

The Influence of Elastic Attachment of the Blades on Dynamics of the Wind Wheel

Vitaliy Korendiy

Chair of Mechanics and Automation of Machine Building,
Lviv Polytechnic National University, UKRAINE, Lviv,
Profesorska Street 1, E-mail: vitaliy_korendiy@mail.ru

The solution of the actual problem that consists in investigation of typical vibration processes in compound rotation of rigid blades, elastically attached to the wind wheel, is given in this article.

With the aim to establish the influence of stiffness parameters of rigid blades on their dynamic behavior in compound rotation of the wind wheel, the problem about vibrations of rigid blades, attached by one end to the rigid disc connected with a rigid shaft, is set up. The theorem of Coriolis and the principle of D'Alembert are used for construction nonlinear equations of motion of rigid blade in compound rotation of the wind wheel. Analytical expressions for calculation the vectors of transposed (2), comparative (5), coriolis (6) and full (1) acceleration of the element of the blade are deduced. These expressions enable us to compute the components of inertial loads on the element of the blade, which are caused by rotation of the shaft of the wind wheel.

We eliminate the system of nonlinear equations (7) of motion of rigid blade to one linear differential equation of vibration (8) using some assumptions described in the article. The partial solution (9) of received equation that describes behavior of constant vibrations of rigid blade is found.

Mathematical and computer modeling of dynamics of described system is realized. We take into consideration the possibility of variation of some typical parameters, such as angular velocity of rotation or turning of the wind wheel, number of blades, geometric dimensions and density parameters of the blade etc. Some graphical results of computer modeling (graphics of the oscillation amplitude) are given in the article. We prove that resonance processes on the elementary areas of blades in case of compound rotation of the wind wheel with rigid blades elastically attached to the rotor don't take place and the system has small structural stiffness.

Вплив пружного закріплення лопатей на динаміку вітроколеса

Віталій Корендій

Кафедра механіки та автоматизації машинобудування,
Національний університет "Львівська політехніка",
УКРАЇНА, м. Львів, вул. Професорська, 1,
E-mail: vitaliy_korendiy@mail.ru

З метою встановлення впливу параметрів жорсткості лопатей на їх динамічну поведінку при складному обертанні вітроколеса поставлено задачу про коливання жорсткої лопаті, пружно приєднаної одним кінцем до жорсткого диска, що зв'язаний з жорстким валом. Для побудови нелінійних рівнянь руху пружно закріпленої жорсткої лопаті при складному обертанні вітроколеса застосовано теорему Коріоліса та принцип Даламбера. Отримано частинний розв'язок рівнянь руху, що описує режим сталих коливань жорсткої лопаті. Встановлено, що система має малу структурну жорсткість, а резонансні режими у ній не виникають.

Ключові слова – коливання, жорсткі лопаті, вітроколесо, складне обертання, сили інерції, резонансні режими.

I. Вступ

Питання розрахунку динаміки і міцності лопатей вітроустановок є досить актуальними на даний час, методам їх теоретичного моделювання присвячена численна наукова література. Під час роботи ВЕУ піддаються впливу комбінації навантажень складної природи. Однак, як правило, головна увага приділяється режимам обертання лопатей відносно нерухомої осі і залишаються менше дослідженими режими складного обертання, коли в результаті повороту гондоли лопаті починає обертатися відносно двох осей. У таких випадках поведінка лопаті стає дуже складною, оскільки поряд із силами інерції обертання вітроколеса на неї діють додаткові гіроскопічні та коріолісові сили інерції взаємодії обертального і поворотного рухів, що періодично змінюються в часі та спричиняють коливання лопаті. Як засвідчує досвід, основними факторами, що впливають на працездатність та довговічність ВЕУ, є саме змінні в часі інерційні навантаження [3].

В такому випадку частота основного обертання лопаті може збігатися з частотою її вільних коливань і при складному обертанні в такій системі можуть виникати резонансні режими. Оскільки зазначені явища є досить складними для аналізу, вони залишаються мало вивченими. Тому задача теоретичного моделювання динаміки складного обертання жорстких лопатей вітроколеса з урахуванням можливості збудження резонансних коливань при їх пружному закріпленні є актуальною проблемою динаміки та міцності машин.

II. Теоретичні аспекти дослідження

Наближено, без урахування коливань, діючий на вітроколесо загальний гіроскопічний момент, що

передається через його опори на всю конструкцію вітроустановки, визначається добутком осьового моменту інерції I_z гіпотетичного жорсткого ротора на кутові швидкості обертального w та поворотного w_0 рухів $M_g = I_z w w_0$ [2].

Розглянемо випадок, коли ротор (рис. 1) складається із жорсткого диска товщиною h і N жорстких лопатей довжиною S , пружно до нього приєднаних. Вважається, що диск насаджений на жорсткий вал діаметром $2R_0$, що обертається з постійною кутовою швидкістю w , вісь якого робить плоский поворот з кутовою швидкістю w_0 . Уведемо інерційну систему координат $OX^*Y^*Z^*$ і систему $OXYZ$, що обертається навколо осі OY^* , вісь OZ якої є віссю власного обертання ротора, а вісь OY збігається з віссю OY^* . Для описання коливань лопатей зв'яжемо з перерізом однієї з них локальну систему координат $oxuz$ так, щоб вісь ox збігалася з поздовжньою віссю лопаті, а вісь oz була паралельна осі обертання системи.

При простому обертанні системи, коли вектор \dot{w} спрямований уздовж нерухомої осі OZ , лопать може здійснювати вільні коливання в площинах змаху і хитання. При складному обертанні, коли вісь OZ здійснює додатковий примусовий поворот, лопать переходить до режиму вимушених махових коливань і коливань хитання. Для дослідження цього режиму руху прийнято, що вісь обертання ротора здійснює плоский поворот з постійною кутовою швидкістю w_0 відносно прямої, що проходить через центр ротора перпендикулярно до осі обертання. Кріплення лопаті до втулки в загальному випадку дозволяє їй відхилитися від площини обертання ротора на кут y (коливання змаху), а в площині обертання лопать може відхилитися від радіального напрямку на кут j (коливання хитання) (рис. 1). Лопать вітроколеса вважається абсолютно жорстким стержнем.

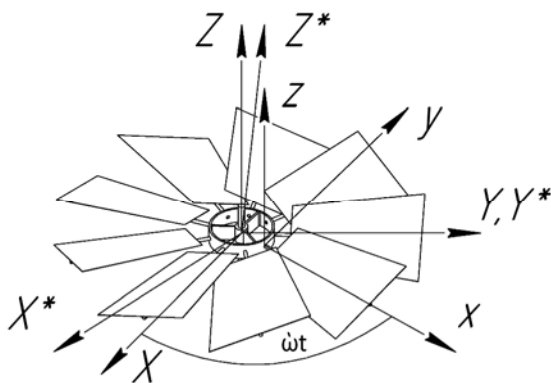


Рис. 1. Ротор вітроустановки.

Характерна особливість задачі про пружні коливання жорстких лопатей пружно приєднаних до жорсткого ротора полягає в тому, що спектр частот і форм його власних коливань залежить від кутові

швидкості його обертання. Тому методи спектрального аналізу виявляються мало придатними для дослідження зазначених явищ і для їх вивчення повинні застосовуватися прямі методи їх математичного моделювання [2].

Для побудови рівнянь руху лопаті при складному обертанні гвинта застосуємо принцип Даламбера. Для цього визначимо сили інерції, які діють на її елементи, і виведемо вирази моментів усіх сил інерції, що діють на лопать. Рівняння коливань лопаті при складному русі будуються в системі координат $oxuz$, яка обертається, з використанням інших систем для проміжних обчислень. Визначимо компоненти інерційного навантаження, яке діє на ділянки лопаті при їх складному русі:

$$q_x^l = -gFa_x, \quad q_y^l = -gFa_y, \quad q_z^l = -gFa_z,$$

де a_x, a_y, a_z – відповідні компоненти вектора абсолютного пришвидшення елемента, g – густина матеріалу лопаті, F – площа перерізу лопаті.

Відповідно до теореми Коріоліса вектор абсолютного пришвидшення елемента лопаті обчислюється за формулою:

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}^e + \dot{\mathbf{r}}^r + \dot{\mathbf{r}}^c, \quad (1)$$

де $\dot{\mathbf{r}}^e, \dot{\mathbf{r}}^r, \dot{\mathbf{r}}^c$ – вектори переносного, відносного і коріолісового пришвидшень елемента лопаті, відповідно.

Вектор переносного пришвидшення визначається рівністю [1]:

$$\dot{\mathbf{r}}^e = \dot{\mathbf{a}}_0 + \dot{\mathbf{e}} \times \mathbf{r} + \dot{\Omega} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{r}), \quad (2)$$

де $\dot{\mathbf{a}}_0$ – пришвидшення точки O (у нашому випадку воно дорівнює нулю); $\dot{\Omega}$ і $\dot{\mathbf{e}}$ – вектори абсолютної кутової швидкості і кутового пришвидшення рухомої системи координат $oxuz$; \mathbf{r} – радіус-вектор елемента лопаті в системі координат. У системі координат $OXYZ$ вектор $\dot{\Omega}$ визначається рівністю $\dot{\Omega} = 0\dot{i} + w_0\dot{j}_1 + w\dot{k}_1$.

З її допомогою обчислюється вектор кутового пришвидшення:

$$\dot{\mathbf{e}} = \frac{d\dot{\Omega}}{dt} = \frac{d\dot{w}}{dt} + \frac{dw_0}{dt} = ww_0\dot{i}_1. \quad (3)$$

Радіус-вектор \mathbf{r} елемента лопаті задається в системі координат $oxuz$ [1]:

$$\mathbf{r} = (R + l \cos y \cos j) \dot{i} + l \cos y \sin j \dot{j} - l \cos y \dot{k}, \quad (4)$$

де R, l – радіус втулки ротора і відстань від місця кріплення до елемента лопаті, відповідно.

Вектор відносного пришвидшення обчислюється за формулою:

$$\dot{\mathbf{r}}^r = \frac{d\mathbf{v}^r}{dt}, \quad (5)$$

де \mathbf{v}^r – вектор відносної швидкості елемента лопаті зі складовими:

$$v_x^r = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad v_y^r = \frac{\partial J}{\partial t}, \quad v_z^r = \frac{\partial w}{\partial t}.$$

Вектор пришвидшення Коріоліса знаходиться із співвідношення:

$$\mathbf{r}^c = 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}^e. \quad (6)$$

Здійснивши відповідні векторні операції, отримаємо проєкції переносного пришвидження \mathbf{a}^e на осі системи координат $oxyz$:

$$a_x^e = -(R+l)(w_0^2 \cos^2 wt + w^2),$$

$$a_y^e = -lw_0^2 \sin wt \cos wt, \quad a_z^e = 2lww_0 \sin wt.$$

Додаючи відповідні складові, отримуємо проєкції вектора абсолютного пришвидження a елемента лопаті на осі системи координат $Oxyz$, що дозволяє визначити складові інтенсивності повного інерційного навантаження, яке діє на елемент лопаті при складному обертанні [3]:

$$q_x^l = -gF \left[\begin{array}{l} -(R+l)(w_0^2 \cos^2 wt + w^2) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \\ + 2 \left(w_0 \frac{\partial w}{\partial t} \cos wt - w \frac{\partial J}{\partial t} \right) \end{array} \right],$$

$$q_y^l = -gF \left[\begin{array}{l} -lw_0^2 \sin wt \cos wt + \frac{\partial^2 J}{\partial t^2} - \\ - 2 \left(w_0 \frac{\partial w}{\partial t} \sin wt - w \frac{\partial u}{\partial t} \right) \end{array} \right],$$

$$q_z^l = -gF \left[\begin{array}{l} 2lww_0 \sin wt + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \\ + 2 \left(w_0 \frac{\partial J}{\partial t} \sin wt - w_0 \frac{\partial u}{\partial t} \cos wt \right) \end{array} \right].$$

Ці розподілені навантаження необхідно врахувати при моделюванні складного обертання лопатей ВЕУ.

Положення рухомої системи координат $oxyz$ відносно нерухомої $OXYZ$ при власному обертанні задається фазовою змінною $t = wt$. За допомогою наведених співвідношень та методу Даламбера побудовано нелінійні рівняння (7) руху пружно закріпленої жорсткої лопаті.

Система (7) описує взаємозалежні коливання жорсткої лопаті в площині змаху і площині хитання, що обумовлені поворотом осі обертання ротора з кутовою швидкістю w_0 [1]. При виведенні рівнянь коливань лопатей вважалося, що $w \ll w_0$. Таке припущення дозволяє виділити в загальному русі ротора два стани. У першому стані система здійснює просте обертання з кутовою швидкістю w і коливань не здійснює, на лопатях виникає тільки поздовжня відцентрова сила інерції, яку можна визначити із

$$F_w = \frac{gFw^2(R_2^2 - R_1^2)}{2}, \quad \text{де } R_2, R_1 -$$

відповідно, зовнішній та внутрішній радіуси лопаті. У другому стані, викликаному поворотом системи, на елементи лопатей діють додаткові періодичні сили інерції, що збуджують малі згинні коливання системи відносно вихідного напруженого стану. Умова $w \ll w_0$

дозволяє розглядати ці стани окремо. При цьому рівняння коливань системи в другому стані будуються за допомогою лінеаризації рівнянь руху відносно першого стану [2].

$$\begin{aligned} & R \frac{L^2}{2} \left[\begin{array}{l} 2ww_0 \sin t \cos y \cos j - \\ - (w^2 + w_0^2 \cos^2 t) \times \sin y \end{array} \right] + \\ & \left\{ \begin{array}{l} (w_0^2 \sin^2 t - w^2) \cos y \sin y \cos j + 2ww_0 \times \\ \times \cos^2 y \cos j \sin(j+t) + \frac{w_0^2}{2} \cos y \sin j \times \\ \times \sin 2t - \frac{d^2 y}{dt^2} w^2 \cos j - \frac{d^2 j}{dt^2} w^2 \cos y \times \\ \times \sin y \sin j - \left(\frac{dj}{dt} \right)^2 w^2 \cos y \sin y \cos j + \\ + 2 \frac{dy}{dt} \frac{dj}{dt} w^2 \sin^2 y \sin j + 2 \frac{dy}{dt} \times \\ \times \left[w^2 \sin^2 y \sin j + ww_0 \sin y \cos y \times \right. \\ \left. \times \cos(j+t) - ww_0 \sin y \cos y \cos t \right] + \\ + \frac{L^3}{3} \left[\begin{array}{l} 2 \frac{dj}{dt} \left[ww_0 \cos^2 y \cos j \sin(j+t) - \right. \\ \left. - w^2 \sin y \cos y \cos j \right] - \\ - \frac{k_y}{gF} y = 0, \end{array} \right] \end{array} \right\} - \\ & - R \frac{L^2}{2} \left[\begin{array}{l} \frac{w_0^2}{2} \cos y \cos j \cos 2t - \\ - (w^2 + w_0^2 \cos^2 t) \cos y \sin j \end{array} \right] - \\ & \left\{ \begin{array}{l} (w^2 + w_0^2 \sin^2 t) \cos^2 y \cos j \sin j + w_0^2 \times \\ \times \left(\begin{array}{l} \cos^2 y \cos j \sin t \cos(j+t) - \\ - \frac{\cos^2 y \sin^2 j \sin 2t}{2} - \cos^2 y \times \\ \times \cos j \sin j \end{array} \right) + \\ + 2 \frac{d^2 j}{dt^2} w^2 \cos^2 y \cos^2 j - 2 \frac{dy}{dt} \frac{dj}{dt} \times \\ \times w^2 \sin y \cos y + 2 \frac{dy}{dt} \times \\ \times \left[ww_0 \cos^2 y \sin(j+t) - w^2 \cos y \sin y \right] - \\ - \frac{k_z}{gF} j = 0. \end{array} \right\} - \end{aligned} \quad (7)$$

Відзначимо, що у випадку $w \ll w_0$ величиною

$$\left(\frac{w_0}{w} \right)^2$$

можна знехтувати в порівнянні з $\frac{w_0}{w}$ і вва-

жати, що амплітуда коливань $y(t)$ є малою. Тоді можна прийняти, що $\sin y \approx y$, $\sin 2y \approx 2y$, $\cos y \approx 1$, $j \approx 0$. Остаточна система (7) зводиться до одного лінійного рівняння махових коливань:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \left(1 + \frac{3R}{2L} + \frac{6k_y}{gFL^3 w^2} \right) y = 2 \frac{w_0}{w} \left(1 + \frac{3R}{2L} \right) \sin t. \quad (8)$$

Частинний розв'язок рівняння (8), що описує режим сталих коливань, має форму:

$$y = \frac{2ww_0 \left(1 + \frac{3R}{2L} \right) \sin t}{\frac{3R}{2L} w^2 + \frac{6k_y}{gFL^3}}. \quad (9)$$

III. Результати комп'ютерного моделювання

Можна відмітити, що в рівнянні (9) амплітуда махових коливань лінійно залежить від w_0 і нелінійно від w . Графіки амплітуд махових коливань $z = L \cdot y$ при різних значеннях k_y для жорсткої лопаті з параметрами $R = 0,2$ м, $L = 0,8$ м, $S = 0,4$ м², $g = 7700$ кг/м³ побудовано на рис. 2.

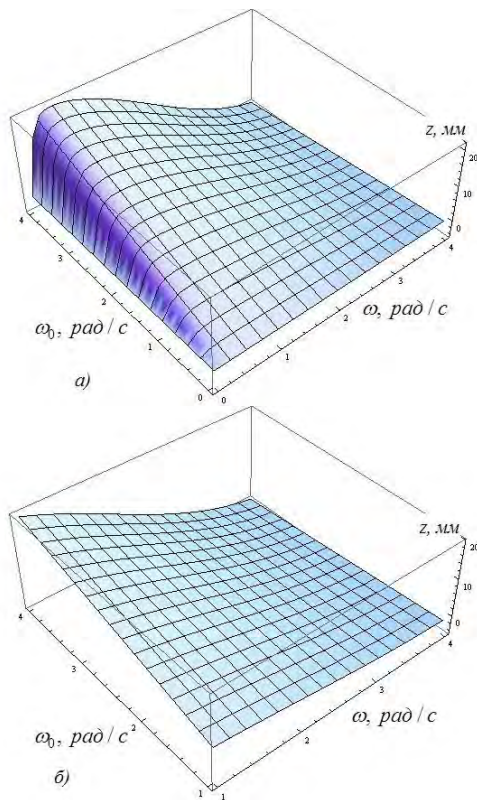


Рис. 2. Залежність амплітуди махових коливань жорсткої лопаті від зміни w і w_0 при: а – $k_y = 1$, б – $k_y = 0$

Поверхня на рис. 2 демонструє залежність амплітуди вібрацій кінця жорсткої пружно приєднаної лопаті від зміни w і w_0 . Вона визначається рівністю (9) (при $k_y = 1$ і $k_y = 0$) і для кожного конкретного значення w_0 являє собою гіперболу: спочатку зі збільшенням w величина переміщення z швидко зростає, потім вона досягає максимуму й асимптотично наближається до

кривої, що при $w \rightarrow \infty$ є графіком амплітуди шарнірно приєднаної лопаті. Цей факт свідчить про те, що при великих w амплітуда махових коливань не залежить від коефіцієнта k_y . Резонансні режими в даній системі не виникають. Відзначимо також, що наведені значення переміщень знайдені за лінійною теорією і вони досягають мізерних величин. Це означає, що при малих w дана система має малу структурну жорсткість.

Висновок

З метою встановлення впливу параметрів жорсткості лопатей на їх динамічну поведінку при складному обертанні вітроколеса поставлено задачу про коливання жорсткої лопаті, пружно приєднаної одним кінцем до жорсткого диска, що пов'язаний з жорстким валом (рис. 1). Для побудови нелінійних рівнянь руху жорсткої лопаті при складному обертанні вітроколеса застосовано теорему Коріоліса та принцип Даламбера. Виведено залежності, що дозволяють визначати вектори переносного (2), відносного (5), коріолісового (6) та абсолютного (1) пришвидшень елемента лопаті, які використовуються для розрахунку компонентів інерційного навантаження на елементи лопаті, що обумовлені поворотом осі вітроколеса, яке обертається із певною частотою.

Використовуючи описані в роботі припущення для системи нелінійних рівнянь руху (7) пружно закріпленої жорсткої лопаті, вдалося звести цю систему до одного лінійного диференціального рівняння коливань (8). Знайдено частинний розв'язок (9) отриманого рівняння, який описує режим сталих коливань жорсткої лопаті.

Виконано комп'ютерне моделювання динаміки розглянутої системи при різних значеннях характерних параметрів. Подано відповідні графічні результати моделювання – графіки амплітуди махових коливань (рис. 2). Доведено, що у випадку, коли вітроколесо із пружно закріпленими жорсткими лопатями обертається на жорсткому валу, то при повороті останнього на ділянках лопатей не виникають резонансні режими коливань і система в цілому має малу структурну жорсткість.

Література

- [1] Худолій С.М. Коливання подовжених криволінійних закручених стержнів при складному обертанні. – Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за фахом 05.23.17 – Будівельна механіка. – Національний транспортний університет, Київ, 2006. – 21 с.
- [2] Гайдайчук В.В., Носенко В.П., Горбунович І.В. Прецесійні резонанси пружного диску з лопатями при складному обертанні // Опір матеріалів і теорія споруд. 2009. № 83. С. 110-117.
- [3] Гловач Л.В., Носенко В.П. Комп'ютерне моделювання динаміки лопатей вітроенергетичних установок // Опір матеріалів і теорія споруд. 2010. № 85. С. 143-152.