ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ

УДК 621.3.019 : 51.001.57

РОЗРАХУНОК МЕТОДОМ ФАЗ КОЕФІЦІЄНТА ГОТОВНОСТІ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗАГАЛЬНИМ СТАЛИМ РЕЗЕРВОМ ПРИ НЕОБМЕЖЕНОМУ ВІДНОВЛЕННІ

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроприводу та автоматизації промислових установок,
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

Розглянута задача розрахунку коефіцієнта готовності відновлюваного об’єкта із логічним паралельним сполученням елементів при необмеженому відновленні. Прийнято допущення про те, що характеристики випадкових процесів відрізняються від характеристик експоненціального розподілу. Запропоновано спосіб застосування методу фаз, на основі якого вдається ефективно розв’язати цю задачу.

Рассмотрена задача расчета коэффициента готовности восстанавливаемого объекта с логическим параллельным соединением элементов при неограниченном восстановлении. Принято допущение, что характеристики случайных процессов отличаются от характеристик экспоненциального распределения. Предложено способ применения метода фаз, на основании которого удается эффективно решить задачу.

The paper is devoted to problem of parallel repairable item with unlimited repairs availability calculation. The item random processes characteristics are assumed differ from exponential distribution characteristics. The technique of phase method application is offered, on the basis of which it is succeeded effectively to solve this problem.

Постановка проблеми. Для правильного функціонування ряду технічних комплексів необхідне отримання системами керування цих комплексів інформації про поточне значення керованих координат (момент, швидкість, переміщення тощо). Цю функцію виконують вбудовані вимірювальні системи. Відмова такої системи спричиняє відмову усього технічного комплексу, що зумовлює підвищену увагу до розрахунку її коефіцієнта готовності. Проблема забезпечення коефіцієнта готовності особливо гостро проявляється для швидкозношуваних вимірювальних систем, тобто таких систем, для яких вимірювання поточного значення координати пов’язано із тертям, впливом ударних навантажень, дією агресивною робочого середовища тощо. Для таких вимірювальних систем передбачається багаторазова їх заміна упродовж терміну експлуатації усього технічного комплексу. Для забезпечення коефіцієнта готовності на заданому рівні застосовується структурне резервування введенням паралельних вимірювальних систем. В такому разі постає задача уточненого розрахунку коефіцієнта готовності, яка істотно ускладнюється в досліджуваному випадку, оскільки характеристики відмов та відновлення таких вимірювальних систем не можуть бути з високим ступенем адекватності апроксимовані експоненціальним законом розподілу. Для розрахунку коефіцієнта готовності таких об’єктів найперспективнішим стає застосування методу фаз, який ґрунтується на аналізі відповідної розширеної однорідної марківської математичної моделі надійності. Проте в наявному його виконанні цей метод не може бути коректно застосований щодо досліджуваного класу об’єктів. Отже, розробка способу побудови спеціальних марківських математичних моделей надійності для об’єктів із паралельними резервами стає важливою проблемою.

Уточнений розрахунок коефіцієнта готовності дає змогу точніше проектувати надійність вимірювальних систем, обґрунтовано вводити резервні елементи. Також виникає можливість оптимізувати кількість запасних частин та ефективнішим способом організувати технічне обслуговування досліджуваних об’єктів.

Допущення, які приймаються щодо об’єкта. Об’єктом дослідження є вимірювальна система, яка складається із двох елементів: основної вимірювальної системи, яку позначимо як елемент “a”, та резервної вимірювальної системи, яку позначимо як елемент “b”. Основний та резервний елементи сполучені між собою логічно паралельно в сенсі надійності. Алгоритм функціонування досліджуваного об’єкта є таким. В початковий момент часу об’єкт перебуває в працездатному стані і розпочинає функціонувати. Стан об’єкта, в якому обидва елемента є працездатними, вважаємо працездатним і позначимо як S_3. В такому стані функціонування об’єкта забезпечується функціонуванням основного елемента “a”. Елемент “b” перебуває у навантаженому резерві. Тривалість перебування досліджуваного об’єкта в цьому стані є випадковою величиною, яка залежить від залишкового напрацювання обох складових елементів, які характеризуються функціями безвідмовності $R_a(t)$ та $R_b(t)$. У разі відмови основного елемента “a” об’єкт переходить в працездатний стан, який позначимо як S_1. В такому стані функціонування об’єкта забезпечується за рахунок функціонування резервного елемента “b”. Елемент “a” перебуває в процесі відновлення. Приймаємо, що процеси відновлення складових елементів в досліджуваному об’єкті розпочинаються відразу, як стається відмова, тобто засоби контролю є ідеальними. Тривалість перебування об’єкта в стані S_1 є випадковою величиною, яка залежить від залишкового напрацювання елемента “b” та від залишкового відновлення елемента “a”, яке характеризується функцією відновлення $M_a(t)$. Відновлення елемента “a” полягає в заміні його на ідентичний елемент. Після закінчення відновлення елемента “a” об’єкт повертається в працездатний стан S_3. Якщо упродовж відновлення основного елемента “a” стається відмова резервного елемента “b”, то об’єкт переходить в непрацездатний стан, який позначимо як S_0. В такому стані обидва елемента об’єкта не функціонують і обидва перебувають в процесі відновлення, тобто приймаємо, що відновлення є необмеженим. Тривалість перебування об’єкта в стані S_0 є випадковою величиною, яка залежить від залишкового відновлення елемента “a” та залишкового відновлення елемента “b”, останнє характеризується функцією відновлення $M_b(t)$. Відновлення елемента “b” полягає у заміні його на ідентичний елемент. Якщо в такому стані відбувається відновлення резервного елемента “b”, то об’єкт повертається в стан S_1. Інакше, якщо відбувається відновлення основного елемента “a”, об’єкт переходить в працездатний стан, який позначимо як S_2. В цей стан об’єкт також може потрапити із стану S_3 в разі відмови резервного елемента “b”. У такому стані функціонування об’єкта забезпечується за рахунок функціонування основного елемента “a”, а резервний елемент “b” перебуває в процесі відновлення. Тривалість перебування об’єкта в стані S_2 є випадковою величиною, яка залежить від залишкового відновлення елемента “a” та від залишкового напрацювання елемента “b”. Надалі наведена послідовність подій відмов та відновлення повторюється зліченну кількість разів. Приклад однієї із реалізацій такого випадкового процесу відображено часовою епюрою тривалостей напрацювань та ремонтів (рис.1).

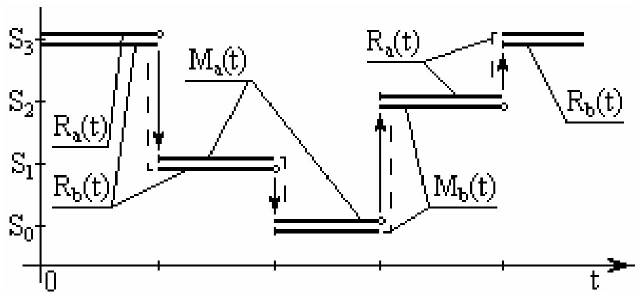
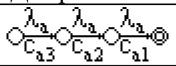
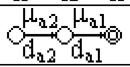
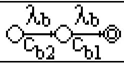
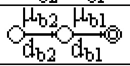


Рис. 1. Часовий епюр тривалостей напрацювань та відновлень для досліджуваного об’єкта

На рис.1 незамальована точка означає подію, що полягає у відмові або відновленні одного із елементів об’єкта. Перпендикулярна риска на початку лінії процесу означає, що в такому стані об’єкта розпочинається функціонування або відновлення цього елемента. Штрихова лінія, яка з’єднує дві лінії процесів, означає, що в наступному стані об’єкта функціонування або відновлення певного елемента є продовженням такого процесу із попереднього стану об’єкта. Отже, елемент “b” є загальним паралельним резервним елементом досліджуваної вимірювальної системи. Для того, щоб принципово було можливим застосування методу фаз, необхідно, щоб характеристики усіх процесів відмов та відновлення були апроксимовані фазовими законами розподілу (ФЗР), про які докладно описано в [1]. Для досліджуваного об’єкта приймаємо, що характеристики підпорядковуються певним розподілам (див. таблицю).

Фазові закони розподілу характеристик процесів відмов та відновлення

№ з/п	Діаграма ФЗР	Аналітичний вираз ФЗР
1		$R_a(t)=(1+(c_{a2}+c_{a3})\lambda_a t+0.5c_{a3}(\lambda_a t)^2)e^{-\lambda_a t}$
2		$M_a(t)=((\mu_{a1}d_{a1}-\mu_{a2})e^{-\mu_{a1}t}+\mu_{a1}d_{a2}e^{-\mu_{a2}t})/(\mu_{a1}-\mu_{a2})$
3		$R_b(t)=(1+c_{b2}\lambda_b t)e^{-\lambda_b t}$
4		$M_b(t)=((\mu_{b1}d_{b1}-\mu_{b2})e^{-\mu_{b1}t}+\mu_{b1}d_{b2}e^{-\mu_{b2}t})/(\mu_{b1}-\mu_{b2})$

Вибір описаних законів розподілу зумовлений особливостями досліджуваного об'єкта, наприклад, фазові закони розподілу $R_a(t)$ та $R_b(t)$ дають змогу з високим ступенем адекватності відобразити характеристику відмов елемента, який функціонує в другій та третій зонах типової лямбда-характеристики. Коефіцієнт готовності досліджуваного об'єкта A(t) є імовірністю такої події, що в заданий момент часу об'єкт буде перебувати в працездатному стані. Цей показник визначається як сума імовірностей окремих працездатних станів S_3, S_2 та S_1.

Аналіз останніх досліджень. Можливо виділити ряд підходів щодо розв'язання представленої проблеми. Найлогічнішим видається підхід, який ґрунтується на аналізі відповідної неоднорідної марківської математичної моделі надійності (рис.2), [2]. Наведена модель надійності об'єкта має істотний недолік, який полягає в тому, що невідомий для досліджуваного класу моделей об'єктів точний зв'язок функцій інтенсивностей переходу між станами, які є коефіцієнтами неоднорідних диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена, $h_{\lambda a1}(t)$, $h_{\lambda b1}(t)$, $h_{\mu a1}(t)$, $h_{\mu b1}(t)$, $h_{\lambda a2}(t)$, $h_{\lambda b2}(t)$, $h_{\mu a2}(t)$, $h_{\mu b2}(t)$, із функціями, які характеризують відповідні випадкові процеси відмов та відновлення, що відбуваються в досліджуваному об'єкті, $R_a(t)$, $R_b(t)$, $M_a(t)$, $M_b(t)$. В літературі відомо ряд способів, які дають змогу наближено визначити такий зв'язок. Наприклад, в [3] пропонується наближений спосіб щодо визначення такого зв'язку на підставі спеціального розкладу в ряд із застосуванням складних рекурентних виразів. Отримані у такий спосіб математичні моделі надійності істотно втрачають ефективність внаслідок складного розрахунку таких рядів. В [4] пропонується наближений спосіб, який дає змогу визначити функції переходів на основі розрахунку допоміжних однорідних марківським математичних моделей. Цей підхід є високоефективним при розрахунках, проте накладає додаткові обмеження на закони розподілу характеристик випадкових процесів. Хоча в обох випадках [3, 4] вдалось досягти заданого рівня адекватності, проте це не гарантовано для інших моделей надійності. Без додаткових досліджень на адекватність застосування цих підходів є неправомірним. Основною невирішеною їх проблемою є те, що вони не можуть коректно врахувати передісторію попередніх процесів відмов та відновлення, що проходять в об'єкті.

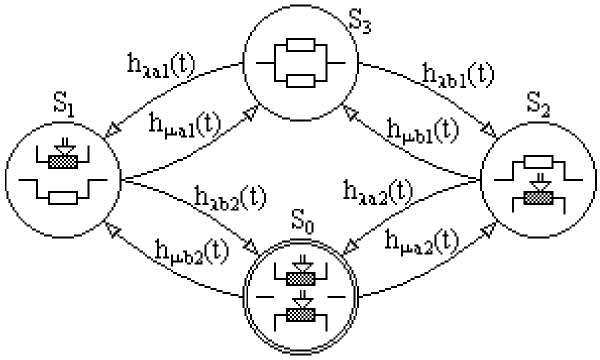


Рис. 2. Діаграма станів та переходів об'єкта

Одним із способів уникнення проблеми урахування післядії, як це показано в [5, 6], є апроксимація характеристик випадкових процесів відповідними експоненціальними законами розподілу. Таку заміну доцільно виконати, зважаючи на умову мінімуму квадратичної похибки між дійсною характеристикою та експоненціальною. В такому разі функції переходів будуть дорівнювати параметрам відповідних експоненціальних законів розподілу $h_{\lambda a1}(t) = h_{\lambda a2}(t) = \lambda_a$, $h_{\lambda b1}(t) = h_{\lambda b2}(t) = \lambda_b$, $h_{\mu a1}(t) = h_{\mu a2}(t) = \mu_a$, $h_{\mu b1}(t) = h_{\mu b2}(t) = \mu_b$, а неоднорідна модель (рис.2) перетвориться на спрощену однорідну марківську математичну модель надійності об'єкта. Недолік цього підходу полягає в тому, що якщо характеристики випадкових процесів значно відрізняються від характеристик експоненціального закону розподілу, ступінь адекватності отриманої моделі надійності істотно знижується і вона не може вважатися правомірною без спеціальних досліджень.

В [7, 8] коефіцієнт готовності досліджуваного об'єкта пропонується визначати методом Монте-Карло. В основу цього методу покладено статистичне моделювання стохастичних процесів із застосуванням генератора випадкових чисел. Цей метод, щодо досліджуваного класу об'єктів, здатний повністю відобразити передісторію функціонування об'єкта, а також не накладає обмежень на закони розподілу характеристик випадкових процесів. Математичні моделі надійності, що реалізовані на основі методу Монте-Карло, мають ряд притаманних лише їм недоліків. Результати розрахунків, що отримані із застосуванням таких моделей надійності, мають стохастичний характер. Це проявляється в тому, що результуюча крива у випадковий спосіб коливається навколо дійсного результату, а тому важко встановити, чи крива коефіцієнта готовності дійсно має такий характер на досліджуваному відтинку часу, чи такий характер пояснюється стохастичною похибкою, що породжена генератором випадкових чисел. Для зменшення стохастичної похибки необхідно збільшити кількість реалізацій, що негативно впливає на ефективність такої математичної моделі надійності. При зазначених недоліках математична модель реалізована на основі методу Монте-Карло, може виступати як альтернативний підхід для перевірки коректності математичної моделі надійності на основі методу фаз, яка пропонується в цій статті.

Задача статті полягає в представленні способу побудови спеціальної однорідної марківської математичної моделі надійності вимірювальної системи із загальним паралельним резервом при необмеженому відновленні. Також виникає допоміжна задача щодо підтвердження коректності отриманої математичної моделі надійності.

Виклад основного матеріалу. Для розрахунку коефіцієнта готовності досліджуваного об'єкта застосуємо метод фаз [9, 10]. Основна концепція цього методу полягає в переході від неоднорідної марківської математичної моделі надійності досліджуваного об'єкта до *еквівалентної* розширеної однорідної марківської математичної моделі надійності. Тобто, вводячи додаткові фіктивні стани та переходи, необхідно утворити таку спеціальну однорідну математичну модель надійності об'єкта, яка здатна адекватно відображати попередню передісторію функціонування і відновлення складових елементів. Таку трансформацію неоднорідної моделі надійності можливо виконати лише якщо характеристики усіх випадкових процесів, що відбуваються в об'єкті, описуються фазовими законами розподілу, як це задано для цього об'єкта. Метод фаз широко застосовують при дослідженні різних типів черг, систем керування об'єктами, які перебувають під впливом випадкових збурень тощо. При аналізі методом фаз досліджуваного об'єкта, а також ряду інших багатоелементних об'єктів виникає проблема, яка полягає в тому, що невідомо, як необхідно виконати таке розширення простору станів вихідної моделі надійності. Ті підходи, що застосовують при дослідженні черг, не дають змоги досягти еквівалентних математичних моделей надійності внаслідок відмінної природи цих випадкових явищ.

Пропонуємо виконувати побудову розширеної однорідної марківської математичної моделі надійності досліджуваного об'єкта з урахуванням таких принципів. В основу синтезу такої моделі надійності покладемо трансформацію кожного окремого стану. Тобто перший пункт полягає у визначенні, на скільки фаз розпадається кожний окремий стан вихідної діаграми (рис. 2). В стані S_3, що відповідає працездатності обох елементів об'єкта, функціонування основного елемента "a", яке задано відповідним фазовим законом розподілу $R_a(t)$ (див. табл.), може перебувати в одній із трьох фаз, які відповідають працездатності цього елемента. Функціонування резервного елемента "b", своєю чергою, згідно із заданим фазовим законом розподілу $R_b(t)$, може перебувати в одній із двох фаз, що відповідають працездатності цього елемента. Отже, цей стан об'єкта розкладається на (3 x 2) шість фаз, що відповідають усім можливим комбінаціям (рис. 3, ліворуч).

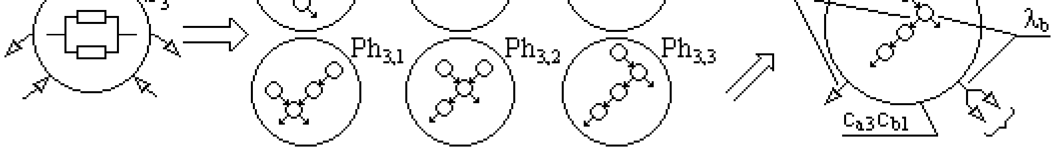


Рис. 3. Схема, що пояснює процедуру розширення простору станів

Початкова одинична імовірність цього стану також розкладається між отриманими фазами і визначається як добуток початкових імовірностей відповідних фаз складових елементів. В стані S_1, що відповідає відмові основного елемента “а” та працездатності резервного елемента “b”, відновлення основного елемента “а”, згідно із заданим фазовим законом розподілу $M_a(t)$, може перебувати в одній із двох фаз, які відповідають відновленню цього елемента. Функціонування резервного елемента “b”, як і в попередньому випадку, може перебувати так само в одній із двох фаз, а тому цей стан об’єкта розкладається на (2 х 2) чотири фази, що відповідають усім можливим комбінаціям фаз окремих процесів відмов та відновлення елементів. Аналогічно можливо показати, що стан S_2 розкладається на шість фаз, що відповідають усім можливим комбінаціям фаз функціонування основного елемента “а” та відновлення резервного елемента “b”. Відповідно стан S_0 розкладається на чотири фази, що відповідають усім можливим комбінаціям фаз процесів відновлення елементів “а” та “b”. Зауважимо, що хоча модель надійності цього об’єкта не дає змогу виконати це, проте для моделей надійності ряду інших об’єктів кількість фаз для деяких станів може бути значно зменшена.

Наступний пункт побудови розширеної однорідної марківської математичної моделі надійності об’єкта полягає у визначенні переходів між фазами. Аналіз цього пункту доцільно розділити на два етапи. Перший етап покажемо на прикладі фази $Ph_{3,3}$ розширеної діаграми об’єкта. Ця фаза об’єкта відповідає перебуванню функціонування основного елемента “а” в своїй першій фазі та функціонування резервного елемента “b” у своїй другій фазі. Утворимо допоміжну діаграму фази $Ph_{3,3}$ (рис. 3, праворуч), накладаючи діаграми законів розподілу відповідних випадкових процесів із перетином у фазі, в якій перебуває кожний із цих процесів. В такому разі переходи, які входять та виходять із спільної фази допоміжної діаграми, будуть входити та виходити і із самої фази. Аналогічний аналіз виконується для кожної із фаз діаграми об’єкта. Надалі необхідно сполучити відповідні вхідні та вихідні переходи, тобто утворити такі переходи між фазами, здійснення яких перетворює одну допоміжну діаграму в іншу. Так визначають переходи між фазами одного і того самого стану об’єкта. Після виконання першого етапу залишаються вільними такі вихідні переходи, які відповідають закінченню процесів функціонування та відновлення окремих елементів об’єкта.

На другому етапі необхідно визначити, як саме отримані вільні переходи, що належать фазам одного стану, будуть входити у фази інших станів. Оскільки в досліджуваному об’єкті одразу після закінчення попереднього випадкового процесу розпочинається наступний, то такі вільні переходи мають задавати собою початкові умови тих процесів, що розпочинаються в фазах стану, в який вони входять. Внаслідок того, що початкові імовірності фазових законів розподілу, що характеризують такі випадкові процеси, розподілені між окремими фазами, то виникає потреба у розщепленні вільних переходів. Його необхідно виконати так, щоб кожна розщеплена складова заданого вільного переходу входила у кожну із фаз стану, що відповідають початку наступного випадкового процесу.

Параметр певного розщепленого переходу визначається як добуток параметра вільного переходу на початкову імовірність фази процесу, який розпочинається в цій фазі об’єкта. Зауважимо, якщо в об’єкті в певному проміжному стані розпочинається одразу декілька процесів одночасно, то процедура розщеплення вільних переходів буде здійснюватись у інший спосіб, тобто так, щоб задати початкову імовірність усьому сукупному процесові.

З урахуванням наведеної процедури отримуємо для неоднорідної марківської математичної моделі надійності (рис. 2) еквівалентну їй розширену однорідну марківську математичну модель надійності досліджуваного об’єкта (рис. 4). Для одержаної моделі надійності об’єкта визначаємо імовірності окремих фаз, розв’язуючи відповідні диференціальні рівняння Колмогорова–Чепмена. Коефіцієнт готовності A(t) досліджуваного об’єкта визначається як сума імовірностей усіх фаз, що відповідають працездатності цього об’єкта, графік 1 (рис. 5).

Для перевірки коректності отриманої моделі надійності було побудовано альтернативну математичну модель надійності на основі методу Монте-Карло, результат розрахунків якої подано на графіку 2 (рис. 5). Детальне пояснення принципів побудови та функціонування такої моделі наведено в [8]. Для порівняння результатів була також сформована відповідна спрощена [6] однорідна марківська математична модель надійності цього самого об’єкта, результат розрахунку якої подано на графіку 3 (рис. 5).

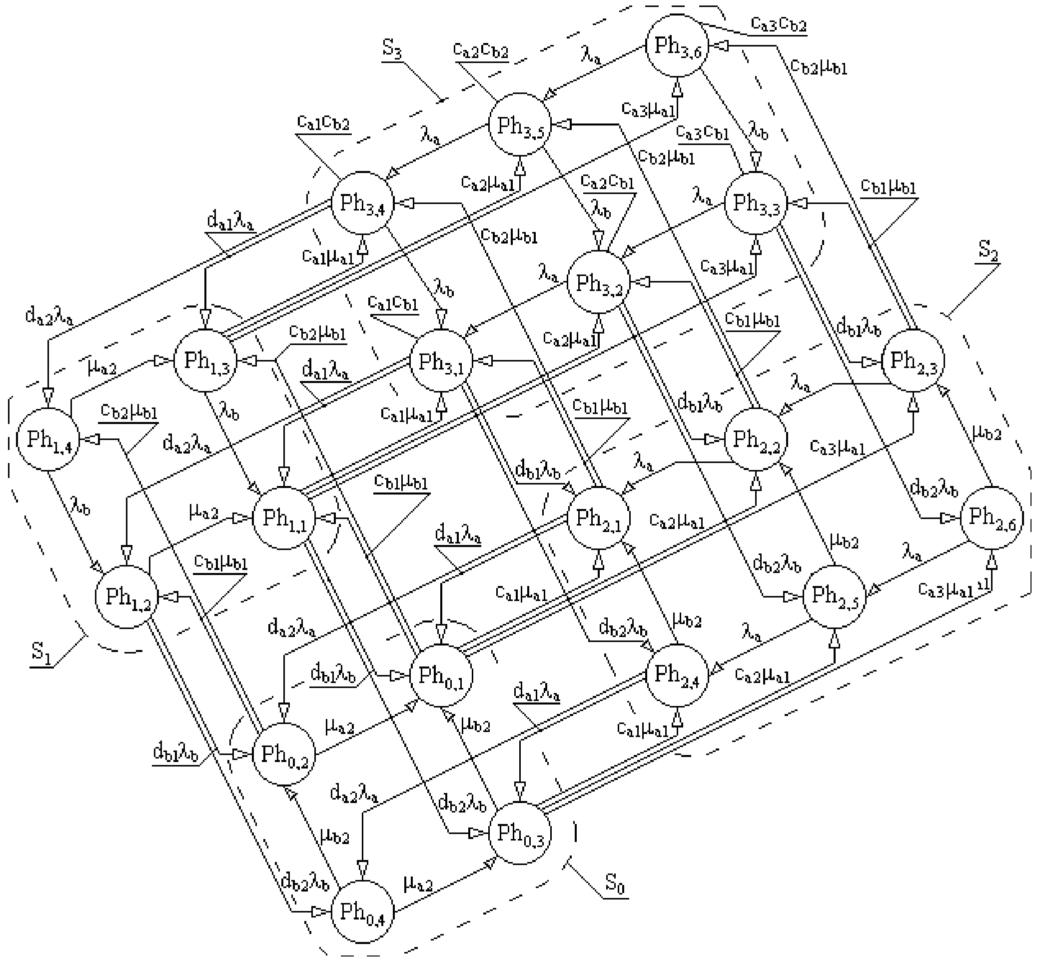


Рис. 4. Розширена діаграма станів та переходів досліджуваного об'єкта

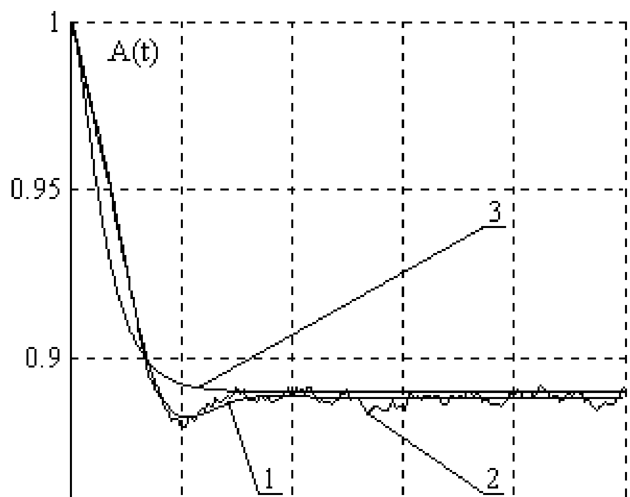


Рис. 5. Графічні залежності

Висновки. Запропоновано спосіб синтезу розширених однорідних марківських математичних моделей надійності для відновлюваних об’єктів із логічною паралельною структурою елементів при необмеженому відновленні. Користуючись цим підходом, можливо ефективно розраховувати коефіцієнт готовності та інші показники надійності досліджуваних об’єктів при характеристиках випадкових процесів, які значно відрізняються від характеристик експоненціального закону розподілу. Результати, отримані на основі запропонованої моделі надійності та на основі альтернативної моделі надійності, реалізованої на принципах методу Монте-Карло, збігаються в межах стохастичної похибки (рис.5), що підтверджує коректність запропонованого способу синтезу математичних моделей надійності. Запропонована в статті модель є *ефективнішою* порівняно із альтернативною, що проявляється у значно вищій швидкодії та у відсутності стохастичної похибки. Результати, що отримані на основі класичної однорідної моделі надійності об’єкта, показують, що така модель дає завищене значення стаціонарного коефіцієнта готовності і принципово нездатна врахувати “динамічний провал“ коефіцієнта готовності досліджуваного об’єкта, а тому її застосування є неправомірним при дослідженні таких об’єктів. Зазначених недоліків немає у запропонованої моделі, яка є *адекватнішою* порівняно із нею. Далі постає завдання автоматизації процедури побудови розширених моделей надійності, що дасть змогу додатково підвищити ефективність дослідження показників готовності.

1. Neuts M. Matrix Geometric Solutions in Stochastic Models. – Baltimore, 1981. 2. Hassett T., Dietrich D., Szidarovszky F. Time-Varying Failure Rate in the Availability & Reliability Analysis of Repairable Systems // IEEE Transactions on Reliability. – 1995. – Vol.44, No.1. – P. 155–160. 3. Perman M., Senegacnik A. Semi-Markov Models with an Application to Power-Plant Reliability Analysis // IEEE Transactions on Reliability. – 1997. – Vol. 46, No.4. – P. 526–531. 4. Мандзій Б.А., Бєляєв В.П., Волочій Б.Ю. Метод надійнісного моделювання самовідновлюваних бортових інформаційних систем // Космічна наука та технологія.–1998. – Т. 4., № 4. – С. 55–60. 5. Grosh Doris Lloyd. A Primer of Reliability Theory, N.Y. 1989. 6. Лозинський О.Ю., Марущак Я.Ю., Костробій П.П. Розрахунок надійності електроприводів: – Львів, 1996. 7. Marseguerra M., Zio E. Basics of the Monte Carlo Method with Application to System Reliability. – Hagen, Germany, 2002. 8. ReliaSoft Corporation, System Analysis Reference: Reliability Availability and Optimization. – ReliaSoft Publishing, Tucson, Arizona, 2003. – 436 p. 9. Райнпике К., Ушаков И.А., Оценка надежности систем с использованием графов. – М. 1988. 10. Lefebvre Ya. Using the phase method to model degradation and maintenance efficiency // Int. J. of Reliability, Quality and Safety Engineering. – 2003. – Vol. 10, № o.4. – P. 383–405.