

Frequency Response Modelling of Vibratory Electromagnetic Drive Systems

Volodymyr Gursky, Olena Lanets

Faculty of mechanics and automatization
of a machine industry, Lviv Polytechnic National University,
UKRAINE, Lviv, S. Bandery street 12,
E-mail: gursky@polynet.lviv.ua,

The vibratory systems in practice can be presented as a various executive devices, technological vibratory machines, etc. In an engineer and building industry, for disturbance of high-frequency vibrations (50-100 Hertz), electromagnetic drive and resonance effects, appropriate to the mechanical systems are used.

Work of the vibratory systems can be estimated on many indexes. One of them is an index of expenses of power on a square of vibration amplitude of executive mass (W/mm^2). As vibratory systems can be multimass, that is why for a quantitative estimation it is necessary to have gain-frequency descriptions of mechanical and electromagnetic constituents.

Researches of gain-frequency descriptions of the three-masses mechanical systems allowed to find out the important energy efficient methods of calculation of resiliently hard parameters [1]. In a number of other works [2, 3] theoretical researches of electromagnetic processes and their designs are given in more simple structure – of two-masses electromechanics systems. Using of the known numerical methods and their adaptation to the tasks of dynamics will allow to analyze the indexes of effective work of the three-masses oscillating systems.

Principles and methods of numeral design of gain-frequency descriptions of the oscillating systems with an electromagnetic drive are considered. Differential equations which describe oscillating processes in the electromagnetic system are fixed in basis of principle. On the basis of method of complex amplitudes passing is carried out to the system of nonlinear algebraic equations, which is untied by the known numerical methods of Newton, Levenberg etc. On the basis of the got solutions the gain-frequency descriptions of oscillating masses of mechanical and strength of current of electromagnetic constituents of the oscillating system are graphical built. Gain-frequency dependences enable to analyze and set the rational modes of work last after the set power or dynamic criteria are got.

Моделювання амплітудно- частотних характеристик вібраційних систем з електромагнітним приводом

Володимир Гурський, Олена Ланець

Кафедра механіки та автоматизації машинобудування,
Національний університет “Львівська політехніка”,
УКРАЇНА, м. Львів, вул. С. Бандери, 12,
E-mail: gursky@polynet.lviv.ua

Розглянуто принципи та методи чисельного моделювання амплітудно-частотних характеристик вібраційних систем з електромагнітним приводом. В основу покладено диференціальні рівняння, що описують коливальні процеси в електромагнітній системі. На основі методу комплексних амплітуд здійснюється перехід до системи нелінійних алгебричних рівнянь з амплітудними значеннями параметрів, яка розв’язується відомими числовими методами Ньютона, Левенберга та ін. На основі отриманих розв’язків графічно будуються амплітудно-частотні характеристики коливальних мас механічної та сили струму електромагнітної складових вібраційної системи.

Ключові слова – вібраційна система, електромагнітний привод, амплітудно-частотні характеристики, числові методи, електромеханічний резонанс.

I. Вступ

Вібраційні системи на практиці можуть бути представлені як різноманітні виконавчі пристрої, технологічні вібраційні машини тощо. В машинобудуванні та будіндустрії для збурення високочастотних коливань (50-100 Гц) використовують електромагнітний привод та резонансні ефекти, властиві механічним системам.

II. Постановка проблеми

Робота вібраційних систем може оцінюватися за багатьма показниками. Одним із них є показник затрат потужності на квадрат амплітуди коливань виконавчої маси ($Вт/mm^2$). Оскільки вібраційні системи можуть бути багатомасовими, тому для кількісної оцінки необхідно мати амплітудно-частотні характеристики механічної та електромагнітної складових.

III. Аналіз останніх досліджень

Дослідження амплітудно-частотних характеристик тримасових механічних систем дозволили виявити важливі енергоощадні методи розрахунку пружно-жорстких параметрів [1]. В ряді інших робіт [2, 3] подано теоретичні дослідження електромагнітних процесів та їх моделювання у більш простих за структурою – двомасових електромеханічних системах. Використання відомих числових методів та їх адаптація до задач динаміки дозволить проаналізувати показники ефективної роботи тримасових вібраційних систем.

IV. Постановка задачі

Для якісного моделювання та повного аналізу вібраційних систем є необхідним врахування коливальних процесів у електромагнітних контурах приводів.

V. Виклад основного матеріалу

Причинами квадратичної нелінійності тягового зусилля електромагнітного приводу в змінному повітряному проміжку згідно [1, 2] є закони зміни цього проміжку $d(t) = (d - \Delta x(t))$ та сили струму $i(t)$ в обмотці котушки в процесі роботи електромеханічної системи:

$$F(t) = dW(t) / dd(t) = m_0 \cdot S \cdot w^2 \cdot [i(t) / (2 \cdot (d - \Delta x(t)))]^2, \quad (1)$$

де $W(t) = L(t) \cdot i(t)^2 / 2$ – електрична енергія; $L(t) = m_0 \cdot S \cdot w^2 / 2d(t)$ – індуктивність обмотки; $m_0 = 4\rho \cdot 10^{-7}$ Гн / м – магнітна проникливість повітря; d – номінальне значення повітряного проміжку між осердям з котушкою та якорем ЕМВ; $\Delta x(t)$ – відносне переміщення коливальних мас, що зазнають електромагнітного збурення; S – площа поверхні полюсів магніту; w – кількість витків котушки електромагніту.

Рівняння балансу напруги в електричному контурі має вигляд [2]:

$$w \cdot \Phi(t) + i(t) \cdot r = u(t), \quad (2)$$

де $\Phi(t) = \int_0^t S \cdot w \cdot i(t) / (d - (x_2(t) - x_3(t))) dt$, $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$ – закони зміни магнітного потоку та напруги живлення.

Механічна коливальна система (для прикладу тримасова лінійна) з внутрішнім тертям (за гіпотезою Сорокіна) із нелінійним електромагнітним збуренням (1) описується трьома звичайними диференціальними рівняннями другого роду. Систему диференціальних рівнянь руху механічної та електромагнітної (2) складових запишемо за амплітудними значеннями в комплексній формі, що дає можливість переходу до системи нелінійних рівнянь із пошуком вектору невідомих – амплітудних значень коливальних мас та сили струму. Розв'язана вона числовими методами Левенберга-Макардта (рис. 1, а) та ітераційним методом Ньютона (рис. 1, б) в програмі MathCAD, що дозволяє досягнути задану точність розрахунку та перевірити збіжність розв'язків за попередньо прийнятих наближень.

Інтерполяційна формула методу Ньютона [3] для K -ої ітерації має наступний вигляд: $X^{(K+1)} = X^{(K)} - J(X^{(K)})^{-1} \cdot f(X^{(K)})$, де $J(X^{(K)})$ – матриця Якобі вектору системи рівнянь (рис. 1, а). Збіжність розв'язків перевіряється результатом згідно виразу: $q = |J(X)^{-1}|^2 \cdot |J(X)| \cdot |f(X)| / 2 = 0$.

$X1 = 0.002$ $X2 = 0.001$ $X3 = 0.001$ $t = 1$ $I = 1$ – прийняті наближення

Given

$$\frac{I \cdot \delta \cdot (\mu_0 \cdot S \cdot w^2) \cdot \omega \cdot I \cdot t}{2 \cdot [\delta - (X2 - X3) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t \cdot I}]^2} + I \cdot r = U_0$$

$$m1 \cdot (-\omega^2 \cdot X1) + c12 \cdot (1 + i \cdot \gamma) \cdot (X1 - X2) = 0$$

$$m2 \cdot (-\omega^2 \cdot X2) - c12 \cdot (1 + i \cdot \gamma) \cdot (X1 - X2) \dots = \frac{\mu_0 \cdot S \cdot w^2}{e^{i \cdot \omega \cdot t \cdot I}} \left[\frac{1}{2 \cdot [\delta - (X2 - X3) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t \cdot I}]^2} \right]$$

$$m3 \cdot (-\omega^2 \cdot X3) - c23 \cdot (1 + i \cdot \gamma) \cdot (X2 - X3) = -\frac{(\mu_0 \cdot S \cdot w^2)}{e^{i \cdot \omega \cdot t \cdot I}} \left[\frac{1}{2 \cdot [\delta - (X2 - X3) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t \cdot I}]^2} \right]$$

$$X(\omega) := \text{Find}(X1, X2, X3, I)$$

$$\vec{X(314)} = \begin{pmatrix} 7.897 \times 10^{-4} \\ 4.971 \times 10^{-4} \\ 1.063 \times 10^{-3} \\ 4.603 \end{pmatrix}$$

a)

$$J(X) := \text{Jacob}(f(X), X) \quad \epsilon_{rel} = 0.00001 \quad \text{iter}(X) := \begin{cases} v \leftarrow (X) - (J(X))^{-1} \cdot f(X) \\ v \end{cases}$$

$$\text{norma}(X, X1) := \sqrt{(|X1| - |X1|)^2 + (|X2| - |X2|)^2 + (|X3| - |X3|)^2 + (|X4| - |X4|)^2}$$

$$\text{Newton}(X, \epsilon) := \begin{cases} \text{for } K \in 0..1000 & X_0 := (0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 1)^T \quad X := \text{Newton}(X_0, \epsilon) \\ Z \leftarrow \text{iter}(X) \\ b \leftarrow \text{norma}(X, Z) \\ X \leftarrow Z \text{ if } b > \epsilon \\ \text{break if } b < \epsilon \\ Z \end{cases} \quad \vec{X} = \begin{pmatrix} 7.897 \times 10^{-4} \\ 4.971 \times 10^{-4} \\ 1.063 \times 10^{-3} \\ 4.603 \end{pmatrix}$$

б)

Рис. 1. Розв'язок системи нелінійних рівнянь в програмі MathCAD методами Левенберга-Макардта (а) та Ньютона (б)

Висновок

Отримані амплітудно-частотні залежності параметрів механічної та електромагнітної складових вібраційної системи дають змогу аналізувати та встановлювати раціональні режими роботи останніх за встановленими енергетичними чи динамічними критеріями.

Література

- [1] Ланець О. С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): Монографія. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с.
- [2] Скубов Д. Ю., Ходжаєв К. Ш. Нелинейная электромеханика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 360 с.
- [3] Божко А. Е. О сингулярисной формуле тягового усилия двухтактного электромагнитного вибровозбудителя // Доп. НАН України. – 2009. – № 9. – С. 92–96.
- [4] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Учеб. пособие. - М.: Наука, 1987 – 600 с.