

ФЛУКТУАЦІЇ ТА ЇХ КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

© Зеновій Колодій¹, Богдан Стадник^{2,3}, Тадей Бардила¹, Юрій Саноцький¹, Андрій Колодій¹, 2005

Національний університет "Львівська політехніка",
¹кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювання,
²кафедра інформаційно-вимірювальних технологій,
 вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна
³Ряшівська політехніка, Ряшів, Польща

Подано результати комп'ютерного моделювання хаотичного руху елементарних частинок на плоскій площині. Виявлено залежність форми спектральної густини флуктуацій різниці кількості елементарних частинок, що вдаряються об протилежні стінки плоского прямокутника, від кількості та розміщення введених у прямокутник перегородок. Зроблено висновок про визначальний вплив структури системи на форму спектральної густини, зокрема на низькочастотні флуктуації.

Представлены результаты компьютерного моделирования хаотичного движения элементарных частиц на плоскости. Выявлена зависимость формы спектральной плотности флуктуаций разности количества элементарных частиц, которые ударяются об противоположные стенки плоского прямоугольника, от количества и размещения введенных в прямоугольник перегородок. Сделан вывод об определяющем влиянии структуры системы на форму спектральной плотности, в частности на низкочастотные флуктуации.

The outcomes of computer simulation of chaotic driving of fundamental particles on a flat plane are submitted. The association of the shape of a spectral concentration of fluctuations of a difference of an amount of fundamental particles is detected which are banged about opposite walls of a flat rectangle, from an amount and arranging gated in a rectangle of bafflers. The conclusion about defining influence of structure of a system to the shape of a spectral concentration, in particular on low-frequency fluctuations is made.

Постановка проблеми. Динамічність природних процесів є невіддільною від непередбачуваних або слабкопередбачуваних змін, які називають науковим терміном – флуктуації. Флуктуації в природі можна спостерігати скрізь: від макропроцесів, що відбуваються в масштабі всієї Землі (геофізичні процеси, зміна клімату тощо) до мікропроцесів (броунівський рух елементарних частинок). Одним із основних параметрів, за яким можна порівнювати різні флуктуаційні процеси, є спектральна густина флуктуацій $S(f)$, що визначається як

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|W(f)|^2}{T}, \quad (1)$$

де $W(f)$ – спектральна густина ергодичного випадкового процесу $x(t)$, що існує в межах інтервалу часу T . $W(f)$ визначається із

$$W(f) = \int_{t_1}^{t_2} S(t) \cdot e^{-i2\pi ft} \cdot dt, \quad (2)$$

де $S(t)$ – неперіодичний сигнал (флуктуації належать до неперіодичних сигналів).

За частотним діапазоном флуктуації діляться на низькочастотні і високочастотні. Спектральна густина високочастотних флуктуацій є рівномірною до області надвисоких частот. Такі флуктуації спостерігаються в електричних системах і зумовлені дисипацією теплової енергії (теплові шуми).

Спектральна густина низькочастотних флуктуацій здебільшого має вигляд

$$S(f) \sim 1/f^\alpha, \quad (3)$$

де $\alpha = 0,8 - 1,8$. Спостерігаються такі низькочастотні флуктуації як в електричних, так і в неелектричних системах. На відміну від високочастотних флуктуацій, єдиної загальноприйнятої гіпотези щодо частотної залежності низькочастотних флуктуацій (3) нині немає.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. З поняттям флуктуацій нерозривно пов'язане поняття шумів і в літературі в багатьох випадках ці поняття є синонімами. Під шумами в таких випадках розуміють флуктуації параметрів системи, які є небажаними (заважаючими) з позиції корисного сигналу. В опублікованих роботах з проблеми низькочастотних флук-

туацій (НЧ-флуктуацій) [1–11] автори на підставі власних експериментальних досліджень або аналізуючи відомі експериментальні результати, пропонують на розгляд механізми, що зумовлюють спектр типу (3). Однак така модель більш-менш добре узгоджується тільки з даними певного експериментального результату. Для інших же експериментальних результатів, як правило, запропонована модель не діє. І річ тут не в недосконалості запропонованої моделі, а в обмеженості експериментальних можливостей авторів: обмеженість вибору об'єктів досліджень, складність зміни їхніх параметрів, складність самого вимірювання та висока вартість вимірювальної апаратури. Флуктуації, а точніше спектральну густину флуктуацій, зручно досліджувати, використовуючи можливості сучасних комп'ютерів.

Мета роботи. Метою роботи було комп'ютерне моделювання хаотичного руху кульок (імітація молекул, атомів або елементарних частинок) у плоскому прямокутнику із співвідношенням сторін 1:2, у якому можна розставляти внутрішні перегородки, що імітують структуру об'єкта досліджень. Спектральна густина такого флуктуаційного процесу (різниця кількості кульок, що вдаряють об протилежні сторони прямокутника, хаотично коливається навколо деякого середнього значення) визначалась за допомогою кореляційної функції. Змінними величинами у дослідженнях були: 1) кількість кульок n ; 2) швидкість кульок v ; 3) кількість та розташування перегородок.

Виконані дослідження. Розроблена для досліджень програма підраховує різницю кількості кульок, що вдаряються об протилежні стінки прямокутника (ліворуч і праворуч) через задані проміжки часу Δt . Отримані числа є вибірками випадкового процесу a_i і кількість таких вибірок за час спостереження T визначається як

$$N = \frac{T}{\Delta t} \quad (4)$$

На рис. 1 показано вибірки із хаотичного руху кульок ($N=1000$), подані у вигляді флуктуацій навколо деякого середнього значення (у такому разі середнє значення дорівнює 0).

При хаотичному русі кульок по площі прямокутника здійснюється їх пружне відбивання від стінок прямокутника і від перегородок. Перед запуском програми задають: кількість кульок n , параметри нормального розподілу швидкостей кульок (середнє значення v та середньоквадратичне відхилення Δv), час вимірювання (час спостереження) T , інтервал між відліками Δt , кіль-

кість, довжина та розміщення (координати) перегородок, співвідношення між сторонами прямокутника, кількість підряд повторень запуску програми (запуску руху кульок) при незмінних решті параметрів. Дослідження були розділені на два етапи: на першому етапі визначали спектральну густину $S(f)$ при хаотичному русі кульок в прямокутнику без перегородок; на другому етапі визначали $S(f)$ при русі кульок у прямокутнику з перегородками. Змінними параметрами при дослідженнях були:

на першому етапі – кількість кульок n ($n_1=100$; $n_2=1000$), швидкість кульок v ($v_1=50$ м/с; $v_2=500$ м/с);

на другому етапі – кількість кульок n ($n_1=100$; $n_2=1000$); швидкість кульок v ($v_1=50$ м/с; $v_2=500$ м/с); кількість перегородок (від 5 до 40), розташування перегородок (хаотичне або упорядковане).

Час спостереження T та відліки часу Δt , що визначають відповідно відстань між спектральними складовими та верхню частоту у спектрі досліджуваного процесу, можна було вибирати у широких межах, залежно від швидкодії комп'ютера.

На основі отриманих вибірок визначалась дисперсія

$$D = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (a_i - \bar{a})^2 \quad (5)$$

та кореляційна функція

$$R_i = \frac{1}{N \cdot D} \sum_{j=i}^{N-1} (a_j - \bar{a}) \cdot (a_{j-i} - \bar{a}), \quad (6)$$

де $i=0 \div N-1$

Спектральна густина флуктуаційного процесу (енергетичний спектр) $S(f)$ визначалась за розрахованою кореляційною функцією

$$S(f)_i = D \cdot \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} R_k \cdot e^{-j^*k^*i^*2^{\frac{\pi}{N}}}. \quad (7)$$

Графік енергетичного спектра, що виводиться на екран дисплея, є результатом усереднення графіків енергетичних спектрів від кожного повторення (кожного запуску руху кульок при незмінних решті параметрів).

Оскільки основною метою було дослідження $S(f)$ в області низьких частот, то верхня частота в спектрі досліджуваних флуктуацій була вибраною $f_0 = 50$ Гц ($\Delta t = 0,01$ с). На рис.2 наведено плоский прямокутник без перегородок з розташованими в ньому 1000 кульками

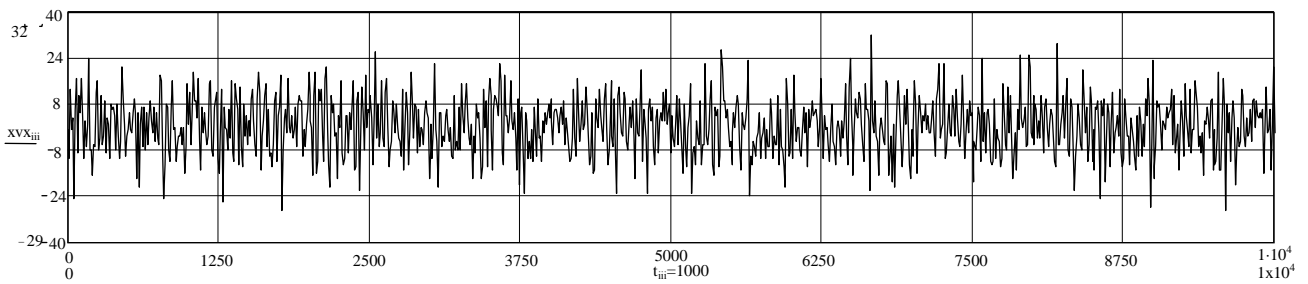


Рис.1. Різниця кількості кульок, що вдаряються об протилежні стінки прямокутника через проміжки часу Δt

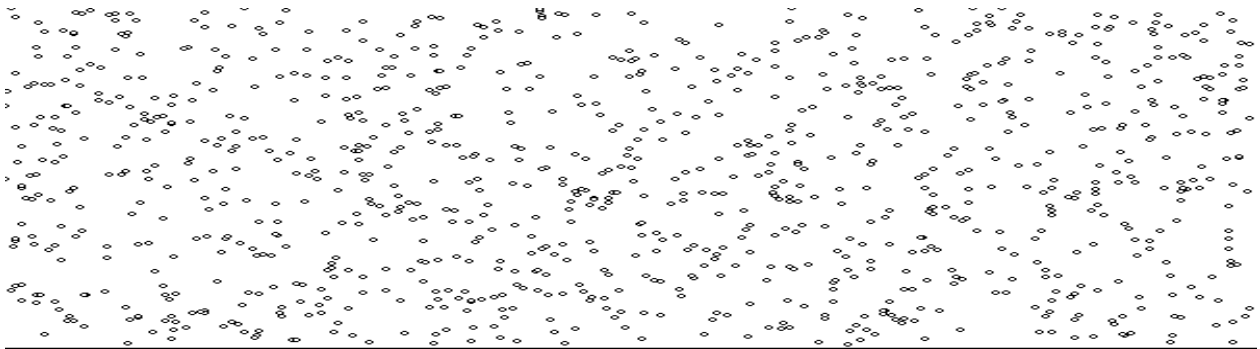


Рис. 2. Прямокутник без перегородок з розташованими у ньому 1000 кульками

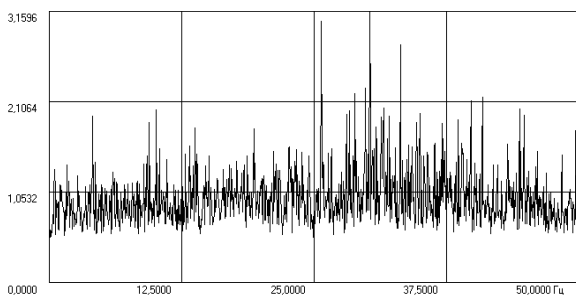
Результати моделювання при різних значеннях швидкостей кульок ($v_1=50$ м/с і $v_2=500$ м/с) наведені на рис. 3.

Вхідні дані

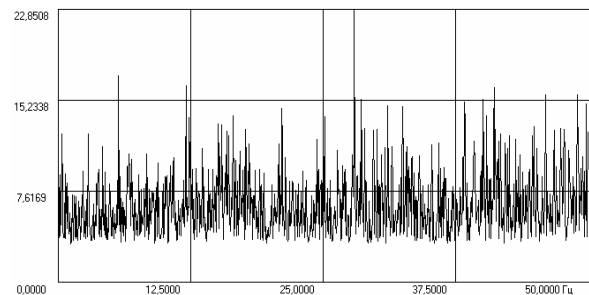
- Довжина прямокутника : 1.00 м.
- Кількість кульок : 1000 шт.
- Час вимірювання : 20.00000 с
- Інтервал між відліками : 0.01000 с
- Кількість повторень : 10

Параметри нормального розподілу швидкостей :
 середнє значення: 50.00 м/с.
 середньоквадратичне відхилення: 10.00 м/с
 енергетичний спектр :

Параметри нормального розподілу швидкостей:
 середнє значення: 500.00 м/с.
 середньоквадратичне відхилення: 10.00 м/с
 енергетичний спектр:



а



б

Рис. 3. Енергетичні спектри при швидкості руху кульок $v_1=50$ м/с (а), і $v_2=500$ м/с (б) у прямокутнику без перегородок

При кількості кульок $n=100$ та їхній швидкості $v_1=50$ м/с, і $v_2=500$ м/с спектральна густина флуктуації різниці кількості кульок Δn , що вдаряються об протилежні сторони прямокутника, $S(f)$ є подібною до спектральних густин, наведених на рис. 3, а і 3, б відповідно.

Подальші дослідження виконувалися при змінних параметрах n, v , зміні кількості перегородок та їхнього розташування при незмінних решті параметрів, що наведені у списку "Вхідні дані".

Енергетичні спектри:

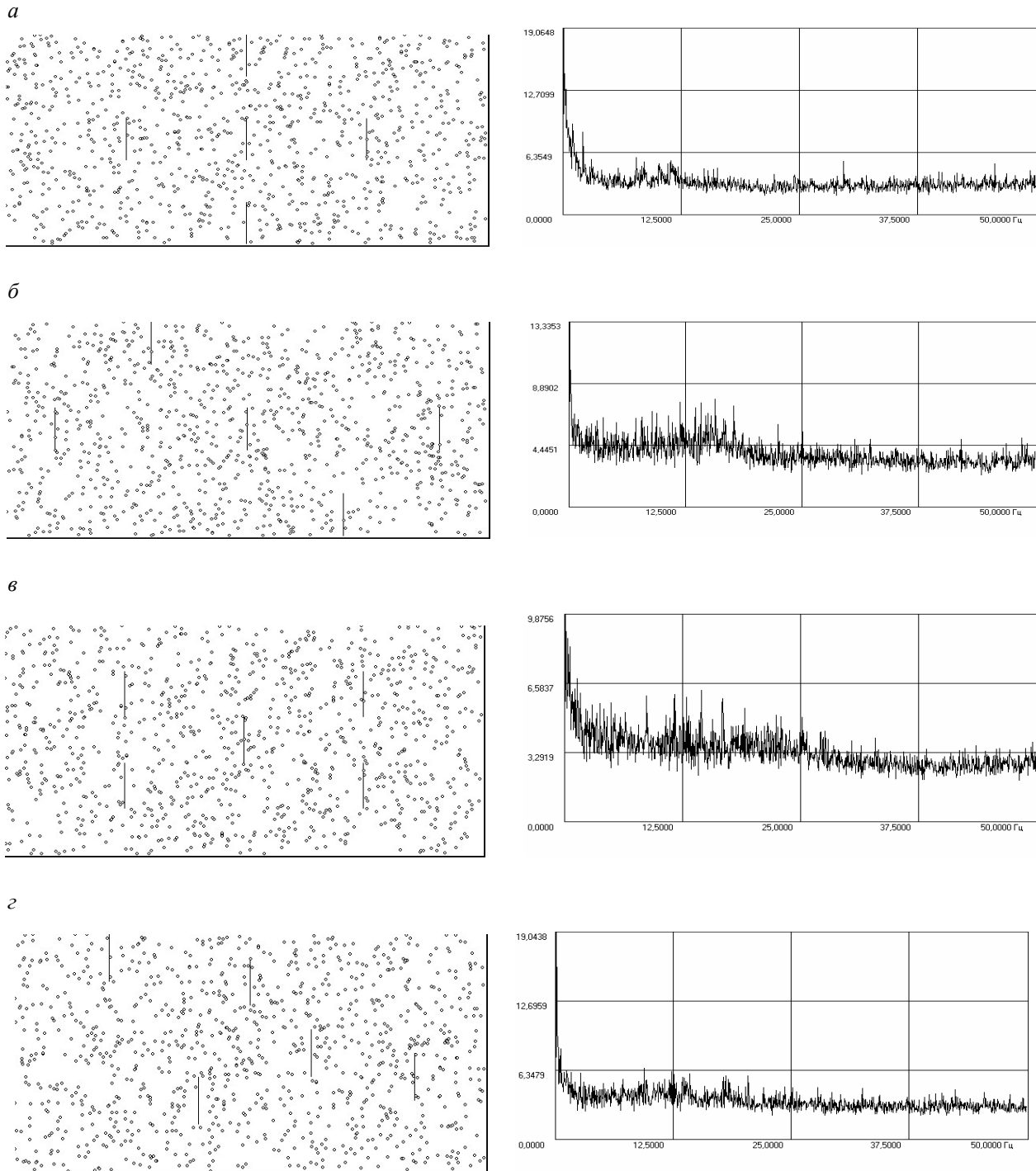
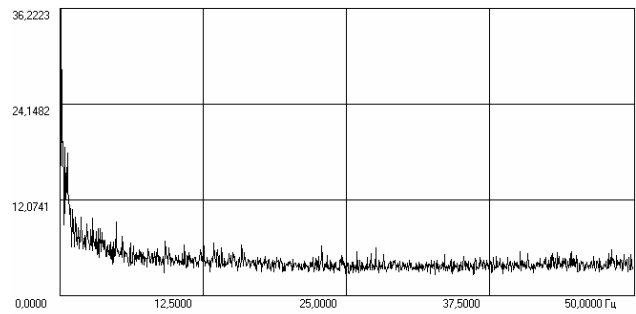
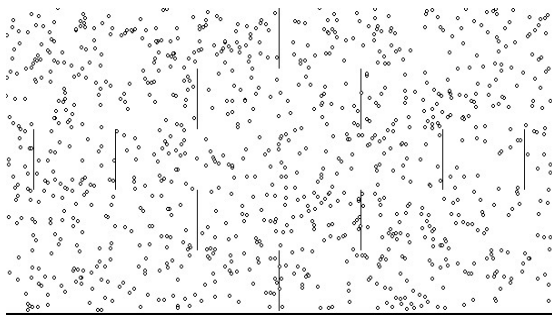


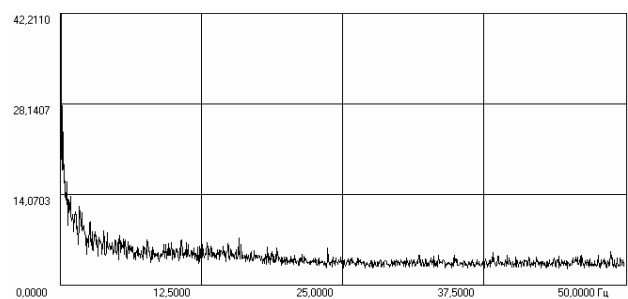
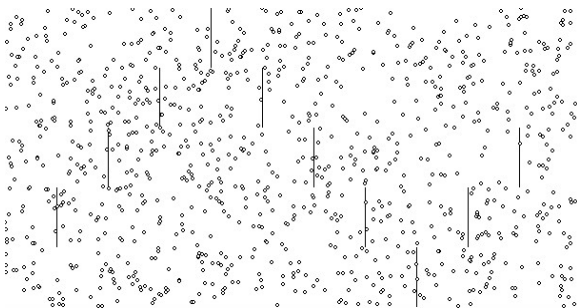
Рис. 4. Розташування п'яти перегородок по площі прямокутника та енергетичні спектри, що відповідають такому розташуванню

Енергетичні спектри:

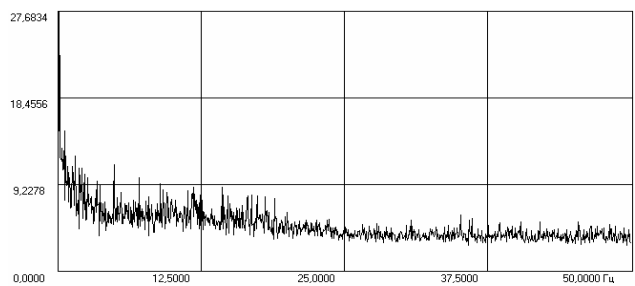
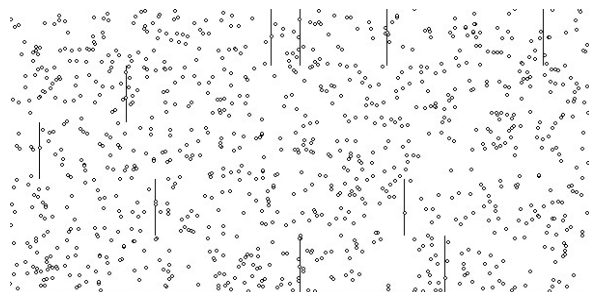
а



б



в



г

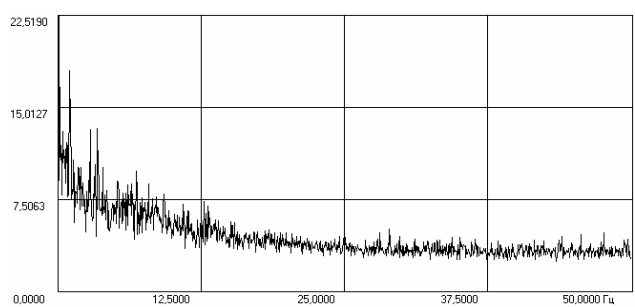
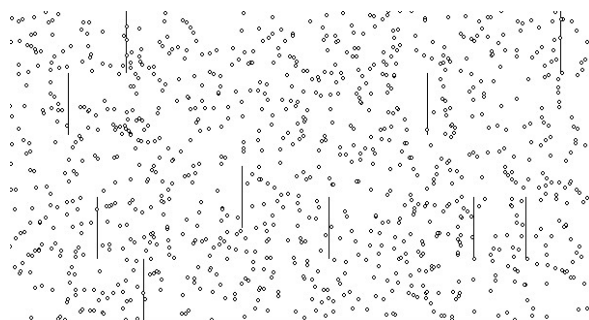
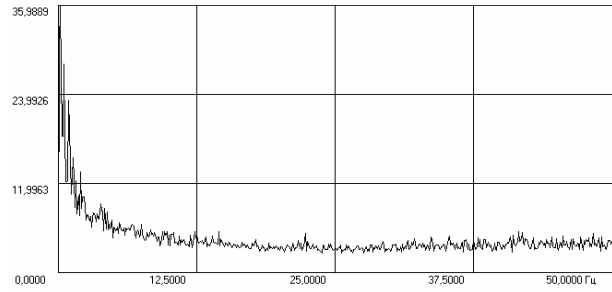
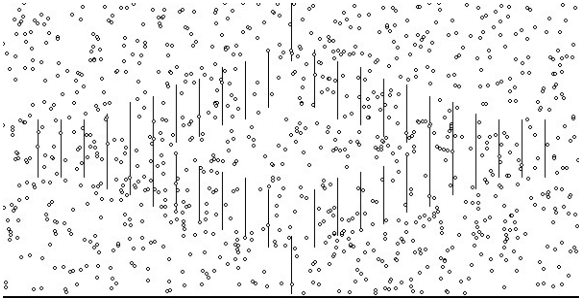


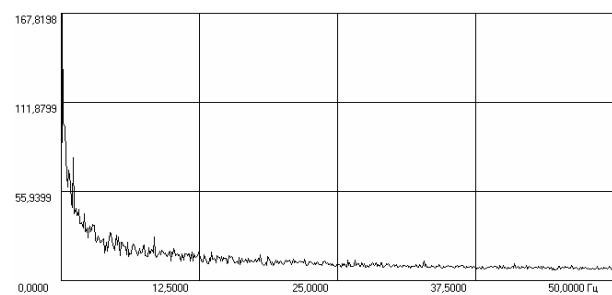
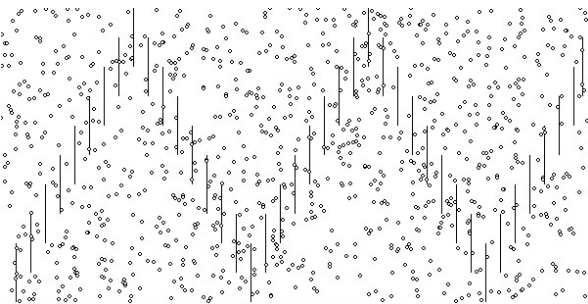
Рис. 5. Розташування десяти перегородок по площі прямокутника та енергетичні спектри, що відповідають такому розташуванню

Енергетичні спектри:

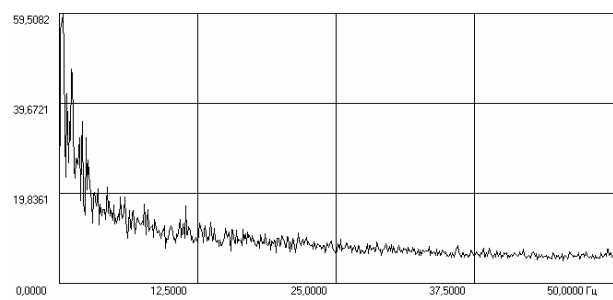
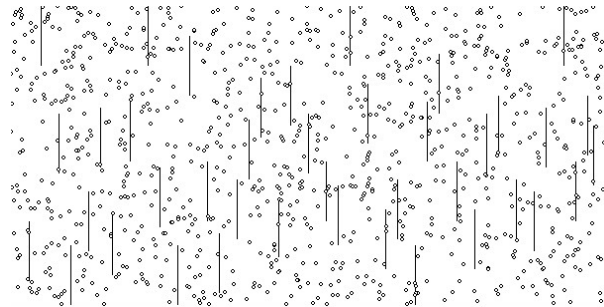
а



б



в



г

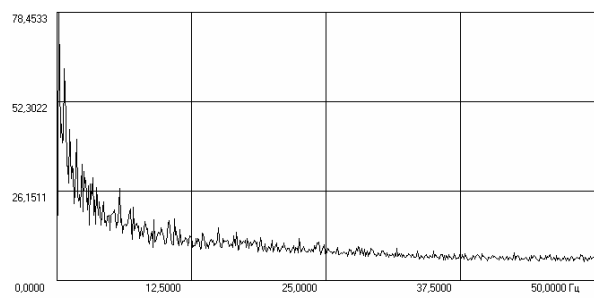
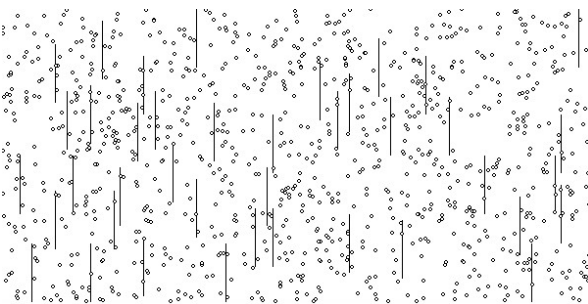


Рис. 6. Розташування сорока перегородок по площі прямокутника та енергетичні спектри, що відповідають такому розташуванню

На рис. 4 наведено різне розташування п'яти перегородок, та відповідні їм енергетичні спектри при $n=1000$ і $v=50$ м/с. Порівнюючи наведені спектри із спектрами на рис. 3, необхідно відзначити істотну зміну їхньої форми – підйом низькочастотних складових у перших трьох спектрах, що відповідають упорядкованому розташуванню перегородок, і лише спектр, що відповідає неупорядкованому розташуванню перегородок, за формою близький до спектра без перегородок. Подальше збільшення кількості перегородок (до 10), розташування яких наведено на рис. 5, привело до ще чіткішого зростання спектра в області низьких частот, причому зростання спектра є як при упорядкованому розташуванні перегородок (рис. 5, а, б) так і при неупорядкованому розташуванні (рис. 5 в, г). Однак спектри при упорядкованому розташуванні перегородок (рис. 5, а, б) характеризуються більшою крутістю зростання $S(f)$, якщо $f \rightarrow 0$, ніж спектри при неупорядкованому розташуванні, для яких зростання

$S(f)$, якщо $f \rightarrow 0$, іде повільніше. Якщо зростання енергетичного спектра при $f \rightarrow 0$ апроксимувати залежністю $S(f) = \frac{c}{f^\alpha}$, де $c = \text{const}$, то значення

показника α , визначені за рис. 5 в частотному діапазоні 0,6 Гц – 6,0 Гц, відповідно дорівнюють: $\alpha_a \approx 0,43$; $\alpha_b \approx 0,38$; $\alpha_c \approx 0,17$; $\alpha_d \approx 0,1$.

Збільшення кількості перегородок до 40 (рис. 6) істотно не змінило форми спектрів: крутішим порівняно з рис. 5 став підйом $S(f)$, якщо $f \rightarrow 0$. Значення показника α , визначені за даними, наведеними на рис. 6 в частотному діапазоні 0,6 – 6,0 Гц відповідно дорівнюють: $\alpha_a \approx 0,6$; $\alpha_b \approx 0,5$; $\alpha_c \approx 0,34$; $\alpha_d \approx 0,38$.

Збільшення швидкості руху кульок до $v=500$ м/с при збереженні їхньої кількості $n=1000$ і розташування перегородок як на рис. 6 привело до зменшення крутості підйому $S(f)$ в області низьких частот (рис. 7), однак значення відповідних “спектральних складових” зросло порівняно з рис. 6 приблизно у 10 – 18 разів.

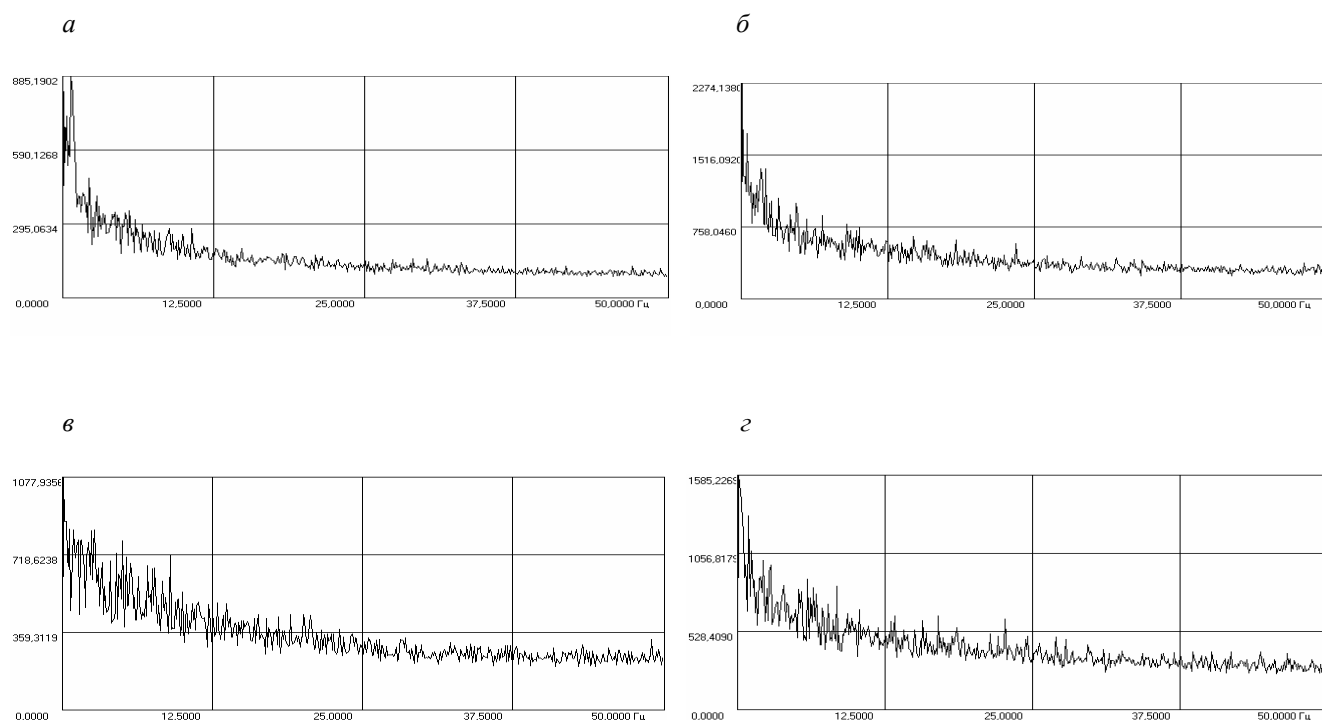


Рис. 7. Енергетичні спектри, що відповідають хаотичному руху кульок із середньою швидкістю $v=500$ м/с та розміщенню сорока перегородок за площею прямокутника як на рис. 6

Відповідні значення показника α для спектрів на рис. 7: $\alpha_a \approx 0,37$; $\alpha_b \approx 0,33$; $\alpha_c \approx 0,15$; $\alpha_d \approx 0,16$.

При меншій кількості кульок $n=100$ зменшується інтенсивність відповідних “спектральних складових”, однак характер зміни спектра $S(f)$ за незмінних інших параметрів – v , Δv , кількості та розміщенні перегородок – не змінюється і є подібним до спектрів, наведених на рис. 4–7.

Із наведених результатів комп’ютерного моделювання можна зробити такі загальні висновки.

1) За відсутності перегородок енергетичний спектр $S(f)$ є рівномірним у всьому досліджуваному діапазоні частот (рис. 3); інтенсивність спектральних складових пропорційна до кількості кульок n та їхньої швидкості v .

2) За наявності перегородок спектр $S(f)$ є нерівномірним:

а) при малій кількості перегородок (рис. 4) нерівномірність $S(f)$ виражена слабо; із збільшенням кількості перегородок (рис. 5, 6) нерівномірність спектра зростає – помітним стає значний підйом спектральних складових при $f \rightarrow 0$;

б) при впорядкованому розташуванні перегородок по площі прямокутника (рис. 4, а, б, в, рис. 5, а, б, рис. 6, а, б) нерівномірність спектра зміщується в більш низькочастотну область і зростання спектра при $f \rightarrow 0$ іде крутіше порівняно із спектром при неупорядкованому розташуванні перегородок (рис. 4, г, рис. 5, в, г, рис. 6, в, г);

г) із збільшенням швидкості кульок v інтенсивність спектральних складових зростає, нерівномірність спектра $S(f)$ зберігається, однак крутість зростання $S(f)$, якщо $f \rightarrow 0$, зменшується (рис. 7).

Наведені результати комп’ютерного моделювання доцільно порівняти із експериментальними результатами із дослідження НЧ-флуктуацій (НЧ-шумів). Із розмаїття опублікованих експериментальних результатів зупинимось на результатах дослідження НЧ-шумів у металах та напівпровідниках, виділивши дві основні залежності НЧ-шумів, які є спільними для металів та напівпровідників.

1. НЧ-шуми у металах та напівпровідниках зростають зі збільшенням питомого опору дослідного зразка [1, 4, 7, 9].

Як відомо, питомий опір металу ρ визначається із співвідношення [12]:

$$\rho = \frac{2 \cdot m \cdot \bar{v}}{N \cdot e^2 \cdot l}, \quad (8)$$

де m – маса електрона; e – заряд електрона; N – кількість колективізованих електронів в одиниці об’єму; \bar{v} – повна швидкість електронів, які беруть участь у перенесенні заряду; l – довжина вільного пробігу електрона (відстань, яку проходить електрон між двома послідовними актами розсіяння).

Значення ρ , як видно із (8), залежить від значення l : чим менше l , тим більший питомий опір ρ .

Із результатів комп’ютерного моделювання: при збільшенні кількості перегородок від 5 до 40 (зменшується відстань прольоту кульки до зіткнення з перегородкою) енергетичний спектр в області низьких частот зростає (рис. 4–6).

2. Залежність НЧ-шумів у металах та напівпровідниках від технології виготовлення зразків [1, 2, 3, 9–11].

Енергетичні спектри, отримані в результаті комп’ютерного моделювання, є різними при одній і тій самій кількості перегородок (рис. 4–6), причому зростання $S(f)$ при $f \rightarrow 0$ є стрімкішим для упорядкованого розташування перегородок порівняно з неупорядкованим розташуванням. Такі, дещо несподівані результати комп’ютерного моделювання стосовно упорядкованого і неупорядкованого розташування перегородок, підтверджуються експериментальними результатами [10, 13].

Висновки. Результати комп’ютерного моделювання, як і експериментальні результати, свідчать про залежність НЧ-флуктуацій (флуктуацій в області низьких частот) від внутрішньої структури досліджуваної системи, причому згідно із результатами комп’ютерного моделювання, для НЧ-флуктуацій внутрішня структура є визначальною. В комп’ютерній моделі змодельовано стаціонарний ергодичний випадковий процес, у якому відсутні повільно змінні процеси, пов’язані із релаксацією запасеної енергії, і зростання спектра $S(f)$, якщо $f \rightarrow 0$ за відсутності таких процесів може свідчити лише про залежність $S(f)$ від структури системи. Зважаючи на це, автори пропонують своє бачення проблеми НЧ-флуктуацій, а саме: повільні релаксаційні процеси, що відбуваються у дослідному зразку [8], суперпозиція випадкових процесів та аномальний броунівський рух [14] не є визначальними факторами, що зумовлюють НЧ-флуктуації (шуми типу $1/f$). НЧ-флуктуації є результатом взаємодії рухомих частинок, з яких складається система і які перебувають в хаотичному русі, із елементами структури системи (із сукупністю більших формувань), які формують або виокреслюють структуру системи, причому, якщо розташування елементів структури (більших формувань) є упорядкованим (розташування можна описати деякою закономірністю), то інтенсив-

ність НЧ-флуктуацій зростає (показник α у виразі $\frac{1}{f^\alpha}$ збільшується).

У [13, 15] висловлено припущення про зв'язок НЧ-флуктуацій з ентропією системи ΔS , зокрема про обернено пропорційну залежність $S(f)$ і ΔS . Якщо ж врахувати, що ΔS залежить як від частоти флуктуацій f , так і від часу релаксації τ , причому зв'язок між ними із [16] : $\Delta S = C \cdot k \cdot f \cdot \tau$, де $C = \text{const}$, $k = 1,28 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана, то звідси випливає, що енергетичний спектр флуктуацій $S(f)$ обернено пропорційний до часу релаксації τ і частоти f

$$S(f) \sim \frac{1}{\tau \cdot f} . \quad (9)$$

На обернено пропорційну залежність $S(f)$ і τ вказує і емпірично встановлена залежність $S(f)$ і питомого опору ρ , як було наведено вище:

$$S(f) \sim \rho = \frac{2 \cdot m \cdot \bar{v}}{N \cdot e^2 \cdot l} = \frac{2 \cdot m}{N \cdot e^2} \cdot \frac{1}{\tau} , \quad (10)$$

де $\tau = \frac{l}{v}$.

Із співвідношень (9) і (10) можна пояснити різницю у спектрах НЧ-шумів у дослідних зразках, виготовлених з одного матеріалу, але за різними технологіями, як зумовлену різними значеннями τ (рис. 8, 9). Загалом для одного і того самого зразка, що знаходиться при постійній температурі T , флуктуації спостерігаються в діапазоні частот від $f_n \rightarrow 0$ до $f_g \rightarrow \infty$ і

величина $\tau = \sum_{i=1, k=1}^{n, m} \tau_i + \tau_k$, де τ_i – час, який проходить

рухома частинка (елементарна частинка) між зовнішніми, доступними для спостереження сторонами системи; n – кількість рухомих частинок; τ_k – час релаксації запасеної в системі енергії; m – кількість релаксаційних процесів. На високих частотах при $f_g \rightarrow \infty$ фіксують значення $\tau \rightarrow 0$, залишаючи незмінним добуток $f \cdot \tau = \text{const}$. На низьких частотах при $f_n \rightarrow 0$ фіксовані значення $\tau \rightarrow \infty$. Однак для систем, внутрішні неоднорідності яких до певної міри структуровані, $\tau \rightarrow \infty$, що веде до зростання спектральної густини флуктуацій $S(f)$. Для систем, внутрішні неоднорідності яких не мають певного упорядкування, $\tau \rightarrow \infty$, залишаючи незмінним добуток $f \cdot \tau = \text{const}$. Спектральна густина $S(f)$ залишається

такою самою, як і на середніх та високих частотах, тобто наближається до спектральної густини білого шуму.

Наведені результати комп'ютерного моделювання та їх порівняння з експериментальними результатами дають підстави стверджувати, що комп'ютерне моделювання можна використовувати для дослідження флуктуацій систем, зокрема флуктуацій типу $1/f$.

1. Коган Ш.М. Низкочастотный токовый шум со спектром типа $1/f$ в твердых телах // Успехи физических наук. 1985. – Т. 145. – Вып. 2. С. 285–325. 2. Карманенко С.Ф., Семенов А.А. и др. Источники фликкер-шума и технология сверхпроводящих микрополосков на основе пленок иттрий-бариевого купрата // Журнал технической физики. – 2000. – Т. 70. – Вып. 4. С. 63–72. 3. Макаров С.В., Медведев С.Ю., Якимов А.В. Корреляция между интенсивностями спектральных компонент $1/f$ шума. // Известия вузов. Радиофизика. – 2000. – Т. XLII. – № 11. С. 1016–1023. 4. Битюцкая Л.А., Селезнев Г.Д. Тепловой фликкер-шум в диссипативных процессах предплавления кристаллических веществ // Физика твердого тела. 1999. – Т. 41. – Вып. 9. С. 1679–1682. 5. Шульман А.Я. К вопросу о природе шума $1/f$ // Журнал экспериментальной и теоретической радиофизики, 1981. Т. 81, Вып. 2(8). С. 784–797. 6. Макаров С.В., Медведев С.Ю., Якимов А.В. и др. Влияние негауссовости на погрешность измерения интенсивности фильтрованного фликкерного шума // Известия вузов. Радиофизика. 1999. Т. XLII, № 3. С. 278–286. 7. Бочков Г.Н., Кузовлев Ю.Е. Новое в исследованиях $1/f$ -шума // Успехи физических наук, 1983. Т. 141. Вып. 1, С. 151–176. 8. Кузовлев Ю.Е., Медведев Ю.В., Гришин А.М. Эффекты квантовой дискретности и фликкерные флуктуации туннельной проводимости // Физика твердого тела, – 2002, – Т. 44. Вып. 5. С. 811–819. 9. Ковалюк З.Д., Орлецький В.Б., Будзуляк І.М. та інші. Характер шумів у шаруватих монокристалах і плівках InSe // Журнал фізичних досліджень. 2001. Т. 5, № 1. С. 43–45. 10. Дьяконова Н.В., Левинштейн М.Е. и др. Низкочастотный шум в $n\text{-GaN}$ // Физика и техника полупроводников, 1998. Т. 32, № 3. С. 285–289. 11. Ткаченко М.М., Строїтелева Н.І. та інші. Спектри струмового шуму фотопровідника $\text{Hg}_3\text{In}_2\text{Te}_6$. // Український фізичний журнал. 1999. Т. 44. Вып. 6. С. 748–751. 12. Лившиц Б.Г., Крапошин В.С., Линецький Я.Л. Физические свойства металлов и сплавов. М., 1980. 13. Колодій З., Яцишин С., Саноцький Ю. та інші. Надлишкові шуми в монокристалічних та полікристалічних структурах // Вимірювальна техніка та метрологія. 2002, – №59. С. 3–7. 14. Коверда В.П., Скоков В.Н. Критическое поведение и $1/f$ -шум при пересечении двух фазовых переходов сосредоточенных системах // Журнал технической физики. 2000. Т. 70. Вып. 10, С. 1–7. 15. Колодій З. Електричні флуктуації – різні сторони одного процесу // Вісник НУ “Львівська політехніка”. 2001. №428. С. 226–227. 16. Колодій З.А. Низкотемпературные термошумовые преобразователи. Канд. диссерт. Львов, 1988.