelech-Pilichowski, Andrzej Augustynek, 2013

Розглянуто можливість аналізу фінансових часових рядів з використанням змін-ного тренду для визначення їх тенденції розвитку. Досліджено 12 серій щоденних записів торгових фондових індексів, цін на нафту та валютних курсів за останні 15 років. Доведено відсутність річних, щомісячних і щотижневих циклів, а також можливість упорядкування прогнозів рядів до одного року, використовуючи згладжену тенденцію розвитку в рамках тижня та місяця.

Ключові слова: оптимізація, тенденція, валюта, купівельна спроможність.

John T. Duda, Tomasz Pelech-Pilichowski, Andrew Augustynek
 University of Science and Technology in Cracow
 Department of Economics, Finance and Environmental Management

© Jan T. Duda, Tomasz Pelech-Pilichowski, Andrzej Augustynek, 2013

FORECASTING FINANCIAL TIME SERIES USING THE CREEPING TREND

The possibilities of financial time series analysis using a cutoff to determine the trend of the development trend. Investigated 12 series of daily trading stock indices, oil prices and exchange rates over the last 15 years. Lack of cycles of annual, monthly and weekly forecasts, and the ability to streamline the ranks to one year by using the smoothed trend of development in the windows of weekly and monthly.

Key words: optimization, trend, currency, purchasing power

Wprowadzenie

Prognozowanie istotnych dla przedsiębiorstwa wielkości makroekonomicznych, takich jak ceny surowców, kursy walut, wskaźniki giełdowe itp. odgrywa istotną rolę z zarządzaniu przedsiębiorstwem. Liczne dane literaturowe (np. [1], [2], [3]), a także wcześniejsze badania autorów [4], [5], [6] wskazują, że szeregi finansowe notowań dziennych takich wielkości należą do klasy integracyjnych procesów stochastycznych, które można analizować narzędziami statystyki odniesionymi do zwrotów lub stóp zwrotów o określonym rozstępie, najlepiej równym horyzontowi wymaganej prognozy. Szeregi zwrotów o krótkim rozstępie (do kilkunastu dni) można uznać w przybliżeniu za stacjonarne, co uzasadnia konstruowanie predyktorów typu ARIMA [3], [7]. Jednak na ogół uzyskuje się w ten sposób predyktor trywialny typu podtrzymania zerowego rzędu (ang. *Zero-Order-Hold ZOH*), gdyż autokorelacja krótkookresowych przyrostów szeregów finansowych jest bardzo słaba. Daje to na ogół prognozy o niskiej efektywności (tj. o dużych błędach standardowych). Nieco lepsze wyniki można uzyskać przez zastosowanie bardziej złożonych predyktorów typu GARCH [8] lub modeli wieloczynnikowych ([1], [3], [4], [5], [6]), ale przeważnie nie prowadzi do radykalnej poprawy efektywności prognoz [4].

Obiecujące możliwości usprawniania prognoz stwarza dekompozycja szeregu na składową niestacjonarną (tzw. tendencję rozwojową), składową cykliczną (o ustalonym okresie) oraz stacjonarną

proces autoregresyjny. Z badawczego punktu widzenia interesująca jest ocena charakteru tendencji rozwojowej, ocena istotności wahań cyklicznych, czy też analiza anomalnych zmian losowych. Obecność składowych cyklicznych w finansowych szeregach czasowych może wynikać z sezonowości kształtujących je czynników, które mogą mieć charakter naturalnie cykliczny (np. tygodniowy, miesięczny, czy roczny). W wielu pracach (np.[2], [11]) sugeruje się także obecność cykli długoterminowych, ale warto pamiętać, że szeregi integracyjne, do których należą typowe szeregi finansowe, mogą wykazywać cykle pozorne [10]. Próby identyfikacji składowych cyklicznych o okresie od czterech do ośmiu lat (patrz [10], [12], [13]) wykazały niezbyt wysoką efektywność prognoz średnioterminowych opartych na ekstrapolacji takich cykli.

Artykuł przedstawia wyniki zastosowania formuły trendu pełzającego do wyodrębnienia niestacjonarnej tendencji rozwojowej i prognozowania 12 szeregów: sześciu wskaźników giełdowych, cen dwóch produktów naftowych i czterech kursów walut, w okresie ostatnich 15 lat. Zaproponowano formuły predykcji każdej z wyodrębnionych składowych szeregów, z wyprzedzeniem od jednego dnia do jednego roku. Badania potwierdziły słabą przewidywalność tendencji rozwojowych takich szeregów, ale ujawniły możliwości usprawnienia prognoz przez zastosowanie proponowanych technik.

1. Analiza i prognozowanie niestacjonarnych szeregów czasowych

Finansowy szereg czasowy może być traktowany jako niestacjonarny proces stochastyczny, składający się z aperiodycznej tendencji rozwojowej $f(t)$ (będącej wyłącznie funkcją czasu), składowej okresowej (cyklicznej) $C(t)$ oraz stacjonarnego procesu stochastycznego $z(t)$ [3], [7], które można przedstawić w następującej postaci:

$$y(t) = f(t) + C(t) + z(t) \quad (1)$$

Składową okresową (cykliczną), którą można zapisać w postaci szeregu harmonicznego [14].

Przyjmuje się, że składowa losowa $z(t)$ jest stacjonarnym procesem stochastycznym, który dla dostępnych próbek t_n można zapisać w postaci zwanej modelem dynamicznym procesu ARMA $_{I,J}$:

$$z(t_n) \stackrel{\text{def}}{=} z_n, \quad z_n \stackrel{\text{def}}{=} \hat{z}_n + \mathbf{x}_n, \quad \hat{z}_n = \sum_{i=1}^I a_i z_{n-i} + \sum_{j=1}^J g_j \mathbf{x}_{n-j} \quad (2)$$

gdzie a są współczynnikami autoregresji (AR), a g - współczynnikami średniej ruchomej (MA); \mathbf{x}_n oznacza ciąg niezależnych próbek losowych, nazywanych szumem białym [7].

Aperiodyczna tendencja rozwojowa $f(t)$ jest ciągiem wartości w wymaganym przedziale czasu, widzianych jako **próbki $y_f(t_n)$ pewnej funkcji ciągłej $f(t)$ nie zawierającej składowych okresowych o okresie T** (zawierającym N_T próbek) i krótszym. Można ją wyznaczyć metodą filtracji wygładzającej [14] w celu uwidocznienia i ilościowego ujęcia długookresowych zmian szeregu i odseparowania ich od stacjonarnych składowych cyklicznych oraz stochastycznych. Najprostszym i często stosowanym filtrem wygładzającym jest średnia ruchoma w przedziale o ustalonej szerokości M [15], która usuwa z szeregu wszystkie cykle o okresie $N_T=M$ i krótszym. Bardziej wyrafinowanym i skuteczniejszym sposobem wygładzania jest trend pełzający [15], oparty na zasadzie uśredniania wyników aproksymacji szeregu uzyskanych w przesuwającym oknie.

Wygładzanie metodą trendu pełzającego przebiega w dwóch etapach. W etapie pierwszym, począwszy od pierwszej dostępnej próbki szeregu $n = 1$ oblicza się metodą najmniejszych kwadratów (MNK) współczynniki B aproksymaty wielomianowej szeregu w przedziale (oknie) o ustalonej (stałej) szerokości M , tj. w zakresie próbek $\{n, \dots, n + M - 1\}$, a następnie wartości aproksymowane $g''(t_i)$ dla każdego punktu czasowego i w tym przedziale, przesuwając początek okna aproksymaty kolejno o jedną próbkę aż do próbki $N - M + 1$ (N oznacza liczbę punktów czasowych analizowanego szeregu). W etapie drugim, dla każdego punktu czasowego t_k (gdzie $k = 1, \dots, N$) oblicza się średnią arytmetyczną wszystkich aproksymat obliczonych dla tego punktu w kolejnych oknach obejmujących punkt t_k , uzyskując wartość wygładzoną $y_f(t_k)$.

W klasycznej metodzie trendu pełzającego [15] stosuje się aproksymację wielomianem pierwszego stopnia, a szerokość okna M dobiera się arbitralnie. Metoda ta może być uogólniona, poprzez wprowadzenie możliwości aproksymacji szeregu wielomianami od zerowego stopnia (średnia ruchoma) do stopnia trzeciego z różnymi, narzuconymi właściwościami specyficznymi aproksymaty, a dobór typu aproksymatora oraz szerokości okna analizy może być realizowany na podstawie analizy analizy częstotliwościowej. Analiza taka wykazała (patrz [16]), że wyznaczenie tendencji rozwojowej nie zawierającej cykli o okresie T , wymaga zastosowania wielomianu 2. stopnia w oknie o szerokości $2T$. Taka filtracja została zastosowana w tych badaniach.

W działalności przedsiębiorstw istotne jest miarodajne przewidywanie wartości szeregów z wyprzedzeniem odpowiadającym typowym kontraktom na rynkach światowych, tj. od kilku dni do 1 roku. Predykcję szeregu Y_{N+h} z wyprzedzeniem h można realizować przez sumowanie prognozowanych wartości trzech składowych szeregu, tj.: trendu nieparametrycznego \hat{y}_{fN+h} , składowej cyklicznej \hat{C}_{N+h} , składowej losowej \hat{z}_{N+h} . Predykcję składowej losowej \hat{z}_{N+h} realizuje się, oddzielnie dla każdej wartości horyzontu h , przy pomocy formuły (4). Predykcja składowej cyklicznej \hat{C}_{N+h} sprowadza się do obliczenia wartości modelującej ją funkcji okresowej dla chwil czasowych $t_{N+1}, \dots, t_{N+261}$. Istotne problemy stwarza predykcja trendu nieparametrycznego \hat{y}_{fN+h} , gdyż jest to szereg niestacjonarny, a więc o trudno przewidywalnych właściwościach. W związku z tym sprawdzono przydatność trzech metod prognozowania matematycznego:

- ekstrapolacji przyrostów trendu nieparametrycznego uśrednianych z wagami harmonicznymi B_h , (tzw. trendu z wagami harmonicznymi [15])
- ekstrapolacji trendu b_H obliczonego adaptacyjną metodą Holta na podstawie przyrostów trendu nieparametrycznego [3], [15],
- wykorzystania modelu dynamicznego ARIMA [3], [7] dla szeregu y_f .

Ekstrapolacja trendu pełzającego na podstawie jego średniego przyrostu z wagami harmonicznymi jest klasycznym, powszechnie zalecanym sposobem prognozowania szeregów nieparametrycznych uzyskanych metodą trendu pełzającego [15]. Metodę tę zastosowano w badaniach poprzez konstrukcję oddzielnego predyktora dla każdego horyzontu predykcji h i wykorzystanie formuły predykcji „jednokrokowej” (podobnie jak dla szeregu z).

Mając wartości trendu y_{fi} obliczone dla chwil od 1 do N , włącznie z segmentem startowym i końcowym, oblicza się ciąg przyrostów trendu $\Delta f_i = y_{fi} - y_{fi-h}$, a następnie oblicza się tzw. średnią z wagami harmonicznymi przyrostu B_{hN} według wzoru [15]:

$$B_{hN} = \sum_{i=h+1}^N w_i \Delta f_i, \quad w_i = \frac{1}{N-h} \sum_{j=1}^i \frac{1}{N-j+1} \quad (3)$$

Wartość prognozowaną trendu nieparametrycznego oblicza się ze wzoru:

$$\hat{y}_{fN+h} = y_{fN} + B_{hN} \quad (4)$$

Metoda Holta [15] opiera się na idei adaptacyjnego wygładzania wykładniczego przyrostów szeregu, a trzeci sposób prognozowania polega na wykorzystaniu modelu autoregresji drugiego rzędu ARI dla przyrostów Δy_f , tj. zależność:

$$\hat{y}_{fN+h} = y_{fN} + \overline{\Delta y_{fh}} + R_{\Delta y_f}(h)(\Delta y_{fN} - \overline{\Delta y_{fh}}) \quad (5)$$

gdzie $\overline{\Delta y_{fh}}$ oznacza średnią arytmetyczną przyrostów o rozstępie h w przedziale od $h+1$ do N , $R_{\Delta y_f}(h)$ – współczynnik autokorelacji przyrostów trendu nieparametrycznego y_f .

Jako punkt odniesienia do oceny jakości powyższych predyktorów przyjęto prognozy ZOH oraz podtrzymanie zerowego rzędu ostatniej wartości trendu nieparametrycznego (TZOH). Zastosowanie prognozy opartej na podtrzymaniu trendu TZOH opiera się na założeniu, że miarodajnym opisem szeregu jest proces integracyjny 1. rzędu (sumujący przyrosty losowe) generujący trend nieparametryczny, na który nakłada się nieskorelowany szum losowy.

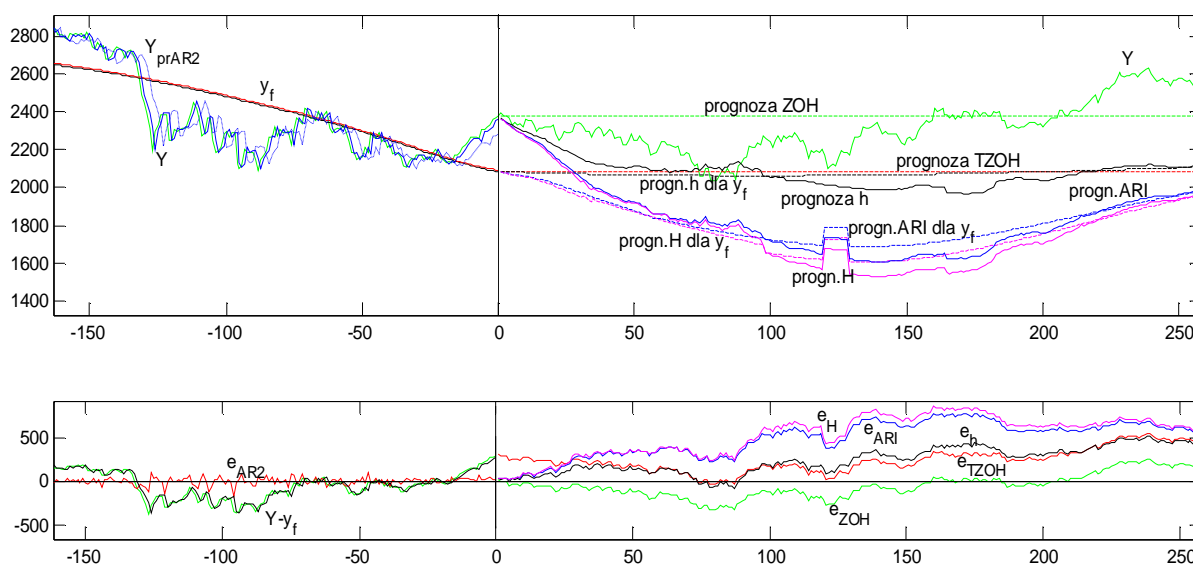
2. Omówienie wyników badań

Badaniom poddano 12 szeregów notowań dziennych zamknięcia w okresie od 1.01.1998 do 1.02.2013 (15 lat) następujących wielkości: sześciu indeksów giełdowych - warszawskiej WIG20, frankfurckiej DAX, londyńskiej FTSE100, amerykańskich SP500 i DowJones oraz tokijskiej Nikkei; dwóch cen ropy naftowej - na rynku amerykańskim WTI oraz europejskim Brent; kursów czterech walut względem dolara amerykańskiego - polski złoty PLN/USD, Euro EUR/USD, frank szwajcarski CHF/USD oraz funt brytyjski GBP/USD. Dane pobrano ze stron internetowych [17]. W analizach pominięto dni weekendowe (261 notowań/rok, 22/mies., 5/tydz.), a inne braki danych uzupełniono interpolacją liniową. **Celem badań było sprawdzenie istotności cykli rocznych, miesięcznych i tygodniowych** oraz ocena, w jakim stopniu wyodrębnienie niestacjonarnych tendencji metodą trendu pełzającego pozwala uzyskać lepsze prognozy niż zastosowanie predyktora trywialnego, tj. podtrzymania zerowego rzędu ZOH, w horyzoncie od 1 sesji do 1.roku. Zastosowano filtrację wielomianem 2.stopnia w oknie o szerokości $M=2*T$, tj. odpowiednio, $M=522$ próbek (usunięcie cyklu rocznego $T=261$), $M=44$ próbek (usunięcia wahań miesięcznych $T=22$) oraz $M=10$ próbek (usunięcia cyklu tygodniowego $T=5$).

Przedstawione metody prognozowania były sprawdzane na rocznych segmentach danych historycznych. Dla umożliwienia porównania jakości prognoz, analizy przeprowadzono 21 razy skracając w kolejnych badaniach $k=0, \dots, 20$ wszystkie szeregi o $k*16$ najnowszych próbek (sesji), a estymację składowych prowadzono na szeregach skróconych dodatkowo o jednoroczny segment walidacyjny zawierający najnowsze dane Y_{N+h} , $h = 1, \dots, 261$ badanego segmentu szeregów. Dla kolejnych dni tego okresu obliczano prognozy wszystkimi omówionymi metodami, obliczono ich średni błąd i jego odchylenie standardowe w okresie 1 roku oraz porównano średnie arytmetyczne tych wielkości we wszystkich 21 badaniach $k=0, \dots, 20$. Uzyskano w ten sposób obraz możliwości filtracji i prognozowania szeregów w okresie dużej niepewności koniunktury światowej – od ostatniego kwartału 2010 do lutego 2013.

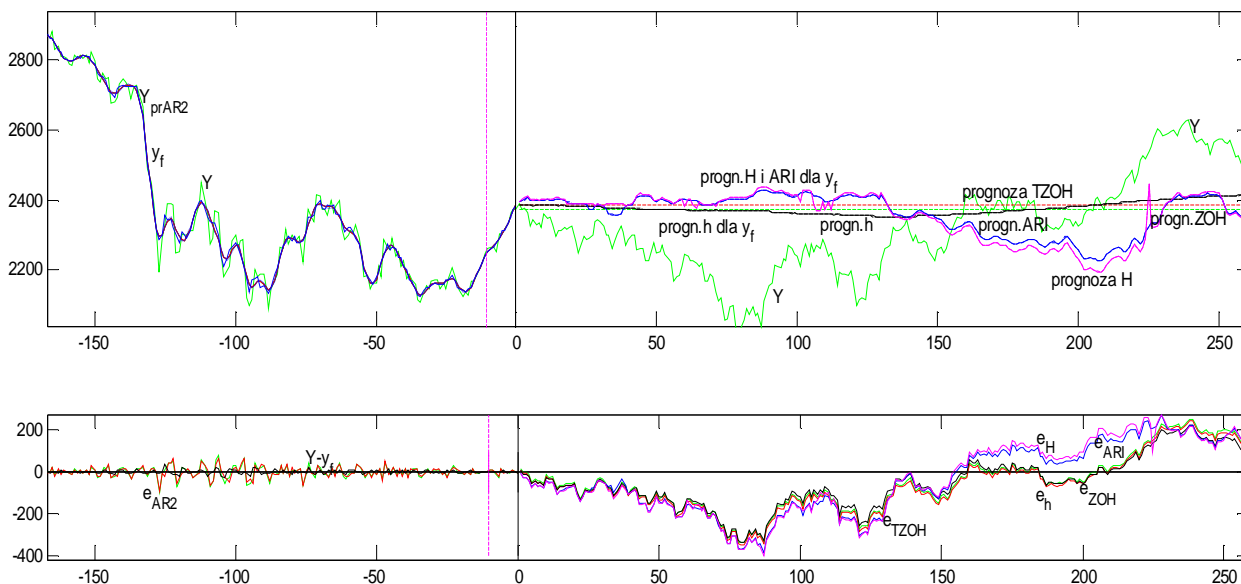
Filtracja szeregów trendem pełzającym nie wykazała istotności składowych cyklicznych o okresach roku, miesiąca i tygodnia, ale pozwoliła na wyodrębnienie stacjonarnych (w sensie wartości oczekiwanej) składowych stochastycznych i przeanalizowanie ich właściwości.

Przebiegi prognoz szeregu WIG20 i ich błędy od 1.02.2012 do 1.02.2013 pokazano na Rysunku 1, gdzie widać, że bardziej zaawansowane predyktory H , ARI oraz trend h dają gorsze wyniki niż prognoza trywialna ZOH. Podobne wyniki uzyskano także dla pozostałych szeregów.



Rys. 1. Przebiegi prognoz szeregu WIG20 oraz błędy predykcji od 1.02.2012 do 1.02.2013 uzyskane przez zastosowanie trendu pełzającego rocznego i różnych predyktorów
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych ze stron internetowych [17]

W tym przypadku prognoza ZOH jest także bardziej skuteczna niż podtrzymanie trendu TZOH, ale nie jest to regułą. Warto zwrócić uwagę, że predyktory Holta i ARI przewidują gładkie zmiany trendu nieparametrycznego, co wynika z jego wcześniejszego gładkiego kształtu, ale pomimo pozornej racjonalności takiej ekstrapolacji, dają znacznie gorsze wyniki niż predyktor h (średnich przyrostów trendu z wagami harmonicznymi), który prognozuje zmianę kształtu trendu, a także gorsze niż predyktor TZOH, który wprost podtrzymuje ostatnią wartość trendu.



Rys. 2. Przebiegi prognoz szeregu WIG20 oraz błędy predykcji od 1.02.2012 do 1.02.2013 uzyskane przez zastosowanie trendu pelzającego tygodniowego i rŁnych predyktorów

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych e stron internetowych [17]

Rysunek 2 pokazuje wyniki prognozowania szeregu WIG20 z wykorzystaniem tygodniowego trendu pelzającego. Warto zauważyć, że predyktor h (wg przyrostów tendencji rozwojowej uśrednionej z wagami harmonicznymi) dla tendencji rozwojowej i szeregu daje prognozy bardzo zbliżone do ZOH i TZOH (praktycznie stałe), natomiast predyktory H (Holta) i ARI generują prognozy o większej zmienności, ale odbiegające znacznie od faktycznego przebiegu sygnału (często o odwrotnych tendencjach chwilowych). W efekcie ich błędy są nieco większe niż dla prognoz ZOH i TZOH (porównaj e_{sr} i σ_e dla ZOH, TZOH, ARI i H w nagłównku Rysunku 2). Podobnie niską efektywność prognoz Holta i ARI stwierdzono dla innych szeregów, jak również dla wszystkich szeregów filtrowanych trendem pelzającym w oknie miesięcznym.

W Tabeli 1. zestawiono charakterystyki błędu średniego e_{sr} i odchylenia standardowego s_e wszystkich prognoz o horyzoncie od 1.dnia do 1.roku, uśrednione dla 21 prognoz wykonywanych dla różnych chwil czasu w okresie dużej niepewności koniunktury światowej – od ostatniego kwartału 2010 do lutego 2013 co 16 dni, z wykorzystaniem trendu pelzającego w trzech oknach (oczywiście, wskaźniki dla ZOH są takie same w trzech oknach). Dla każdego szeregu pogrubiono wartości e_{sr} i s_e , których suma $|e_{sr}| + s_e$ przyjmuje najmniejszą wartość (prognozy o najmniejszym błędie maksymalnym), a wyniki najlepsze dla wszystkich okien pochylono i zacieniono. Łatwo zauważyć, że największe możliwości poprawienia jakości prognoz względem ZOH daje filtracja w oknie tygodniowym, mniejsze – w miesięcznym oraz zastosowanie predyktorów h (dla 4 szeregów), ARI (2 szeregi), Holta (1 szereg) lub TZOH (1 szereg). Jednak nie jest to poprawa radykalna (o około 1 punkt procentowy, tj. o około.10 %), a dla trzech szeregów (DAX, PLN/USD, EUR/USD) najlepsze wyniki daje prognoza trywialna ZOH. Filtracja w oknie rocznym poprawia tylko prognozy wskaźnika Nikkei (o 1.6 punkt procentowy) przez zastosowanie predykcji TZOH.

Tabela 1

Wskaźniki jakości prognoz, uśrednione dla 21 chwil prognozowania, uzyskanych różnymi metodami dla badanych szeregów na podstawie filtracji w różnych oknach

Błędy średnie (% wartości y_{sr}) prognoz uzyskanych filtracją trendem pelzającym w oknie rocznym											
Nr	Nazwa	Prognoza ZOH		Prognoza TZOH		Prognoza harm		Prognoza ARI		Progn. Holta	
		σ_{eZOH} %	e_{srZOH} %	σ_{eTZOH} %	e_{srTZOH} %	σ_{eh} %	e_{srh} %	σ_{eARI} %	e_{srARI} %	σ_{eH} %	e_{srH} %
1.	WIG20	7.5	-7.6	7.5	-9.5	8.5	-11.3	8.0	-5.7	7.9	-6.0
2.	DAX	9.0	-0.8	9.0	-2.5	9.0	-4.7	9.7	-0.2	9.9	-0.6
3.	Nikkei	7.2	-3.3	7.2	-1.6	7.0	2.2	7.5	4.8	7.3	4.2
4.	SP500	5.2	3.2	5.2	3.5	4.9	2.7	6.3	4.5	6.5	2.9
5.	FTSE100	4.4	-0.6	4.4	-0.6	4.3	-1.4	4.8	2.1	5.1	1.1
6.	DowJones	4.5	3.6	4.5	3.9	4.0	2.7	5.6	4.8	5.2	3.0
7.	WTI	8.2	1.6	8.2	2.0	9.8	-1.5	10.8	2.4	10.4	0.4
8.	Brent	6.7	3.3	6.7	2.4	9.4	-2.1	10.4	2.7	9.4	-0.4
9.	PLN/USD	5.8	-4.7	5.8	-6.3	6.9	-7.1	7.3	-6.1	7.3	-6.4
10.	EUR/USD	3.5	-2.7	3.5	-3.7	5.0	-4.4	5.6	-5.5	5.7	-5.7
11.	GBP/USD	1.7	-0.5	1.7	-0.8	2.3	-0.1	2.8	-1.3	2.9	-1.4
12.	CHF/USD	4.9	-0.9	4.9	-3.1	6.6	-5.9	6.9	-7.7	7.2	-8.5
Błędy średnie (% wartości y_{sr}) prognoz uzyskanych filtracją trendem pelzającym w oknie miesięcznym											
Nr	Nazwa	Prognoza ZOH		Prognoza TZOH		Prognoza harm		Prognoza ARI		Progn. Holta	
		σ_{eZOH} %	e_{srZOH} %	σ_{eTZOH} %	e_{srTZOH} %	σ_{eh} %	e_{srh} %	σ_{eARI} %	e_{srARI} %	σ_{eH} %	e_{srH} %
1.	WIG20	7.5	-7.6	7.5	-7.6	8.0	-9.3	7.4	-7.1	7.8	-7.4
2.	DAX	9.0	-0.8	9.0	-1.1	8.8	-3.1	9.3	-0.6	9.2	-1.2
3.	Nikkei	7.2	-3.3	7.2	-3.0	7.1	0.3	7.0	0.3	7.4	-0.1
4.	SP500	5.2	3.2	5.2	3.1	5.0	2.3	6.0	3.6	5.4	2.7
5.	FTSE100	4.4	-0.6	4.4	-0.7	4.4	-1.7	4.7	0.0	4.8	-0.2
6.	DowJones	4.5	3.6	4.5	3.5	4.2	2.3	5.7	4.3	4.7	2.8
7.	WTI	8.2	1.6	8.2	1.0	8.7	-2.6	9.1	1.4	8.4	-0.9
8.	Brent	6.7	3.3	6.7	3.3	7.3	-1.2	8.2	6.1	7.1	1.3
9.	PLN/USD	5.8	-4.7	5.8	-4.7	5.9	-5.2	6.3	-5.5	6.0	-5.1
10.	EUR/USD	3.5	-2.7	3.5	-2.7	3.8	-3.5	4.1	-3.1	3.8	-3.3
11.	GBP/USD	1.7	-0.5	1.7	-0.5	1.7	0.2	1.9	-0.1	1.7	-0.3
12.	CHF/USD	4.9	-0.9	4.9	-0.6	5.7	-3.4	5.4	-1.4	5.1	-1.5
Błędy średnie (% wartości y_{sr}) prognoz uzyskanych filtracją trendem pelzającym w oknie tygodniowym											
Nr	Nazwa	Prognoza ZOH		Prognoza TZOH		Prognoza harm		Progn. ARI		Progn. Holta	
		σ_{eZOH} %	e_{srZOH} %	σ_{eTZOH} %	e_{srTZOH} %	σ_{eh} %	e_{srh} %	σ_{eARI} %	e_{srARI} %	σ_{eH} %	e_{srH} %
1.	WIG20	7.5	-7.6	7.5	-7.8	8.0	-9.5	7.4	-7.5	7.8	-7.8
2.	DAX	9.0	-0.8	9.0	-1.0	8.8	-3.0	9.3	-0.6	9.2	-1.2
3.	Nikkei	7.2	-3.3	7.2	-3.4	7.1	-0.1	7.0	-0.2	7.6	-0.7
4.	SP500	5.2	3.2	5.2	3.2	5.0	2.3	6.0	3.7	5.4	2.7
5.	FTSE100	4.4	-0.6	4.4	-0.6	4.4	-1.5	4.7	0.1	4.8	-0.1
6.	DowJones	4.5	3.6	4.5	3.6	4.2	2.3	5.6	4.4	4.6	2.9
7.	WTI	8.2	1.6	8.2	1.7	8.7	-1.9	9.1	1.9	8.4	-0.3
8.	Brent	6.7	3.3	6.7	3.4	7.3	-1.2	8.1	6.2	7.2	1.5
9.	PLN/USD	5.8	-4.7	5.8	-4.8	5.9	-5.3	6.2	-5.6	5.9	-5.2
10.	EUR/USD	3.5	-2.7	3.5	-2.7	3.8	-3.5	4.1	-3.1	3.8	-3.2
11.	GBP/USD	1.7	-0.5	1.7	-0.5	1.7	0.2	1.9	-0.1	1.7	-0.3
12.	CHF/USD	4.9	-0.9	4.9	-0.9	5.7	-3.6	5.3	-1.6	5.1	-1.7

Źródło: obliczenia własne

Podsumowanie. W dwunastu badanych szeregach filtracja trendem pelzającym wykazała brak istotnych składowych cyklicznych o okresie roku, miesiąca i tygodnia. Stwierdzono, że nieparametryczne tendencje rozwojowe uzyskane w wyniku takiej filtracji mają właściwości procesów integracyjnych, w związku z tym są trudne do prognozowania. Niemniej, zastosowanie trendu pelzającego w oknie tygodniowym, a także miesięcznym, pozwala nieco usprawnić prognozy szeregów w horyzoncie od 1.dnia do 1.roku. Jakość tych prognoz słabo zależy horyzontu, a błędy są rzędu 15 % wartości wygładzonych. Predyktory wykorzystujące wygładzone tendencje nieparametryczne, a szczególnie predyktor ekstrapolujący przyrosty tych tendencji uśrednione z wagami harmonicznymi, poprawiają jakość prognoz większości szeregów o około 10 % względem prognoz uzyskanych przez podtrzymanie zerowego rzędu (ZOH). Dla kursów walut nie uzyskuje się znaczącej poprawy (kursy PLN i Euro najlepiej prognozują ZOH). Przeprowadzone badania pokazały, że ogólnie lepsze właściwości mają proste predyktory, które generują stałe lub prawie stałe prognozy tendencji rozwojowej, niż bardziej złożone modele ARIMA.

1. Kim, C., Nelson C.R., *State-Space Models with Regime Switching*. Cambridge: MIT Press. 1999.
2. Kim C.J., Piger J., *Common Stochastic Trends, Common Cycles, and Asymmetry in Economic Fluctuations*. *Journal of Monetary Economics*, 49, 1189–1211, 2002.
3. Hamilton, J.D., *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press 1994.
4. Duda, J.T., Augustynek A.: *O możliwościach ulepszenia krótkoterminowych prognoz wskaźników giełdowych z wykorzystaniem modeli regresyjnych*. [w]: *Zarządzanie przedsiębiorstwem w warunkach integracji europejskiej – Część 2. Ekonomia, informatyka i metody numeryczne*, red.M.Czyż i Z.Cięciwa, AGH UWND, Kraków 2004, S. 315–326.
5. Duda, J.T., Augustynek A.: *A Study of Cross-correlation Non-stationarity of World Economy Indices and Energy Prices*. [w]: *Systemy informatyczne i metody obliczeniowe w zarządzaniu UWND AGH, Kraków 2005*, Red. naukowy J.T. Duda, S. 162–172.
6. Augustynek A., Duda J.T., Duda-Kękuś A.: *A Quantitative Evaluation of Globalization Influence on World and East-European Markets*. [W].*Nowoczesne metody i techniki w zarządzaniu* (red. nauk. J.T. Duda, W. Waszkielewicz), Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków, 2006, S. 135–144.
7. Box G.E.P., Jenkins G.M.: *Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie*, PWN, Warszawa 1983.
8. Asokan M.V., Chenouri S., Mahmoodabadi A. K.: *ARCH and GARCH models*. Dept.of Statistics& Actuarial Sciences, University of Waterloo, 2001.
9. Duda J.T., Pelech T.: *Wykrywanie zdarzeń w szeregach finansowych z wykorzystaniem metod statystycznych*. [w]: *Systemy Ekspertowe, Tom 2.* (red. Adam Grzech), Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2006, S. 317–327.
10. Augustynek A., Duda-Kękuś A.: *Evaluation of Periodic Cycles in World Economy Indices by Fourier Spectra Analysis*. [w]: *Information Systems and Computational Methods in Management*, AGH-UST University press, Kraków 2005.
11. Watson M.W., *Business-Cycle Durations and Postwar Stabilization of the U.S. Economy*. *American Economic Review* 1994, 84, P. 24–46.
12. Duda, J.T., Augustynek A.: *Medium-Term Predictions of World Economy Indices Based on Long-Term Trends and Cycles Extrapolation*. [w] *Information Technologies in Economics and Innovation Management* (red. Jan T.Duda), Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków, 2007, S. 109–118.
13. Duda, J.T., Augustynek A.: *Cyclic properties and predictivity of LME prices of selected metals in one month to one-year horizon*. [w] *Współczesne problemy zarządzania przedsiębiorstwami w gospodarce rynkowej* (red. nauk. H. Howaniec, W.Waszkielewicz), Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Bielsko-Biała 2008, P. 134–143.
14. Otnes R.K., Enochson L.: *Analiza numeryczna szeregów czasowych*. Warszawa, WNT, 1978.
15. Cieślak M. (red.): *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowanie*, PWN Warszawa 2002.
16. Duda J.T., Pelech-Pilichowski T. Augustynek A. *Wykorzystanie trendu pelzającego do analizy i prognozowania szeregów finansowych* (artykuł w przygotowaniu) <http://finance.yahoo.com/>, <http://www.energyintel.com/>, <http://www.eia.doe.gov>, <http://akcje.net>; www.onada.com, www.imf.org, www.marketprices.ft.com (ostatni dostęp luty 2013).