

РІЗНИЦЕВИЙ МЕТОД ВИМІРЮВАННЯ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ ТОМОГРАФІЧНІЙ СИСТЕМІ

© Михайло Дорожовець^{1,2}, Казимир Бридак², Ірина Петровська¹, Павло Потіранський², 2005

¹ Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра інформаційно-вимірювальних технологій,
Львів, вул. С. Бандери, 12, 79013, Україна

² Ряшівська політехніка, кафедра метрології та вимірювальних систем,
Ряшів, вул. В. Поля, 2, 35-959, Польща

Запропонована та досліджена схема різницевого вимірювання вихідних міжелектродних різниць потенціалів в електричній томографії. Показано, що завдяки різницевому методу вимірювання значно зменшується вплив адитивних похибок пристроїв збирання вимірювальних даних, зокрема вимірювальної карти томографічної системи.

Предложена и исследована схема дифференциального измерения выходных междуэлектродных разностей потенциалов в электрической томографии. Показано, что благодаря разностному методу измерения существенно снижается влияние аддитивных погрешностей устройств сбора измерительных данных, в частности измерительной карты томографической системы.

In the article the differential method of the interelectrode potential voltages measurement in electrical tomography is proposed and analyzed. It is shown that due to differential measurement method the influence of the additive errors of the data acquisition system, especially measuring board, is decreased.

1. Вступ. Адитивні (систематичні та випадкові) інструментальні похибки вимірювань вихідних величин електрично збудженого об'єкта є одним з найістотніших чинників, що погіршує якість відтворення томографічних образів в електричній (резистивній, провіднісній, ємнісній) томографії [1–4]. На основі виконаних у [1–4] досліджень показано, що вплив таких похибок залежить від кількості вимірювальних електродів, які, своєю чергою, залежать від необхідної просторової розділової здатності відтвореного образу, тобто від кількості елементів апроксимації образу. Для покращання розділової здатності необхідно збільшувати кількість апроксимаційних елементів та кількість результатів незалежних вимірювань. Останнє вимагає збільшення кількості вимірювальних електродів, що щільніше розташовані і тим самим спричиняють зменшення рівня вимірюваних величин (міжелектродних різниць потенціалів), тобто збільшення впливу похибок вимірювань. Оскільки під час зондування досліджуваного об'єкта електричний струм протікає переважно по зовнішніх шарах об'єкта, а у внутрішні шари проникає гірше, то похибки вимірювань порізноmu впливають на точність відтворення провідності у зовнішніх та внутрішніх шарах досліджуваного

об'єкта. Зокрема, при 54 елементах апроксимації (три шари апроксимаційних трикутних скінченних елементів) очікуване підсилення випадкових адитивних похибок для зовнішнього шару становить $\approx 2-10$, для внутрішнього шару елементів воно коливається в межах $\approx 30-90$, а максимальне підсилення впливу адитивних похибок для елементів центральної зони перевищує ≈ 100 . При збільшенні кількості апроксимаційних елементів до 96 (вони розташовані у чотирьох шарах) підсилення випадкових похибок відтворення в напрямку від зовнішніх до внутрішніх шарів елементів має приблизно таку саму тенденцію, а для елементів внутрішнього шару підсилення становить понад ≈ 1000 [4]. Подібний, хоча дещо менший, вплив систематичних адитивних похибок.

Отже, якщо необхідно відтворювати образ провідності із похибками, що не перевищують відсотка, то адитивні похибки вимірювань електродних величин не повинні перевищувати тисячні частки відсотка і навіть менше. Для забезпечення таких вимог необхідно використовувати багатоканальні прецизійні засоби вимірювань, які, з одного боку, є дуже дорогими, а з іншого боку – їх швидкодія переважно є низькою, оскільки високоточні засоби з високою розділовою

здатністю ґрунтуються на сигма-дельта перетворенні, у якому здійснюється неперервне інтегрування вхідного сигналу [5]. Типові сучасні швидкодійні багатоканальні вимірювальні плати мають розрядність 12–16 біт (застосовується метод порозрядного зрівноважування), тобто у них лише зведена до діапазону похибка квантування становить $\approx \pm(0,025 - 0,0015)\%$ [5]. Разом з іншими складовими адитивні похибки (зміщення нуля та його температурний і часовий дрейф, інтегральна та диференціальна нелінійність, шуми та завади тощо) збільшуються у декілька разів, тобто у кращому випадку граничне значення сумарної адитивної похибки становить $\approx \pm(0,1 - 0,01)\%$ від діапазону перетворення [5], що у багатьох випадках є недостатнім.

Метою виконуваних досліджень є підвищення точності вимірювань електродних величин, що, своєю чергою, забезпечить підвищення точності відтворення образу провідності. Основною ідеєю, на якій ґрунтується досягнення поставленої мети, є застосування різницевого методу вимірювання під час вимірювань електродних величин, який, як відомо [6], є одним із найточніших.

2. Обґрунтування застосування різницевого методу вимірювання для електричної томографії. У [7] показано, що завдяки спеціальним властивостям нелінійних функцій $V(\mathbf{X})$, що описують результати вимірювань (вектор \mathbf{V} , наприклад, міжелектродних різниць потенціалів) залежно від шуканих величин (вектор \mathbf{X} , наприклад, питомого опору чи провідності середовища) розраховані значення вектора $V(\mathbf{X}^{(k)})$ лінійно залежать від заданих значень вектора шуканих величин $\mathbf{X}^{(k)}$ згідно з виразом

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{X}^{(k)} = \mathbf{V}(\mathbf{X}^{(k)}), \quad (1)$$

де k – номер ітерації; $\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})$ – матриця чутливості змін міжелектродних величин до змін шуканих величин (якобіан), яка розрахована за заданих значень аргументів $\mathbf{X}^{(k)}$.

Для експериментально отриманого вектора результатів вимірювань \mathbf{V}_{meas} існує лінійне наближення подібної до (1) залежності

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{X}^{(k+1)} \cong \mathbf{V}_{meas} \quad (2)$$

Як бачимо, у (1) та (2) відсутні адитивні члени, які не залежать від значення шуканих величин, тобто при нульовому значенні результатів вимірювань автоматично шукані значення величин також мають бути нульовими. Застосовуючи ньютонівський метод розв'язування

системи нелінійних рівнянь (2), вектор $\mathbf{X}^{(k+1)}$ шуканих величин у k -й ітерації можна знайти за виразом [8]

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \left(\mathbf{J}^T(\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) \right)^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{V}_{meas}. \quad (3)$$

Зауважимо, що внаслідок поганої зумовленості матриці $\mathbf{J}^T(\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})$ під час практичної реалізації (3) застосовується регуляризація, наприклад, за методом Левенберга–Маркварда [8].

Іншою властивістю цих залежностей є те, що масштабна зміна у m разів шуканих величин ($\mathbf{X} \rightarrow m\mathbf{X}$) спричиняє таку саму масштабну зміну розрахованих $\mathbf{V}(m\mathbf{X}) = m\mathbf{V}(\mathbf{X})$ та вимірюваних $\mathbf{V}_{meas}(m\mathbf{X}) = m\mathbf{V}_{meas}$ величин, а якобіан залишається без змін $\mathbf{J}(m\mathbf{X}) = \mathbf{J}(\mathbf{X})$. Тому у такому разі (для $\mathbf{X} \rightarrow m\mathbf{X}$) результат розв'язування (3)

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{(k+1)} = & \left(\mathbf{J}^T(m\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{J}(m\mathbf{X}^{(k)}) \right)^{-1} \mathbf{J}^T(m\mathbf{X}^{(k)}) \times \\ & \times m\mathbf{V}_{meas} = m\mathbf{X}^{(k)} \end{aligned}, \quad (4)$$

може бути знайденим відразу на наступній ітерації (подальші ітерації не потрібні).

Отже, навіть дуже велика зміна результатів вимірювань міжелектродних величин не свідчить про те, що ітераційний процес буде тривати довго, що характерно для загальних систем нелінійних рівнянь. З іншого боку, навіть невеликі, однак неоднакові, зміни результатів вимірювань можуть призвести до тривалого ітераційного розв'язування нелінійної системи (2). У [9] показано, що для такого типу нелінійних систем мірою швидкості знаходження шуканих величин є не різниця між виміряними \mathbf{V}_{meas} та порахованими $\mathbf{V}(\mathbf{X}^{(k)})$ значеннями електродних величин, а неоднорідність відношень $v_i = \frac{V_{meas,i}}{V(\mathbf{X})_i}$ їх відповідних значень.

Якщо середнє значення відношень позначити як $m^{(k)} = \bar{v}$, то на підставі (3) та властивості (4) можна записати

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{(k+1)} = & m^{(k)} \mathbf{X}^{(k)} + \left(\mathbf{J}^T(\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) \right)^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{X}^{(k)}) \times \\ & \times \left(\mathbf{V}_{meas} - m^{(k)} \mathbf{V}(\mathbf{X}^{(k)}) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Із (5) випливає, що під час відтворення образу просторового розподілу шуканої величини (наприклад,

питомого опору) необхідно вимірювати не безпосередньо міжелектродні різниці потенціалів V_{meas} (рис. 1, а), а їх відхилення від промасштабованих у $m^{(k)}$ разів розрахованих значень $m^{(k)}V(X^{(k)})$

$$V_{meas}^{(k)} = V_{meas} - m^{(k)}V(X^{(k)}). \quad (6)$$

3. Схема та рівняння вимірювань. Відповідно до (6) схема різницевого вимірювання включає вимірювальну карту (ВК), цифроаналоговий перетворювач (ЦАП) та інструментальний підсилювач (ІП), вихідна напруга якого

$$V_{ІП,i}^{(k)} = G_{ІП} \times V_{meas,i} - V_{ЦАП,i}^{(k)} = G_{ІП} \times [V_{meas,i} - m^{(k)}V(X^{(k)})_i], \quad (7)$$

де $V_{ЦАП,i}^{(k)} = G_{ІП} \cdot m^{(k)}V(X^{(k)})_i$ – напруга на виході ЦАП – напруга зміщення ІП, $G_{ІП}$ – коефіцієнт підсилення ІП. Ця напруга повинна бути у $G_{ІП}$ разів більшою за розраховану напругу $m^{(k)}V(X^{(k)})_i$, оскільки інструментальний підсилювач підсилює лише різницеву вхідну напругу, а напругу на вході зміщення не підсилює.

Отже, для реалізації різницевого методу вимірювання під час кожної ітерації необхідно здійснювати вимірювання у двох циклах.

У першому циклі вимірюємо всі різниці потенціалів безпосередньо між електродами об'єкта дослідження (напруга зміщення на виході ЦАП дорівнює нулю) і отримуємо результати

$$N_i = K_{BK,1} \cdot G_{ІП,1} \cdot V_{meas,i}, \quad (8)$$

де $K_{BK,1}$ – коефіцієнт перетворення вимірювальної карти та $G_{ІП,1}$ – коефіцієнт підсилення інструментального підсилювача у першому циклі.

Далі на основі розрахованих значень напруг $V(X^{(k)})_i$, відомого $G_{ІП,1}$ та результатів (8) розраховують відношення

$$v_i = \frac{V_{meas,i}}{V(X)_i} = \frac{N_i}{K_{BK,1} G_{ІП,1} V(X)_i}, \quad (9)$$

усереднюючи які, знаходять параметр масштабування

$$m^{(k)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M v_i = \bar{v}, \quad (10)$$

де M – кількість результатів вимірювань

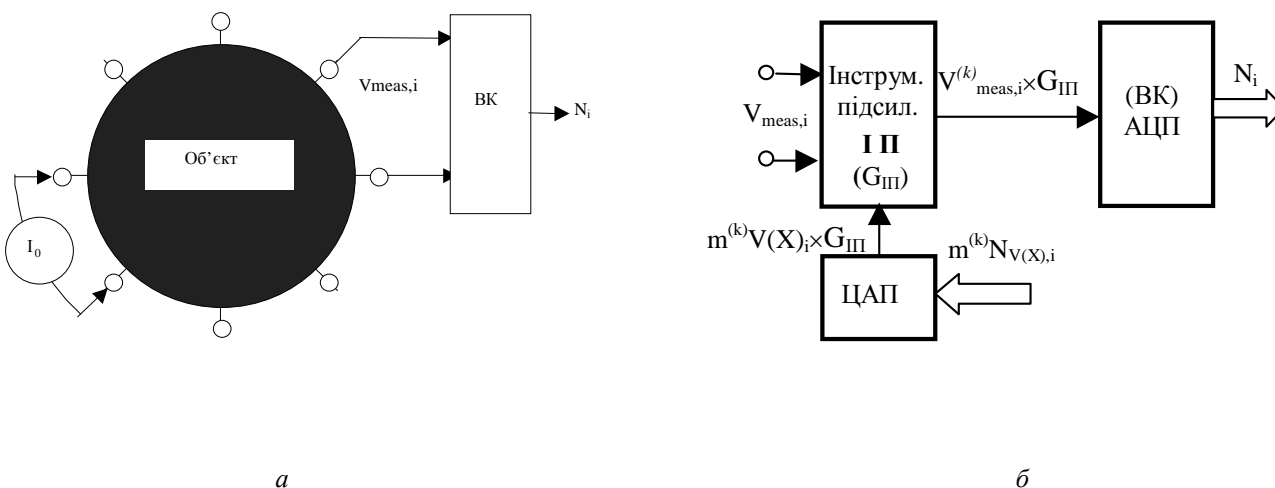


Рис. 1. Струмове зондування об'єкта (а) та схема різницевого вимірювання (б):

I_0 – зондувальний струм, ВК – вимірювальна карта,

ІП – інструментальний підсилювач,

$G_{ІП}$ – коефіцієнт підсилення інструментального підсилювача,

ЦАП – цифроаналоговий перетворювач,

АЦП – аналого-цифровий перетворювач

У другому циклі на виходах ЦАП формують напруги

$$V_{ЦАП,i}^{(k)} = G_{III,2} \cdot m^{(k)} \cdot V(X^{(k)})_i, \quad (11)$$

де $G_{III,2}$ – коефіцієнт підсилення інструментального підсилювача у другому циклі, в результаті чого на виходах вимірювальної карти отримуємо результати

$$\begin{aligned} N_i^{(k)} &= K_{BK,2} \cdot G_{III,2} \cdot V_{meas,i} - V_{ЦАП,i}^{(k)} = \\ &= K_{BK,2} \cdot G_{III,2} \cdot (V_{meas,i} - m^{(k)} V(X^{(k)})_i), \end{aligned} \quad (12)$$

де $K_{BK,2}$ – коефіцієнт перетворення вимірювальної карти у другому циклі вимірювання.

4. Аналіз точності вимірювання. Позначивши адитивні похибки інструментального підсилювача як Δ_{III} , вимірювальної карти як Δ_{BK} та ЦАП як $\Delta_{ЦАП}$, модель зведеної до входу вимірювача похибки вимірювань у першому (індекс 1) та другому (індекс 2) циклах може бути записана у вигляді

$$\Delta_{(1,2)} = \Delta_{III} + \frac{\Delta_{BK}}{G_{III(1,2)}} + \frac{\Delta_{ЦАП}}{G_{III(1,2)}} \quad (13)$$

причому у першому циклі вимірювань третя складова відсутня, оскільки напруга зміщення ІІ дорівнює нулеві.

Ефективність використання різницевого методу

$$E = \frac{\|\Delta_{(1)}\|}{\|\Delta_{(2)}\|} = \frac{\left\| \Delta_{III} + \frac{\Delta_{BK}}{G_{III(1)}} \right\|}{\left\| \Delta_{III} + \frac{\Delta_{BK}}{G_{III(2)}} + \frac{\Delta_{ЦАП}}{G_{III(2)}} \right\|}, \quad (14)$$

де символ $\|\cdot\|$ означає певну норму похибки, наприклад, граничне (максимальне за модулем) значення або середньоквадратичне значення.

Оскільки у другому циклі відбувається різницеве вимірювання, то при тому самому діапазоні зміни міжелектродних напруг $V_{FS,III}$ коефіцієнт підсилення інструментального підсилювача у другому циклі є більшим за коефіцієнт підсилення у першому циклі $G_{III,2} > G_{III,1}$. Ця відмінність тим більша, чим ближчі промасштабовані розраховані і виміряні у першому циклі значення напруг. Якщо ця різниця не перевищує 1/10 діапазону вимірювання у першому циклі, то коефіцієнт підсилення ІІ у другому циклі має бути у десять разів більший за коефіцієнт підсилення у першому циклі, тобто $G_{III,2} = 10G_{III,1}$.

Найважливішою частиною швидкодійної вимірювальної карти є АЦП, переважно порозрядного зрівноважування, одним з елементів якого є ЦАП. Тому за однакової технології виготовлення при однакових діапазонах перетворення похибка ЦАП є лише частиною похибки вимірювальної карти. Нехай похибка ЦАП не перевищує $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ похибки вимірювальної карти. Якщо зведене до діапазону $V_{FS,III}$ значення адитивної похибки ІІ позначити як $\gamma_{0,III}$, а зведене до діапазону $V_{FS,BK}$ значення адитивної похибки КР позначити як $\gamma_{0,BK}$, то враховуючи, що $V_{FS,BK} = V_{FS,III} \cdot G_{III,1}$, у першому наближенні ефективність (14) становить

$$\begin{aligned} E &= \frac{\|\Delta_{(1)}\|}{\|\Delta_{(2)}\|} = \frac{\|\gamma_{0,III} + \gamma_{0,BK}\|}{\|\gamma_{0,III} + 0,15\gamma_{0,BK}\|} = \\ &= \frac{\|1 + \gamma_{0,BK}/\gamma_{0,III}\|}{\|1 + 0,15\gamma_{0,BK}/\gamma_{0,III}\|} \end{aligned} \quad (15)$$

Залежність ефективності використання різницевого методу вимірювань електродних величин від співвідношення граничних похибок вимірювальної карти та інструментального підсилювача $\alpha = \gamma_{0,BK,зр}/\gamma_{0,III,зр}$ показана на рис. 2. Як бачимо, ефективність методу зростає зі збільшенням (порівняно з похибками інструментального підсилювача) похибок вимірювальної карти. Або, іншими словами, при заданій допустимій похибці вимірювання електродних напруг у разі застосування різницевого методу вимоги щодо точності вимірювальної карти значно менші, ніж при застосуванні прямого методу вимірювання. Останнє забезпечує здешевлення вимірювальної частини топографічної системи.

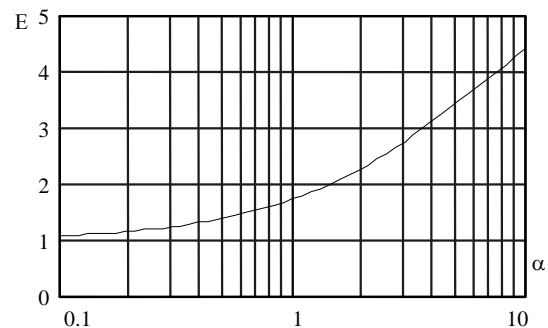


Рис. 2. Ефективність різницевого методу заміщення

5. Висновок. Застосування різницевого методу вимірювань електродних різниць потенціалів порів-

няно із звичайним вимірюванням або зменшує вплив наступних за інструментальним підсилювачем вимірювальних засобів, зокрема вимірювальної карти, або істотно зменшує вимоги щодо точності цих засобів.

1. Дорожовець М.М. Математична модель інструментальної похибки вимірювальної системи томографії електричної провідності // Вісник ДУ "Львівська політехніка". № 389. С. 9–17. 2000. 2. Dorożowiec M. Analiza błędów instrumentalnego przy odtwarzaniu konduktywności metodą tomograficzną. Materiały XXXII Międzynarodowej Konferencji Metrologów. MKM'2000. Rzeszów-Jawor. 2000. T.1. S.251-256. 3. Дорожовець М. Аналіз сумісного впливу методичної та інструментальної похибок томографії провідності // Вимірювальна техніка та метрологія. – Львів. – 2002. – №.59. – С. 115–117. 4. Дорожовець М. Оцінювання

впливу інструментальної похибки на точність відтворення просторового розподілу провідності // Вимірювальна техніка та метрологія. Львів. – 2002. – № 59. – С. 126–130. 5. Каталогі фірми Keitley, National Instruments. 6. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. К. 1984. 7. Дорожовець М. Дослідження властивостей нелінійних залежностей, які описують обернену задачу електричної томографії // Вимірювальна техніка та метрологія. – Львів. – 2001. – № 58. – С. 11–18. 8. Деннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной минимизации и решения нелинейных уравнений. – М. 1988. 9. Dorozhovets M., Brydak K. Properties of electrical network equivalent to a finite element approximation and their using for image reconstruction in electrical tomography. Proceedings of 49th International Scientific Colloquium. Ilmenau Technical University. September 27-30.2004.

УДК 53.08

АНАЛІЗ ВПЛИВУ ШУМІВ НА КОЕФІЦІЄНТ ЯКОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

© Василь Яцук, 2005

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра метрології, стандартизації та сертифікації,
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

*Отримано та проаналізовано вирази для визначення енергетичного коефіцієнта якості засобів
вимірювальної техніки з урахуванням внутрішніх завод.*

*Получены и проанализированы соотношения, определяющие энергетический коэффициент качества
средств измерительной техники с учётом внутренних помех.*

*The mathematical expressions to determine of measurement units energy quality coefficient caused internal
hindrance are proposed and analyzed in this paper.*

Вступ. Для визначення якості засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) запропоновано використовувати поняття обсягу можливостей як функціональну залежність, що пов'язує їх основні метрологічні параметри та відображає взаємодію з об'єктом вимірювання, на основі інформаційно-енергетичного коефіцієнта корисної дії $\eta_3 = 4W_u N^2 / Pt$, де P – потужність, споживана ЗВТ від вимірюваного об'єкта; t – час вимірювання; W_u – енергія термодинамічних шумів; N – кількість розрізняваних на вході ЗВТ градацій вимірюваної величини (інформаційна здатність ЗВТ) [1–3]. Оскільки інформаційна теорія найповніше відображає пізнавальний аспект процесів вимірювань, то з моменту введення К.Б. Карандеєвим поняття вимірювальної

інформації вона почала інтенсивно розвиватися. Дійсно, основною метою вимірювань є здобуття інформації про значення вимірюваної величини [1, 2, 4–10]. За К. Шенноном кількість отриманої під час вимірювання інформації q визначається як різниця ентропій $q = H(X) - H(X/x)$ – ентропії $H(X)$ значень вимірюваної величини X до вимірювання та ентропії $H(X/x)$ невизначеності дійсного значення вимірюваної величини після вимірювань, тобто ентропії похибки, де x – отриманий після вимірювань показ [1, 2, 4, 5]. Оскільки кількість вимірювальної інформації q залежить від частинної ентропії $H(X/x)$, яка достатньо складно $H(X/x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} p(\Delta) \ln p(\Delta) d\Delta$ визначається