

Influence of Indents on a Tension of High-Pressure Apparatuses Cylindrical Shells

Vadym Bilous

Department of Dynamics, Durability of Machines and Resistance of Materials, Odesa Polytechnic National University, 1 Shevchenko Ave., UKRAINE
e-mail: Lamperg11@mail.ru

Indents are often found while examining high pressure vessels. The indents on the surface of case shell elements of these vessels are stress concentrators influencing stress strain behaviour of these elements. This can result in exceeding allowed tension values. There is virtually no research of this state in the indent regions at the moment, which has encouraged this work.

The author has studied a thin-walled cylindrical shell under the effect of internal pressure. The shell has an indent resulting from the seamless joint of three shells: cylindrical, spherical and toroidal as a transition between the first two shells. The main differential equation for these shells has been presented in Novozhylov complex form.

The general solution of this equation in complex function is provided as the sum of the general solution of homogeneous equation, defined by asymptotic method, and the specific solution of non-homogeneous equation, which satisfies membrane theory. Solutions for all three shells were presented in expressions with complex constants, derived from four conditions of these shell combinations.

Joint parameters were defined as radial displacements, degrees of tangential rotation, radial stresses and bending moments. The systems of algebraic equations for Novozhylov functions and the functions themselves has been found. The latter determined stresses and moments in all shell components of the indent.

Tension calculations of the indent $t=0,02$ m deep in the cylindrical shell $h=0,02$ m thick and $R_B=1,3$ m in diameter, done under pressure $p=1,2$ MPa have the following results: being a stress concentrator, the indent causes tension increase. Concentration factor for tensile stresses was quite small (1,2), being rather substantial for bending stresses (5,3). Therefore, we think it is worthwhile to regulate geometrical parameters of indents in proper technical documentation.

Keywords: shell, pressure, indent, concentrator, tension, tensile stress, bending moment

*Translated by Polyglot Translation Bureau
<http://www.polyglot-lviv.com>*

Вплив вм'ятин на напружений стан циліндричних обичайок апаратів високого тиску

Вадим Білоус

Кафедра динаміки, міцності машин та опору матеріалів, Одеський національний політехнічний університет, УКРАЇНА, м. Одеса, пр. Шевченка, 1,
E-mail: Lamperg11@mail.ru

На поверхні корпусних оболонкових елементів судів високого тиску часто виявляють вм'ятини, які є концентраторами напружень.

Розглядалася тонкостінна циліндрична оболонка (обичайка) під дією внутрішнього тиску, у якій вм'ятини є результатом плавного сполучення трьох складових оболонок: циліндричної, сферичної і тороїдній. Основне диференціальне рівняння було подано в комплексній формі Новозжолова.

На базі умов сполучення складових оболонок було розроблено алгоритм визначення напружень у зоні вм'ятини, застосування якого у конкретному прикладі показало суттєве збільшення коефіцієнту їх концентрації.

Ключові слова – оболонка, тиск, вм'ятини, концентратор, напруження, розтягуюче зусилля, згинальний момент

I. Вступ

При періодичному обстеженні апаратів, працюючих під тиском, на поверхні їх корпусних оболонкових елементів часто виявляють такі конструктивні відхилення від правильної форми (початкові недосконалість), як вм'ятини [1]. Останні, будучи наслідком різних причин технологічного і експлуатаційного характеру, є локальними викривленнями поверхні корпусу опуклістю у середину. Форма і розміри вм'ятин залежать від таких основних чинників, як тип оболонки (циліндрична, сферична, конічна, тороїдна), геометричних параметрів (головних радіусів кривизни, товщини і довжини оболонки), матеріалу корпусу, а також характеру зовнішньої дії на нього, як головної причини, що викликає появу вм'ятин.

Навність вм'ятин, які є одним з видів концентраторів напружень, впливає на напружено-деформований стан (НДС) оболонкових елементів і може привести до ситуації, коли експлуатаційні напруження перевищать ті, що допускаються. Тому бажано, щоб глибина вм'ятин регламентувалася в технічній документації, яка відноситься до корпусних елементів апаратів високого тиску. Так, по нормах котлонагляду [2], відхилення, що допускається, від прямолінійності стінки циліндричного корпусу (обичайки) не повинне перевищувати 3 мм на 1 м його довжини. Тиск же, що допускається, при цьому розраховується по формулі, визначуваній теорією безмоментного стану відповідної оболонки, а вплив вм'ятини враховують поправочним коефіцієнтом λ_1 , залежним від відношення глибини вм'ятини t до товщини стінки обичайки h . Якщо $t/h < 0,1$, то вважають, що $\lambda_1 = 1$. При цьому не приймаються до уваги ні діаметр суду, ні орієнтація вм'ятини відносно його осі, ні її форма і розміри.

Вочевидь, що призначення науково обґрунтованих вимог до значень геометричних характеристик вм'ятин,

що допускаються, вимагає попередніх теоретичних досліджень НДС оболонкових елементів в зоні вм'ятин, які на сьогодні практично відсутні. Саме ця обставина і визначила зміст даної роботи, в якій були задієні відомі фундаментальні положення теорії пружності.

II. Постановка задачі і вибір розв'язувального рівняння

Нехай тонкостінна циліндрична оболонка з радіусом серединної поверхні R_B знаходиться під дією внутрішнього тиску p . Оскільки у відповідній обичайки вм'ятину зазвичай визначає поглиблений в циліндричну поверхню сферичний сегмент, розглянемо її, як результат плавного сполучення трьох частин з однаковою товщиною h : циліндра I, сферичного сегменту II і фрагмента тора III, що моделює перехід від частини I до частини II. Відповідна розрахункова схема подана на рис. 1.

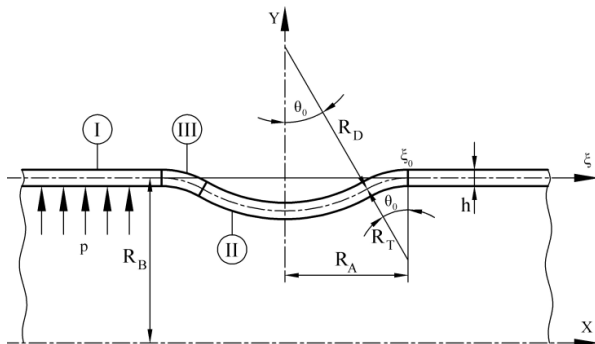


Рис. 1. Повздовжній переріз ділянки циліндричної обичайки з вм'ятиною

Будемо використовувати підхід, коли серединну поверхню оболонок обертання повністю визначає два її головних радіусу кривизни: меридіана – R_1 і паралелі – R_2 . В якості головних криволінійних координат точки на цій поверхні приймемо кут θ , що утворюється нормаллю n до цієї поверхні з віссю оболонки, і кут φ , що визначає положення точки на колі паралельного круга, що відповідає куту θ , і що має радіус $R_0 = R_2 \sin \theta$ [3]. Вочевидь, елементи дуг для введених в розгляд кутів:

$$ds_1 = R_1 d\theta, \quad ds_2 = R_0 d\varphi.$$

При осесиметричних крайових і поверхневих навантаженнях основне диференціальне рівняння оболонок обертання може бути подано в комплексній формі [3]

$$\frac{d^2 \mathcal{F}^0}{d\theta^2} + \left[\left(\frac{2R_1}{R_2} - 1 \right) \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} - \frac{1}{R_1} \frac{dR_1}{d\theta} \right] \times \\ \times \frac{d \mathcal{F}^0}{d\theta} + \frac{i R_1^2}{c R_2} \cdot \mathcal{F}^0 = \frac{i R_1^2}{c R_2} \cdot F(\theta), \quad (1)$$

де $\mathcal{F}^0 = \mathcal{F}_1^0 + \mathcal{F}_2^0$ – комплексна функція Новожилова;

$$\mathcal{F}_1^0 = T_1 - \frac{i}{c} \cdot \frac{M_2 - \mu M_1}{1 - \mu^2};$$

$$\mathcal{F}_2^0 = T_2 - \frac{i}{c} \cdot \frac{M_1 - \mu M_2}{1 - \mu^2};$$

$$F(\theta) = -q_n R_2 - \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} \times \\ \times \left(C_F - \int_{\theta_0}^{\theta} (q_n \cos \theta + q_l \sin \theta) R_1 R_2 \sin \theta d\theta \right);$$

μ – коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки; C_F – постійна інтегрування;

$$c = h / \sqrt{12(1 - \mu^2)}.$$

Вище p_1 , p_n – проєкції поверхневого навантаження, відповідно, на дотичну до меридіана і на нормаль n , а розтягуючі зусилля T_1 , T_2 і моменти M_1 , M_2 , що вигинають, визначаються наступними виразами:

$$T_1 = \operatorname{Re} \mathcal{F}_1^0, \quad T_2 = \operatorname{Re} \mathcal{F}_2^0, \\ M_1 = -c \operatorname{Im}(\mathcal{F}_2^0 - \mu \mathcal{F}_1^0); \quad (2) \\ M_2 = -c \operatorname{Im}(\mathcal{F}_1^0 - \mu \mathcal{F}_2^0).$$

III. Результати рішення для окремих оболонок

Загальне рішення лінійного диференційного рівняння (1) складається із загального рішення $\mathcal{F}^{0(a)}$ відповідного однорідного рівняння, яке можна визначити по асимптотичному методу, і приватного рішення $T^{(*)}$ неоднорідного рівняння, яке відповідає безмоментній теорії [3]:

$$\mathcal{F}^0 = \mathcal{F}^{0(a)} + T^{(*)}. \quad (3)$$

Нижче отримаємо загальні рішення (3) при дії внутрішнього тиску p ($p_1 = 0$; $p_n = \mu p$) окремо для усіх трьох оболонок, що визначають вм'ятину глибиною t (див. рис. 2).

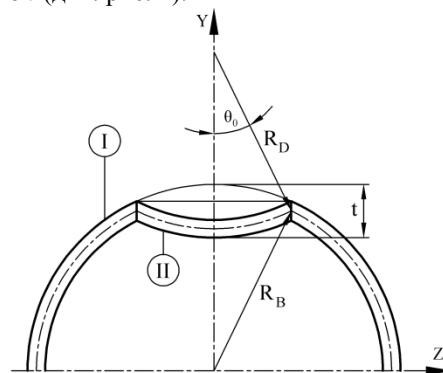


Рис. 2. Поперечний переріз ділянки циліндричної обичайки з вм'ятиною

Для циліндричної оболонки радіусом R_B ($R_1 \rightarrow \infty$; $R_2 = R_0 = R_B$) рішення по безмоментній теорії

$$T_{B1}^{(*)} = 0,5 p R_B; \quad T_{B2}^{(*)} = p R_B;$$

$$T_B^{(*)} = T_{B1}^{(*)} + T_{B2}^{(*)} = 1,5 p R_B,$$

а загальне рішення при $\xi \geq \xi_0$ можна представити у наступному виді:

$$\mathcal{F}_B^0 = \mathcal{F}_B^{0(-1-i)b(\xi-\xi_0)} + T_B^{(*)}. \quad (4)$$

Відповідна похідна

$$\frac{d\mathcal{P}_B^{\%}}{ds} = -\frac{(1-i)b}{R_B} \mathcal{B}^{\%} e^{-(1-i)b(\xi-\xi_0)},$$

де $\xi - \xi_0 = (s - s_0) / R_B$ – відносна відстань від краю цієї оболонки; $\mathcal{B}^{\%} = B_{\text{Re}} + i B_{\text{Im}}$ – комплексна постійна;

$$b = \sqrt[3]{3(1-\mu^2)} \cdot \sqrt{R_B / h}.$$

У місці сполучення циліндра з тором ($\xi = \xi_0$)

$$\mathcal{P}_B^{\%} = \mathcal{A}^{\%} + T_B^{(*)}; \quad \frac{d\mathcal{P}_B^{\%}}{ds} = -\frac{(1-i)b}{R_B} \mathcal{A}^{\%}. \quad (5)$$

Для сферичної оболонки радіусом R_D ($R_1 = R_2 = R_D$), якої відповідає кут θ_0 , рішення по безмоментній теорії

$$T_{D1}^{(*)} = -0,5 p R_D;$$

$$T_{D2}^{(*)} = -0,5 p R_D;$$

$$T_D^{(*)} = T_{D1}^{(*)} + T_{D2}^{(*)} = -p R_D,$$

а загальне рішення при $0 \leq \theta \leq \theta_0$ можна представити у наступному виді:

$$\mathcal{P}_D^{\%} = \mathcal{A}^{\%} e^{-(1+i)a(\theta-\theta_0)} + T_D^{(*)}. \quad (6)$$

Відповідна похідна

$$\frac{d\mathcal{P}_D^{\%}}{ds} = -\frac{(1+i)a}{R_D} \mathcal{A}^{\%} e^{-(1+i)b(\theta-\theta_0)},$$

де $\mathcal{A}^{\%} = A_{\text{Re}} + i A_{\text{Im}}$ – комплексна постійна;

$$a = \sqrt[3]{3(1-\mu^2)} \cdot \sqrt{R_D / h}.$$

У місці сполучення сфери з тором ($\theta = \theta_0$)

$$\mathcal{P}_D^{\%} = \mathcal{A}^{\%} + T_D^{(*)}; \quad \frac{d\mathcal{P}_D^{\%}}{ds} = \frac{(1+i)a}{R_D} \mathcal{A}^{\%}. \quad (7)$$

Для тороїдної оболонки з радіусом тора R_T і радіусом його кругової осі $R_A = (R_D + R_T) \sin \theta_0$ при використанні параметра $\alpha = R_T / R_A$ маємо:

$$R_1 = R_T = \alpha R_A;$$

$$R_2 = R_A (1 + \alpha \sin \theta) / \sin \theta.$$

Рішення отримуємо за методом Новожилова [4], коли замість шуканої функції $\mathcal{P}_T^{\%}$ використовується допоміжна функція

$$\mathcal{V}_T^{\%} = \frac{(1 + \alpha \sin \theta)^2}{\sin \theta} \frac{d\mathcal{P}_T^{\%}}{d\theta} + i \cdot \frac{2P_0 d^2}{\text{tg } \theta}, \quad (8)$$

$$\text{де } P_0 = \frac{p R_A}{2\alpha} = \frac{p R_A^2}{2R_T};$$

$$2d^2 = \alpha^2 \frac{R_A}{c} = \frac{\alpha R_T}{c}.$$

В цьому випадку загальне рішення при $\theta_0 \leq \theta \leq 0$ має наступний вигляд:

$$\mathcal{V}_T^{\%} = (1 + \alpha \sin \theta)^{3/4} (\mathcal{C}_1^{\%} \mathcal{V}_1^{\%} + \mathcal{C}_2^{\%} \mathcal{V}_2^{\%}) + \mathcal{V}_T^{(*)}. \quad (9)$$

Функції $\mathcal{V}_1^{\%}$, $\mathcal{V}_2^{\%}$ пов'язані з функціями Ханкеля 1-го і 2-го роду $H_{1/3}^{(1)}$, $H_{1/3}^{(2)}$:

$$\mathcal{V}_{1,2}^{\%}(\zeta) = i^{\pm 5/6} \sqrt{0,5\pi} (\zeta \sqrt{2i})^{1/3} \cdot H_{1/3}^{(1,2)}(\zeta \sqrt{2i}).$$

Тут аргумент $\zeta = d \int_0^{\theta} \sqrt{\frac{\sin \theta}{1 - \alpha \sin \theta}} d\theta$, а комплексні

постійні:

$$\mathcal{C}_1^{\%} = C_{\text{Re}1} + i C_{\text{Im}1};$$

$$\mathcal{C}_2^{\%} = C_{\text{Re}2} + i C_{\text{Im}2}.$$

Відповідна похідна

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{V}_T^{\%}}{d\theta} &= (1 + \alpha \sin \theta)^{3/4} \left(\mathcal{C}_1^{\%} \frac{d\mathcal{V}_1^{\%}}{d\theta} + \mathcal{C}_2^{\%} \frac{d\mathcal{V}_2^{\%}}{d\theta} \right) + \\ &+ \frac{3\alpha \cos \theta}{4(1 + \alpha \sin \theta)^{1/4}} (\mathcal{C}_1^{\%} \mathcal{V}_1^{\%} + \mathcal{C}_2^{\%} \mathcal{V}_2^{\%}) + \frac{d\mathcal{V}_T^{\%}}{d\theta}. \end{aligned}$$

Приватне рішення $\mathcal{V}_T^{(*)}$ по безмоментній теорії для тороїдних оболонок визначає ряд

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_T^{(*)} &= \psi_{c1} \cos \theta + \psi_{c2} \sin 2\theta + \\ &+ \psi_{c3} \cos 3\theta + \psi_{c4} \sin 4\theta + \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

де коефіцієнти розкладання ψ_c можуть бути знайдені за допомогою ланцюгових дробів [4], причому в практичних застосуваннях можна обмежитися першим членом ряду, який визначає залежність

$$\frac{2\mathcal{B}^{\%}}{\psi_{c1}} = \frac{1}{d^2} + \frac{1+i \cdot \alpha \frac{2 \cdot 3}{2d^2}}{\frac{2^2}{d^2} + \frac{d^2}{3^2} \cdot \left(1+i \cdot \alpha \frac{3 \cdot 4}{2d^2}\right) \cdot \left(1+i \cdot \alpha \frac{1 \cdot 2}{2d^2}\right)},$$

$$\text{де } \mathcal{B}^{\%} = -2P_0 d^2 + i \cdot \alpha \frac{q R_T}{2}.$$

Встановлено, що при цьому у більшості випадків результати, що отримуються, задовольняють вимогам точності інженерних розрахунків.

IV. Умови сполучення оболонок і алгоритм прочностного розрахунку

Згідно з цими умовами, для сполучення оболонок I - III і II - III потрібне, щоб на їх загальних краях були однаковими радіальні переміщення, кути повороту дотичних до серединної поверхні, радіальні зусилля і моменти, що вигинають, в площині меридіана. У комплексній формі для цього потрібно виконання наступних чотирьох рівнянь [3]:

$$\begin{aligned} (\mathcal{P}^{\%})_I &= (\mathcal{P}^{\%})_{III}; \quad \left(\frac{d\mathcal{P}^{\%}}{ds} \right)_I = \left(\frac{d\mathcal{P}^{\%}}{ds} \right)_{III}; \\ (\mathcal{P}^{\%})_{II} &= (\mathcal{P}^{\%})_{III}; \quad \left(\frac{d\mathcal{P}^{\%}}{ds} \right)_{II} = \left(\frac{d\mathcal{P}^{\%}}{ds} \right)_{III}. \end{aligned} \quad (11)$$

Використовуючи умови (11), можна скласти відповідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь і знайти з них постійні $\mathcal{A}^{\%}$, $\mathcal{B}^{\%}$, $\mathcal{C}_1^{\%}$, $\mathcal{C}_2^{\%}$. Далі, отримавши функції $\mathcal{P}_B^{\%}$ для циліндра (5), $\mathcal{P}_D^{\%}$ для сфери (7) і для частини тора $\mathcal{V}_T^{\%}$ (9), можна обчислити усі зусилля і моменти в трьох оболонках, що утворюють вм'ятину, за допомогою виразів (2).

В якості тестового прикладу для циліндричної обичайки за поданою вище методикою були виконані

розрахунки напружень в районі вм'ятини при наступних геометричних параметрах:

$$R_B = 1,3 \text{ м}, \quad h = 0,02 \text{ м}.$$

Щодо характеристик вм'ятини, то у цьому прикладі приймали:

$$t = 0,02 \text{ м}, \quad R_D = 1,3 \text{ м}, \quad R_T = 0,65 \text{ м}.$$

Вважалося, що обичайка знаходиться під дією тиску

$$p = 1,2 \text{ МПа},$$

а її матеріалом було прийнято сталь 15Г, для якої, як і для більшості конструкційних сталей, при нормальній температурі $\mu = 0,3$.

Для представляючих найбільший практичний інтерес нормальних напружень від вигину $\sigma_1 = 6M_1/h^2$ і від розтягування $\sigma_2 = T_2/h$ було встановлено, що ці напруження у зоні вм'ятини розподілені дуже нерівномірно, досягаючи найбільших значень в перерізі тороїдної оболонки в місці її переходу в сферичну оболонку, де було отримано

$$\sigma_{1\max} = 415 \text{ МПа}; \quad \sigma_{2\max} = 190 \text{ МПа}.$$

Напруження, що відповідають безмоментній теорії, мають наступні значення:

$$\sigma_1^{(*)} = \frac{pR}{h} = 78 \text{ МПа}; \quad \sigma_2^{(*)} = \frac{2pR}{h} = 156 \text{ МПа}.$$

Тоді у розглянутому прикладі маємо такі коефіцієнти концентрації напружень:

$$K_{\sigma_1} = 5,3; \quad K_{\sigma_2} = 1,2.$$

Щодо відповідності отриманих залежностей і запропонованого алгоритму розрахунку параметрів реальному НДС у зоні вм'ятин, то тут слід відмітити наступне. Так як цілком імовірно великі труднощі, які мали би супроводити вимірювання переміщень у цьому випадку, можливо використання методу чисельного експерименту.

С цього приводу щодо вм'ятин на стінках судів, працюючих під тиском, відмітимо роботу [5], де була здійснена спроба оцінити з позицій міцності безпеки вм'ятин по результатам розрахунків, виконаних методом скінченних елементів. Розглядалася циліндрична оболонка з еліпсоїдною вм'ятиною при довільній орієнтації її вісі відносно вісі оболонки. Для останньої приймали

$$p = 0,7 \text{ МПа}, \quad R_B = 0,6 \text{ м}, \quad h = 0,0065 \text{ м},$$

а для вм'ятини з взаємно перпендикулярними розмірами $0,14 \times 0,07$ м глибина $t = 0,003$ м.

В цьому чисельному дослідженні було встановлено, що коли вм'ятини була орієнтована вздовж твірної

циліндричної оболонки, коефіцієнт $K_{\sigma_1} = 2,9$, а коли орієнтація змінювалася відносно останньої на 90° , $K_{\sigma_1} = 5,7$. Порівнюючи останнє значення зі значенням, що було отримано у нашому прикладі ($K_{\sigma_1} = 5,3$), і враховуючи, що в обох прикладах усі геометричні і механічні характеристики мали однаковий порядок і були пропорційно відповідними, посередньо можна вважати наступне. Запропонований у даній статті алгоритм дає можливість визначати напруження в районі вм'ятин, які спостерігаються на поверхнях корпусних тонкостінних оболонкових елементів, близькими до реальних.

Висновок

Стосовно циліндричних обичайок апаратів високого тиску було розроблено алгоритм розрахунку напружень в зоні вм'ятини, яка відповідає найбільш розповсюдженому випадку, коли її геометрію визначає сферичний сегмент.

Проведені відповідні теоретичні дослідження а також практичні розрахунки для конкретної обичайки. Останні показали, що наявність на поверхні тонкостінних оболонкових елементів таких концентраторів напружень, як вм'ятини, може привести до істотного збільшення експлуатаційних напружень. У зв'язку з цим, глибину вм'ятин слід регламентувати у відповідній технічній документації.

Література

- [1] Рахмилевич, З.З. Справочник механика химических и нефтехимических производств / З.З. Рахмилевич, И.М. Радзин, С.А. Фармазов – М.: Химия, 1985. — 591 с.
- [2] Сборник правил и нормативно-технических документов по котлонадзору – М.: Машиностроение, 1993. — 267 с.
- [3] Новожилов, В.В. Линейная теория тонких оболочек / В.В. Новожилов, К.Ф. Черных, Е.И. Михайловский – Л.: Политехника, 1991. — 656 с.
- [4] Новожилов В.В. Теория тонких оболочек/ В.В.Новожилов. – Л., Судостроение, 1962.— 431 с.
- [5] Иванов Г.П. Метод оценки напряжений от вм'ятин на стенках сосудов, работающих под давлением / Г.П. Иванов, С.А. Разбитной // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2000. – № 4. – с. 18—19.